

## Оптические поверхностные волны на границе раздела линейный диэлектрик – фоторефрактивный кристалл

В.А.Алешкевич, В.А.Выслоух, Я.В.Карташов

*Рассмотрено распространение лазерного пучка вблизи границы раздела линейный диэлектрик – фоторефрактивный кристалл. Изучены особенности формирования приповерхностных волн, численно найдены профили таких приповерхностных мод и исследованы направляющие свойства границы раздела диэлектрик – фоторефрактивная среда. С использованием метода эффективных частиц получено и проанализировано обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка, описывающее траекторию пучка в процессе отражения от границы раздела.*

**Ключевые слова:** пространственные солитоны, фоторефракция, нелокальный отклик, поверхностные волны.

### Введение

Распространение лазерного пучка вблизи границы раздела двух сред с различными оптическими свойствами представляет собой классическую проблему, важную как с теоретической, так и с практической точки зрения. Особенно интересны в этой связи нелинейные границы раздела, когда по крайней мере одна из сред является нелинейной. При распространении пучка вблизи подобной границы возможны формирование поверхностной волны, филаментация лазерного пучка или его саморасщепление (beam fanning) и т. д.

Особенности взаимодействия лазерного пучка с границей раздела сред сильно зависят от типа нелинейности последних. Границы керровских материалов (в том числе линейная – нелинейная [1, 2] и нелинейная – нелинейная [3] границы), материалов с квадратичной нелинейностью [4], а также граница керровская среда – среда с поглощением [5] ранее уже неоднократно рассматривались.

Однако для практических целей большой интерес представляет исследование взаимодействия лазерного излучения с границами раздела сред с более сложными нелинейностями. Значительные достижения [6, 7] в области генерации солитонов в фоторефрактивных кристаллах (ФРК), обладающих нелинейными свойствами при весьма низких интенсивностях излучения, возбудили повышенный интерес к исследованию особенностей формирования приповерхностных волн в фоторефрактивных средах.

В работе [8] была рассмотрена возможность возбуждения приповерхностной волны вблизи границы раздела ФРК, обладающего чисто диффузионной нелинейностью, и линейной среды (диэлектрик или металл). Было показано, что энергия такой волны может концентрироваться в тонком приповерхностном слое ФРК. В этом случае формирование приповерхностной волны обусловлено интерференцией и энергообменом между волнами, отраженными от границы раздела и от брегговской решетки,

формирующейся в объеме кристалла. Позднее [9, 10] приповерхностное распространение лазерного пучка при наличии и дрейфовой и диффузионной компонент нелинейного отклика ФРК было интерпретировано как результат баланса самоискривления пучка, возникающего благодаря наличию диффузионной компоненты нелинейного отклика ФРК, и отражения [11].

Одна из практически интересных черт приповерхностного распространения пучка заключается в том, что концентрация энергии в тонком слое вещества значительно уменьшает характерное время отклика ФРК. Это позволяет существенно повысить операционную скорость оптических устройств, сконструированных из фоторефрактивных материалов, без привлечения дополнительных волноводных оптических структур [12, 13]. Использование конкуренции между самоискривлением пучка и отражением излучения от границы дает возможность конструировать волноводные структуры, играющие роль логических элементов и устройств управления света светом.

Несмотря на достаточно большое число публикаций, посвященных фоторефрактивным поверхностным волнам, данная проблема еще недостаточно исследована. Фактически авторы большинства ранних работ [8–10] исследовали поверхностные волны в ФРК со специфической логарифмической нелинейностью, которая при условии малой темновой проводимости ФРК позволяет получить линеаризованные уравнения для огибающей поверхностной волны.

В настоящей работе рассматривается взаимодействие лазерного пучка с границей раздела линейный диэлектрик – ФРК с достаточно высокой темновой проводимостью. При этом мы учитываем как дрейфовую, так и диффузионную компоненту нелинейного отклика. Это означает, что принимается во внимание добавка к показателю преломления, пропорциональная первой производной от интенсивности падающего излучения, приводящая к самоискривлению пучка [14]. Аналитическое рассмотрение траектории движения пучка основано на хорошо известном в квантовой механике методе эффективных частиц (детальное описание метода дано в работе [3]). Кроме того, на основе численного моделирования получены точные профили приповерхностных мод.

### 1. Теоретическая модель

Рассмотрим распространение щелевого (бесконечно-го в направлении оси  $y$  и ограниченного в направлении оси  $x$ ) пучка вдоль оси  $z$  вблизи границы между линейным диэлектриком, занимающим полупространство  $x \geq 0$ , и ФРК, занимающим полупространство  $x < 0$ . Предполагается, что пучок поляризован вдоль оси  $y$ . Распространение пучка описывается стандартным укороченным волновым уравнением для нормированной комплексной амплитуды поля  $q(\eta, \xi)$

$$i \frac{\partial q}{\partial \xi} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 q}{\partial \eta^2} - S(\eta)q \left( p + |q|^2 - \mu \frac{\partial |q|^2}{\partial \eta} \right), \quad (1)$$

где  $\eta = x/x_0$  – нормированная поперечная координата;  $x_0$  – произвольный поперечный масштаб;  $\xi = z/L_d$  – нормированная продольная координата;  $L_d = k_0 x_0^2$  – дифракционная длина, соответствующая  $x_0$ ;  $k_0 = n_0 \omega/c$  – волновое число;  $n_0$  – показатель преломления диэлектрика;  $\omega$  – центральная частота спектра излучения;  $q(\eta, \xi) = A(\eta, \xi)(R_{dr}/I_d)^{1/2}$ ;  $A(\eta, \xi)$  – комплексная амплитуда светового поля;  $R_{dr} = kL_d/k_0L_r$ ;  $L_r = 2/kr_{eff}n^2E_0$  – длина нелинейной рефракции;  $k = n\omega/c$ ;  $n (\geq n_0)$  – невозмущенный показатель преломления ФРК;  $r_{eff}$  – эффективный электрооптический коэффициент;  $E_0$  – статическое электрическое поле, приложенное к ФРК вдоль поперечной оси  $x$ ;  $I_d$  описывает темновую проводимость ФРК; параметр  $p = x_0^2(k^2 - k_0^2)/2$  пропорционален разности квадратов показателей преломления диэлектрика и фоторефрактивной среды и характеризует отражающие свойства границы раздела; параметр  $\mu$  описывает диффузионную компоненту нелинейного отклика ФРК. Фактически уравнение (1) является обобщением известного уравнения из работы [15], описывающего распространение лазерного пучка в неограниченном ФРК.

В (1) также введена ступенчатая функция

$$S(\eta) = \begin{cases} 1 & \text{при } \eta \in (-\infty, 0), \\ 0 & \text{при } \eta \in [0, +\infty), \end{cases} \quad (2)$$

которая позволяет описывать распространение пучка как в линейном диэлектрике ( $\eta \geq 0$ ), так и в нелинейной фоторефрактивной среде ( $\eta < 0$ ) с помощью одного укороченного волнового уравнения (1). Предполагается, что на границе раздела  $\eta = 0$  непрерывны тангенциальная компонента электрического поля световой волны, а также нормальная компонента вектора магнитной индукции, что, как нетрудно показать, соответствует непрерывности  $q$  и  $\partial q/\partial \eta$ .

Последний член в круглых скобках в правой части уравнения (1) описывает самоискривление пучка, обусловленное перекачкой энергии из низкочастотных пространственных компонент лазерного пучка в высокочастотные. Первое слагаемое в круглых скобках характеризует взаимодействие лазерного пучка с границей раздела диэлектрик – ФРК, а второе описывает самофокусировку пучка из-за дрейфовой компоненты нелинейного отклика ФРК. Наконец, член со второй производной по поперечной координате  $\eta$  характеризует дифракционное распыление пучка. В области линейного диэлектрика (где  $S(\eta) = 0$ ) уравнение (1) превращается в обычное параболическое уравнение, описывающее дифракцию светового пучка в линейной среде. Записанное в скалярном приближе-

нии, оно легко обобщается на случай векторных полей с учетом оптической активности кристалла [16]. Заметим, что в кристаллах с высокой оптической активностью (например, BSO) на распространение пучка заметное влияние может оказывать дополнительная модуляция поляризации излучения [17, 18].

Уравнение (1) решалось численно с помощью метода расщепления по физическим факторам. Начальные условия на входе в среду задавались в виде

$$q(\eta, \xi = 0) = \chi \text{sech}[\chi(\eta - \eta_{in})],$$

где  $\chi$  – форм-фактор;  $\eta_{in}$  – координата центра солитона. При положительных параметрах  $\mu$  и  $p$  лазерный пучок, вошедший в ФРК достаточно далеко от границы раздела, будет искривляться по направлению к границе вследствие диффузионной компоненты нелинейного отклика ФРК. По мере приближения к границе раздела диэлектрик – ФРК лазерный пучок начинает испытывать как бы отталкивание от границы, которое в конечном счете может привести к полному внутреннему отражению от оптически менее плотной диэлектрической среды (см. рис.1,а).

После первого отражения пучок сначала удаляется от границы, а потом в результате самоискривления возвра-

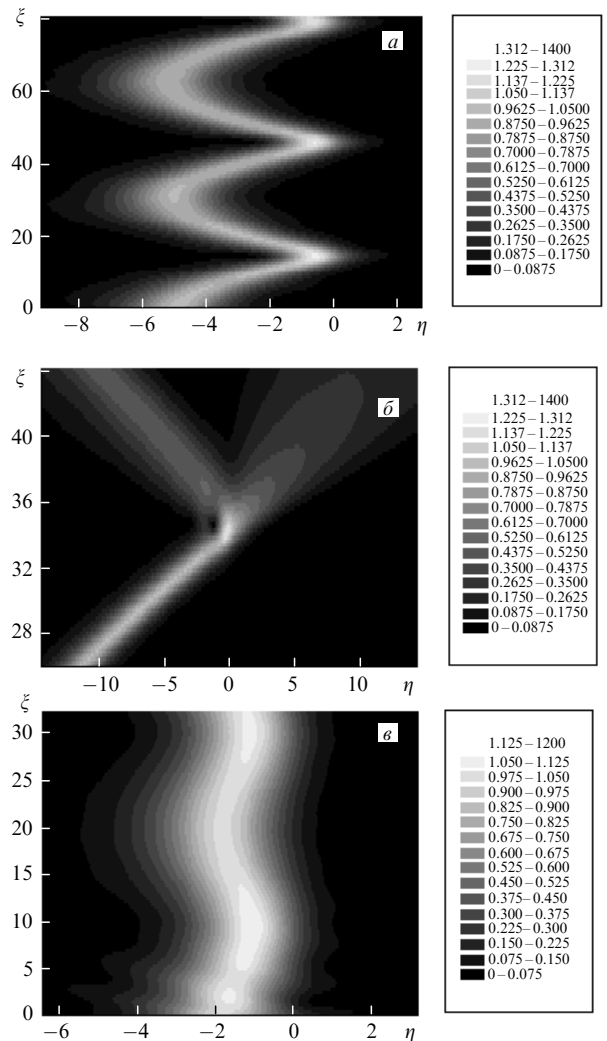


Рис.1. Взаимодействие лазерного пучка с профилем, описываемым гиперболическим секансом, с границей раздела при  $\mu = 0.1$ ,  $p = 1.0$ ,  $\eta_{in} = -5.0$  (а),  $-28.0$  (б) и  $-1.81$  (е). Граница раздела находится в точке  $\eta = 0$ .

щается к ней. Такие последовательные отражения от границы приводят к приповерхностному распространению пучка. Если угол падения меньше угла полного внутреннего отражения, то происходит частичное преломление пучка в линейную среду и его последующее дифракционное расплывание (рис.1,б).

Другой режим распространения возможен в том случае, когда пучок изначально введен совсем близко к границе раздела, так что отражение доминирует над его самоискривлением. В этом случае пучок сначала удаляется от границы на расстояние, определяемое исходным расстоянием от границы, а затем возвращается к последней. Наиболее интересный режим распространения реализуется тогда, когда отталкивание от границы точно компенсируется самоискривлением, в результате чего формируется устойчивая поверхностная волна (рис.1,в).

## 2. Профили стационарных поверхностных волн

С помощью численного моделирования мы найдем точные профили приповерхностных мод и исследуем направляющие свойства границы раздела линейный диэлектрик – ФРК. Стационарные локализованные решения уравнения (1) ищем в виде

$$q(\eta, \xi) = \rho(\eta) \exp(ib\xi),$$

где огибающая  $\rho \rightarrow 0$  при  $\eta \rightarrow \pm\infty$ . После подстановки в уравнение (1) для вещественной огибающей  $\rho$  получим следующее обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\frac{d^2\rho}{d\eta^2} = 2b\rho - 2S(\eta)\rho \left( p + \rho^2 - 2\mu\rho \frac{d\rho}{d\eta} \right). \quad (3)$$

Уравнение (3) может быть решено численно с применением так называемого метода стрельбы. Метод стрельбы основан на использовании того факта, что в области линейного диэлектрика ( $\eta > 0$ ) функция  $\rho$  и ее производная  $d\rho/d\eta$  имеют следующие асимптотики, справедливые при  $\eta \rightarrow \infty$ :

$$\rho(\eta > 0) \sim \exp\left[-(2b)^{1/2}\eta\right], \quad (4)$$

$$\frac{d\rho(\eta > 0)}{d\eta} \sim -(2b)^{1/2} \exp\left[-(2b)^{1/2}\eta\right].$$

Задавая начальные условия при интегрировании уравнения (3) в виде (4) и подбирая соответствующие значения параметров  $b$ ,  $p$  и  $\mu$ , можно получить локализованные солитонные решения, амплитуда которых  $\rho \rightarrow 0$  при  $\eta \rightarrow \pm\infty$ . Для удобства численного интегрирования мы аппроксимировали ступенчатую функцию  $S(\eta)$ , описывающую свойства границы диэлектрик – ФРК, с помощью близкой по форме к ступеньке сглаженной функции

$$S(\eta) = \frac{1}{2} \left( 1 - \tanh \frac{\eta}{\eta_0} \right), \quad (5)$$

где малый параметр  $\eta_0$  характеризует ширину зоны сглаживания (типичное  $\eta_0 = 0.05$ ).

Кроме удобства численного интегрирования подобная аппроксимация хороша тем, что она учитывает воз-

можность размытости реальной границы перехода. Приближение узкой переходной области ( $\eta_0 \ll 1$ ) позволяет в дальнейшем (см. разд.3) использовать следующее выражение для производной ступенчатой функции:

$$\left. \left( \frac{\partial S}{\partial \eta} \right) \right|_{\eta_0 \rightarrow 0} = -\delta(\eta), \quad (6)$$

где  $\delta(\eta)$  – дельта-функция Дирака. При численном интегрировании мы варьировали константу распространения  $b$  для того, чтобы получить различные распределения светового поля, т. е. приповерхностные моды различных порядков с асимптотиками  $\rho \sim \exp[2(b-p)^{1/2}\eta] \rightarrow 0$  при  $\eta \rightarrow -\infty$ .

На рис.2 изображены профили первых трех приповерхностных мод, возможных на границе диэлектрик – ФРК в случае сравнительно сильной диффузионной компоненты нелинейного отклика  $\mu = 0.2$  и при волноводном параметре  $p = 0.5$ . Ширина переходной области между диэлектриком и ФРК практически не влияет на профили приповерхностных мод при  $\eta_0 \leq 0.5$ . Видно, что профили волн асимметричны, а их максимумы несколько смещены по направлению к границе вследствие влияния асимметричной диффузионной компоненты нелинейного отклика ФРК.

При возрастании порядка поверхностной моды ее амплитуда уменьшается, а полная мощность  $P = \int \rho^2(\eta) d\eta$  на единицу длины по оси  $y$  возрастает. По мере увеличения роли диффузионных эффектов (т. е. с ростом параметра  $\mu$ ) амплитуда и степень пространственной локализации поверхностной волны возрастают. В пределе чисто кубической нелинейности ( $\mu = 0$ ) локализованных решений не существует и поверхностные волны трансформируются в периодические полубесконечные кноидальные волны.

Отметим, что протяженность пространственного полупериода поверхностной волны увеличивается справа налево (рис.2) фактически линейно. Волноводный параметр  $p$  слабо влияет на профиль приповерхностной волны (в дальнейшем будет показано, что он оказывает заметное влияние лишь на левое крыло волны) и в основном определяет постоянную распространения  $b$ . Подчеркнем, что профиль приповерхностной моды первого порядка хорошо аппроксимируется известным солитонным решением в виде гиперболического секанса. В дальнейшем этот факт будет использован для аналитического исследования траектории пучка с заданным поперечным профилем вблизи границы раздела диэлектрик – ФРК.

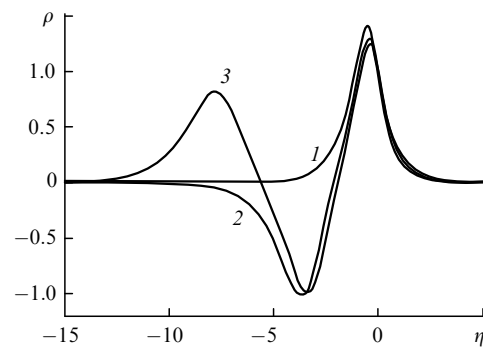


Рис.2. Профили первых трех приповерхностных мод на границе раздела диэлектрик – ФРК при  $\mu = 0.2$ ,  $p = 0.5$ ,  $\eta_0 = 0.05$  и постоянных распространения первых трех мод  $b = 1.202$  (1),  $0.904$  (2),  $0.775$  (3).

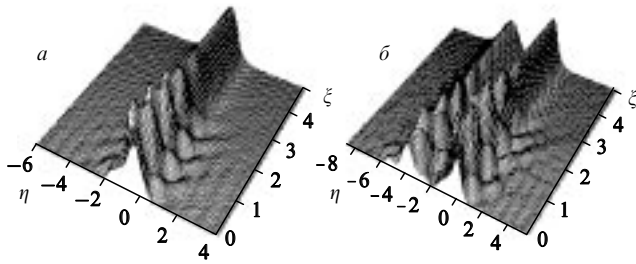


Рис.3. Динамика распространения приповерхностных мод первого (а) и второго (б) порядков с возмущенными входными профилями при амплитуде гармонического возмущения  $\delta\rho_0 = 0.3$  и частоте возмущения  $\Omega = 4.0$ .

Мы рассмотрели также устойчивость полученных поверхностных мод с использованием техники дисперсионных диаграмм, основанной на графическом анализе зависимости мощности солитона от постоянной распространения  $b$  [19]. Не приводя здесь соответствующих диаграмм, отметим, что мощность приповерхностной волны  $P(b)$  является монотонно возрастающей функцией постоянной распространения  $b$ . Это позволяет полагать, что в подобной геометрии поверхностные волны устойчивы по отношению к малым возмущениям входных профилей в соответствии с распространенным критерием устойчивости  $\partial P/\partial b > 0$  [20].

Кроме того, устойчивость мод исследовалась с помощью прямого компьютерного моделирования распространения возмущенных поверхностных волн по методу расщепления по физическим факторам. Рассматривалось влияние на динамику распространения поверхностных волн значительных (до 10 % по интенсивности) гармонических и шумовых возмущений.

Динамика распространения приповерхностных мод первого и второго порядков в случае гармонического ( $\delta\rho = \delta\rho_0 \cos(\Omega\eta)$ ) возмущения входных профилей приведена на рис.3. Видно, что амплитуда возмущения испытывает затухающие в процессе распространения осцилляции; при этом излишки энергии, обусловленные возмущением исходного профиля, уходят в область диэлектрика.

Аналогичная картина наблюдается и при возбуждении приповерхностных мод пучками с профилями, близкими к профилям поверхностных волн. В этом случае избыток энергии также быстро рассеивается в объеме диэлектрика и формируется поверхностная волна соответствующей амплитуды. Отметим, что устойчивость поверхностных волн для трехмерной граничной задачи рассматривалась в [21].

Исследовались также направляющие свойства границы раздела диэлектрик – ФРК. На рис.4 изображены зависимости разности между константой распространения и волноводным параметром  $b - p$  от волноводного параметра  $p$  для первых трех приповерхностных мод. Видно, что для мод высших порядков отсечки не существует и фактически постоянная распространения  $b$  является почти линейной функцией волноводного параметра  $p$ .

Увеличение  $p$  проявляется, в основном, в увеличении разности между постоянными распространения мод различных порядков и в увеличении крутизны левого крыла поверхностной волны (в соответствии с асимптотикой  $\rho(\eta \rightarrow -\infty) \sim \exp\{[2(b - p)]^{1/2}\eta\}$ ). На рис.4 зависимости разности константы распространения и волноводного

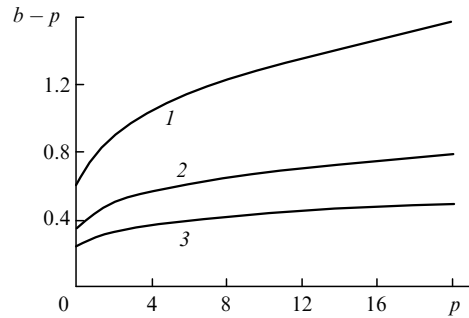


Рис.4. Разность  $b - p$  между постоянной распространения и волноводным параметром как функция волноводного параметра  $p$  для первых трех (1–3) приповерхностных мод при  $\mu = 0.2, \eta_0 = 0.05$ .

параметра от  $p$  для мод высших порядков группируются под зависимость для первой моды с возрастающей плотностью. При стремлении номера моды  $m$  к бесконечности разность между постоянной распространения  $b$  и волноводным параметром  $p$  стремится к нулю.

На рис.5 изображены зависимости постоянной распространения  $b$ , соответствующей фиксированной моде, от параметра  $\mu$ , описывающего амплитуду диффузионной компоненты нелинейного отклика ФРК, при заданном волноводном параметре. Видно, что для  $\mu$ , достижимых в реальном эксперименте, постоянная распространения изменяется в широких пределах.

Отметим здесь неограниченное возрастание постоянной распространения  $b$  при стремлении параметра  $\mu$  к нулю, т. е. при переходе к чисто кубической нелинейности. Как уже отмечалось нами ранее, постоянная распространения  $b$  определяет асимптотику правого крыла волны; таким образом, увеличение постоянной распространения соответствует сглаживанию этого крыла. Фактически это означает, что волна смещается в направлении нелинейной среды и в предельном случае  $\mu = 0$  преобразуется в нелинейную полубесконечную периодическую волну.

Как уже было указано выше, профиль первой приповерхностной моды, возможной на границе раздела диэлектрик – ФРК, достаточно близок к гиперболическому секансу. Это обстоятельство позволяет, используя метод эффективных частиц [3], аналитически получить уравнение траектории пучка вблизи границы раздела в безаберрационном приближении, найти положение равновесной точки, соответствующей формированию поверхностной волны, а также определить глубину проникновения поля в линейный диэлектрик при отражении.

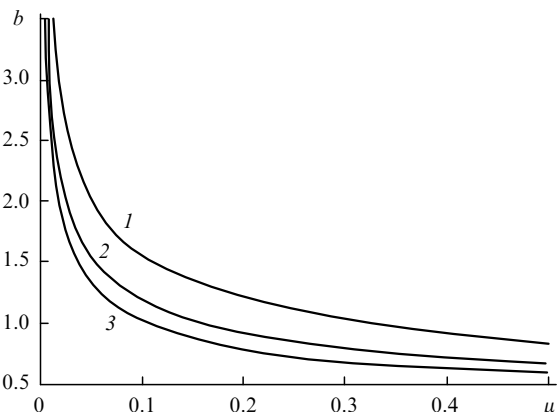


Рис.5. Зависимости постоянных распространения первых трех (1–3) приповерхностных мод от параметра  $\mu$  при  $p = 0.5, \eta_0 = 0.05$ .

### 3. Отражение пучка от границы раздела и формирование поверхностной волны

Равновесная точка, соответствующая формированию поверхностной волны, может быть легко найдена при известном распределении светового поля в лазерном пучке с использованием метода эффективных частиц, основанного на прямой аналогии между распространяющимися в нелинейной среде солитоноподобными объектами и квантовомеханическими частицами, находящимися в известном потенциальном поле (при этом равновесная точка соответствует минимуму потенциальной энергии, если последнюю удастся ввести). Метод эффективных частиц позволяет получить траекторию движения частицы в известном потенциале, если ее локализованная волновая функция удовлетворяет уравнению типа (1) (возмущенное нелинейное уравнение Шредингера) [3].

Применение данного метода дало для траектории пространственно-ограниченного пучка (т. е. пучка в условиях  $q(\eta \rightarrow \pm\infty, \xi) = 0$  и  $\partial q(\eta \rightarrow \pm\infty, \xi)/\partial \eta = 0$ ) вблизи границы раздела диэлектрик – ФРК следующее обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка:

$$w_0 \frac{d^2 \eta_c(\xi)}{d\xi^2} = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ p \frac{\partial S}{\partial \eta} |q|^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial S}{\partial \eta} |q|^4 + \mu S \left( \frac{\partial |q|^2}{\partial \eta} \right)^2 \right] d\eta. \quad (7)$$

Здесь

$$w_0 = \int_{-\infty}^{\infty} q q^* d\eta$$

– мощность лазерного пучка;

$$\eta_c(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} q^* \eta q d\eta / \int_{-\infty}^{\infty} q^* q d\eta \quad (8)$$

– координата центра лазерного пучка.

Первый подынтегральный член в выражении (7) описывает влияние на траекторию пучка отражения от границы раздела диэлектрик – ФРК. Второй член характеризует специфическое самовоздействие лазерного пучка в присутствии направляющей поверхности и, наконец, третье слагаемое ответственно за самоискривление пучка. По мере того как пучок уходит от границы раздела в объем ФРК (при  $\eta \rightarrow -\infty$ ), влияние границы на траекторию движения ослабевает и, в конечном счете, уравнение (7) преобразуется в уравнение, описывающее самоискривление локализованного пучка в ФРК с диффузионной компонентой нелинейного отклика.

Далее, в рамках метода эффективных частиц, мы предполагаем, что самоискривление и отталкивание от границы не искажают исходный профиль пучка (численное моделирование показывает, что такое предположение остается справедливым даже в случае отражения от границы под углом, близким к углу полного внутреннего отражения). Это позволяет для получения траектории распространения центра лазерного пучка подставить в правую часть уравнения (7) приближенное выражение для огибающей  $q(\eta, \xi)$  в виде гиперболического секанса:  $|q(\eta, \xi)| = \chi \operatorname{sech}\{\chi[\eta - \eta_c(\xi)]\}$  (где  $\chi$  – форм-фактор), которое является решением стандартного невозмущенного уравнения Шредингера.

Подставляя это решение в уравнение (7) и принимая во внимание выражения (5) и (6) для ступенчатой функции  $S$  и ее производной  $\partial S/\partial \eta$ , получаем, что траектория

локализованного пучка с огибающей в виде гиперболического секанса вблизи границы диэлектрик – ФРК описывается следующим уравнением:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \eta_c}{d\xi^2} = & -\frac{1}{2} \chi \operatorname{sech}^2(\chi \eta_c) - \frac{1}{4} \chi^3 \operatorname{sech}^4(\chi \eta_c) + \frac{4}{15} \mu \chi^4 \\ & + \frac{2}{5} \mu \chi^4 [\operatorname{sech}^4(\chi \eta_c) - 1] \tanh(\chi \eta_c) + \frac{2}{15} \mu \chi^4 \tanh^3(\chi \eta_c). \end{aligned} \quad (9)$$

Как уже было отмечено выше, при удалении пучка от границы раздела в объем ФРК, т. е. при  $\eta_c \rightarrow -\infty$ , выражение (9) трансформируется в известное уравнение, описывающее самоискривление пучка вдоль параболической траектории:

$$\frac{d^2 \eta_c}{d\xi^2} = \frac{8}{15} \mu \chi^4. \quad (10)$$

Уравнение (9) аналогично уравнению, описывающему движение частицы под действием нелинейной силы  $f(\eta_c)$ . При отсутствии диссипации энергии для качественного анализа возможных траекторий движения удобно использовать потенциал  $U(\eta_c) = -\int f(\eta_c) d\eta_c$ , который, как нетрудно вычислить, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} U = & -\frac{4}{15} \mu \chi^4 \eta_c - \frac{1}{12} \chi^2 \tanh^3(\chi \eta_c) + \left( \frac{p}{2} + \frac{\chi^2}{4} \right) \tanh(\chi \eta_c) \\ & + \mu \chi^3 \left\{ \frac{\tanh^2(\chi \eta_c) - 1}{15} + \frac{\operatorname{sech}^4(\chi \eta_c)}{10} + \frac{4 \ln[2 \cosh(\chi \eta_c)]}{15} \right\} \\ & - \frac{p}{2} - \frac{\chi^2}{6}. \end{aligned} \quad (11)$$

Константы в правой части выражения (11) возникают из-за использования удобной нормировки потенциала  $U$  на нуль при  $\eta_c \rightarrow \infty$ .

На рис.6 изображена зависимость потенциала  $U$  от  $\eta_c$  при различных волновом параметре  $p$  и параметре  $\mu$  (форм-фактор  $\chi$  в дальнейшем будем полагать равным единице). Видно, что зависимость  $U(\eta_c)$  имеет вид потен-

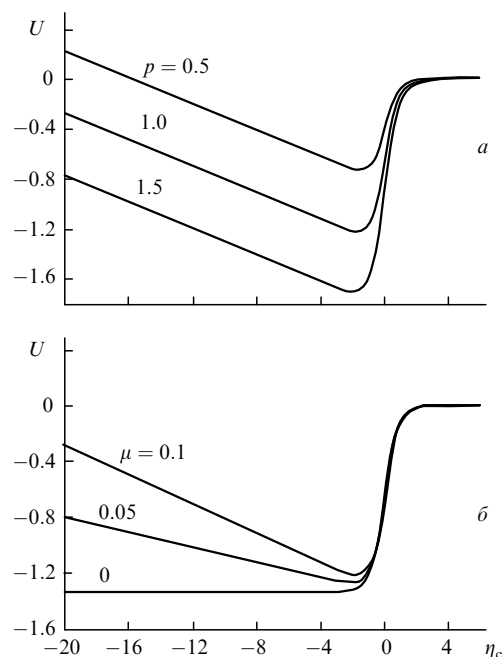


Рис.6. Форма потенциала  $U(\eta_c)$  для ФРК при  $\mu = 0.1$  и разных  $p$  (а) и  $p = 1.0$  и разных  $\mu$  (б);  $\eta_0 = 0.05$ .

циальной ямы бесконечной высоты при  $\eta_c \rightarrow -\infty$  и нулевой высоты при  $\eta_c \rightarrow \infty$ , что указывает на возможность как финитного периодического, так и инфинитного движения. Угол наклона левого крыла потенциальной ямы линейно растет с увеличением параметра  $\mu$  (см. рис.6,б).

При нулевом  $\mu$  потенциал имеет форму ступеньки, т.е. в этом случае финитные движения невозможны. Волновой параметр  $p$  определяет глубину потенциальной ямы, увеличивающуюся с ростом  $p$  (рис.6,а). Минимум потенциальной энергии соответствует точке устойчивого равновесия, которая характеризуется точным балансом энергий между самоискривлением и отталкиванием от границы раздела диэлектрик – ФРК. Так, для  $\mu = 0.1$ ,  $p = 1.0$ ,  $\chi = 1.0$  точка равновесия находится примерно при  $\eta_{in} = -1.81$ .

На рис.1,в показана динамика распространения лазерного пучка с профилем, описываемым гиперболическим секансом, введенного в нелинейную фоторефрактивную среду в точке  $\eta = \eta_{in}$  (на рис1, в даны результаты численного интегрирования укороченного волнового уравнения (1)). Видно, что координата центра пучка при распространении слабо осциллирует в поперечном направлении, что в основном обусловлено переходом исходной секансной огибающей в слегка асимметричный профиль первой приповерхностной моды.

Траектории распространения пучка, вычисленные для различных исходных дистанций  $\eta_{in}$  с помощью уравнения (9), хорошо согласуются с результатами прямого численного интегрирования исходного укороченного волнового уравнения (1).

Потенциал (11) позволяет также оценить критическое расстояние  $\eta_{cr}$  вхождения лазерного пучка в нелинейную среду. Лазерный пучок, введенный в ФРК в точке, расстояние от которой до границы превышает  $\eta_{cr}$ , будет преломляться в линейный диэлектрик. Критическое расстояние  $\eta_{cr}$  может быть найдено из соотношения  $U(\eta_{cr}) = 0$ , определяющего границу между областями финитного ( $U(\eta_c) < 0$ ) и инфинитного ( $U(\eta_c) > 0$ ) типов движения. Принимая во внимание то, что для больших отрицательных значений  $\eta_c$  функции  $\tanh(\chi\eta_c) \rightarrow -1$  и  $\text{sech}(\chi\eta_c) \rightarrow 0$ , можно получить следующее простое выражение для критического расстояния:

$$\eta_{cr} = -\frac{15p + 5\chi^2}{8\mu\chi^4}. \quad (12)$$

Точки поворота, соответствующие финитному движению (т.е. фактически глубина проникновения лазерного пучка в область линейного диэлектрика, или минимальное расстояние, на которое центр пучка приближается к границе раздела), могут быть легко найдены графически по форме потенциала  $U$ , что хорошо видно из первого интеграла уравнения (9):

$$(d\eta_c/d\xi)^2 = 2U(\eta_{in}) - 2U(\eta_c), \quad (13)$$

где  $\eta_{in}$  – координата точки ввода центра лазерного пучка в нелинейную среду. Точки поворота определяются из условия  $d\eta_c/d\xi = 0$ , т.е., зная  $\eta_{in}$ , можно найти вторую точку поворота из условия  $U(\eta_c) = U(\eta_{in})$ .

Из рис.6 видно, что правое крыло потенциальной ямы вблизи точки  $\eta_c = 0$  также может быть аппроксимировано линейной функцией. Это обстоятельство позволяет получить следующее соотношение между положениями правой и левой точек поворота, лежащих на линейных участках потенциала  $U$ :

$$\left(\frac{1}{2}p\chi + \frac{1}{4}\chi^3 - \frac{4}{15}\mu\chi^4\right)\eta_{right} = \frac{3}{2}p + \frac{1}{2}\chi^2 - \frac{1}{3}\mu\chi^3 - \frac{4}{15}\chi^3 \ln 2 + \frac{8}{15}\mu\chi^4\eta_{left}. \quad (14)$$

В заключение отметим, что метод эффективных частиц хорошо работает для пучков с огибающей, близкой к огибающей первой приповерхностной моды, однако при его применении к модам более высокого порядка возникают определенные трудности, связанные с отсутствием даже приближенных аналитических выражений для огибающих мод.

1. Tomlinson W., Gordon J., Smith P., Kaplan A. *Appl.Optics*, **21**, 2041 (1982).
2. Ахмедиев Н.Н., Корнеев В.И., Кузьменко Ю.В. *ЖЭТФ*, **88**, 107 (1985).
3. Newell A., Moloney J. *Nonlinear optics* (Redwood City, Addison-Wesley, 1992).
4. Tran H. *J.Nonlin.Opt.Phys.Mater.*, **5**, 133 (1996).
5. Powell J., Wright E., Moloney J. *J.Appl.Math.*, **54**, 774 (1994).
6. Duree G., Shultz J., Salamo G., Segev M., Yariv A., Crosignani B., Di Porto P., Sharp E., Neurgaonkar R. *Phys.Rev.Letts*, **71**, 533 (1993).
7. Iturbe-Castillo M., Marquez-Aguilar P., Sanchez-Mondragon J., Stepanov S., Vysloukh V. *Appl.Phys.Letts*, **64**, 408 (1994).
8. Garcia-Quirino G., Sanchez-Mondragon J., Stepanov S. *Phys.Rev.A*, **51**, 1571 (1995).
9. Cronin-Golomb M. *Optics Letts*, **20**, 2075 (1995).
10. Garcia-Quirino G., Sanchez-Mondragon J., Stepanov S., Vysloukh V. *J.Opt.Soc.Amer.B*, **13**, 2530 (1996).
11. Christodoulides D., Coskun T. *Optics Letts*, **21**, 1220 (1996).
12. Raita E., Kamshilin A., Jaaskelainen T. *J.Opt.Soc.Amer.B*, **15**, 2023 (1998).
13. Kamshilin A., Raita E., Khomenko A. *J.Opt.Soc.Amer.B*, **13**, 2536 (1996).
14. Kutuzov V., Petnikova V., Shuvalov V., Vysloukh V. *J.Nonlin.Opt.Phys.Mater.*, **6**, 421 (1997).
15. Christodoulides D., Carvalho M. *J.Opt.Soc.Amer.B*, **12**, 1628 (1995).
16. Singh S., Christodoulides D. *J.Opt.Soc.Amer.B*, **13**, 719 (1996).
17. Fuentes-Hernandez C., Khomenko A. *Phys.Rev.Letts*, **83**, 1143 (1999).
18. Kamshilin A., Paivasaari K., Khomenko A., Fuentes-Hernandez C. *Optics Letts*, **24**, 832 (1999).
19. Snyder A., Mitchell D., Kivshar Y. *Mod.Phys.Letts B*, **9**, 1479 (1995).
20. Mitchell D., Snyder A. *J.Opt.Soc.Amer.B*, **10**, 1572 (1993).
21. Высокоткина Н.Н., Розанов Н.Н., Смирнов В.А. *ЖТФ*, **57**, 173 (1987).

V.A.Aleshkevich, V.A.Vysloukh, Ya.V.Kartashov. **Optical surface waves at the interface between a linear dielectric and a photorefractive crystal.**

The propagation of a laser beam near the interface between a linear dielectric and a photorefractive crystal is considered. Specific features of the formation of surface waves are studied, the profiles of such surface modes are numerically found, and guiding properties of the interface are analysed. Using the method of effective particles, the second-order ordinary differential equation describing the trajectory of a beam reflecting from the interface is obtained and analysed.