

Механизм возникновения дифракционной невязимности в газовом кольцевом лазере

Т.В.Ради́на, А.Ф.Станкевич

Теоретически показано, что дифракция приводит к различию потерь и фазовых скоростей встречных волн в кольцевых газовых лазерах. Это является причиной возникновения в них амплитудной и частотной невязимности.

Ключевые слова: невязимность, кольцевой резонатор, дифракция, нелинейные потери.

Введение

Дифракционная частотная невязимность кольцевого газового лазера является одной из причин сдвига нуля (т.е. существования начальной разности частот встречных волн в покоящемся кольцевом лазере в отсутствие невязимных устройств) в лазерном гироскопе. Хотя расщепление частот встречных волн при диафрагмировании лазерного пучка лезвием бритвы или иглой впервые наблюдалось еще в [1], изучение этого явления и вызывающих его причин продолжается до настоящего времени [2–7].

В работе [7] высказано предположение, что появление амплитудной и частотной невязимностей связано с различием потерь встречных волн, которое, по мнению авторов, возникает из-за разбьюстировки резонатора при перемещении диафрагмы перпендикулярно лучу. Предположение о неравенстве частотно-зависимых потерь встречных волн было высказано еще в работе [8], где была предпринята экспериментальная попытка получения однонаправленной генерации в кольцевом лазере. На возможность реализации однонаправленного режима в лазере с неустойчивым резонатором указывалось и в теоретической работе [9], где показано, что в таких резонаторах пространственные конфигурации встречных волн существенно различны.

В [4, 7] экспериментальное исследование частотной и амплитудной невязимностей проводилось в кольцевом He – Ne-лазере, работающем как на чистом изотопе Ne²⁰, так и на смеси изотопов на длине волны $\lambda = 3.39$ мкм. В этих работах использовались лазеры с трехзеркальными резонаторами с примерно равными параметрами g , работающие в режиме одной продольной моды. Перемещение диафрагмы, помещенной в резонатор, перпендикулярно лучу сопровождалось появлением расщепления частот встречных волн $2\Delta\omega = \omega_r - \omega_l$. Авторы [4, 7] исследовали зависимость интенсивностей I_j ($j = r, l$) и частотной невязимности $\Delta\omega$ от отстройки частоты резонатора относительно центра линии атомного перехода ω_{ab} . Было установлено, что частотная и амплитудная невязимности максимальны вблизи центра линии и об-

ращаются в нуль на границах области существования генерации, тогда как поведение интенсивностей оказалось несколько различным.

В работе [4] показано, что при симметричном расположении кривых интенсивностей относительно ω_{ab} частоты встречных волн были равными и возникновение асимметрии сопровождалось появлением биений $\Delta\omega$. При этом изменение знака $\omega - \omega_{ab}$ всегда сопровождалось изменением знака $2\Delta I = I_r - I_l$. В [7] при $\Delta\omega = 0$ зависимости интенсивностей встречных волн от расстройки были асимметричны, но одинаковы по форме. При введении диафрагмы эти зависимости приобретали различную асимметрию (без изменения знака ΔI), причем волна с большей асимметрией имела большую частоту.

Обращает на себя внимание то, что кривые, приведенные в [7], во многом схожи с полученными в [10], где применялось устройство, создающее неодинаковые потери (амплитудную невязимность). Зависимости, приведенные в работе [4], повторяют ход кривых, полученных в [11] при неодинаковых усилениях (фазовой невязимности) встречных волн.

Результаты работ [10, 11] в основном достаточно хорошо описываются в модели плоских волн [12, 13], где зависимость интенсивностей I_j и частот ω_j генерации встречных волн от отстройки частоты относительно центральной частоты перехода ω_{ab} определяется уравнениями

$$I_r = \frac{\eta_r \beta_l'' - \eta_l \theta_l''}{\beta_r \beta_l'' - \theta_r \theta_l''}, \quad \eta_j = \frac{\alpha_j - \varepsilon_j}{KH}, \quad (1)$$

$$\omega_r = \Omega + \frac{c}{L} KH [Z'(\zeta_r) - I_r \beta_r' - I_l \theta_l']. \quad (2)$$

Уравнения для l -волны получаются заменой индекса r на l . Здесь Ω – резонаторная частота; L – длина резонатора; H – длина кюветы с активной средой; $\alpha_j = KH Z''(\zeta_j)$ – линейное усиление; ε_j – линейные потери j -й волны. Функции $Z = Z' + iZ''$, а также коэффициенты усиления (K), самонасыщения ($\beta = \beta' + i\beta''$) и кросс-насыщения ($\theta = \theta' + i\theta''$) приведены в Приложении 1. На рис.1 представлены эти функции и коэффициенты при следующих входящих в них параметрах: $\lambda = 3.39$ мкм, $\gamma_a = 16$ МГц, $\gamma_b = 24$ МГц, $\gamma_{ab} = 100$ МГц, доплеровском уширении $ku = 300$ МГц. Эти значения используются и во всех дальнейших расчетах.

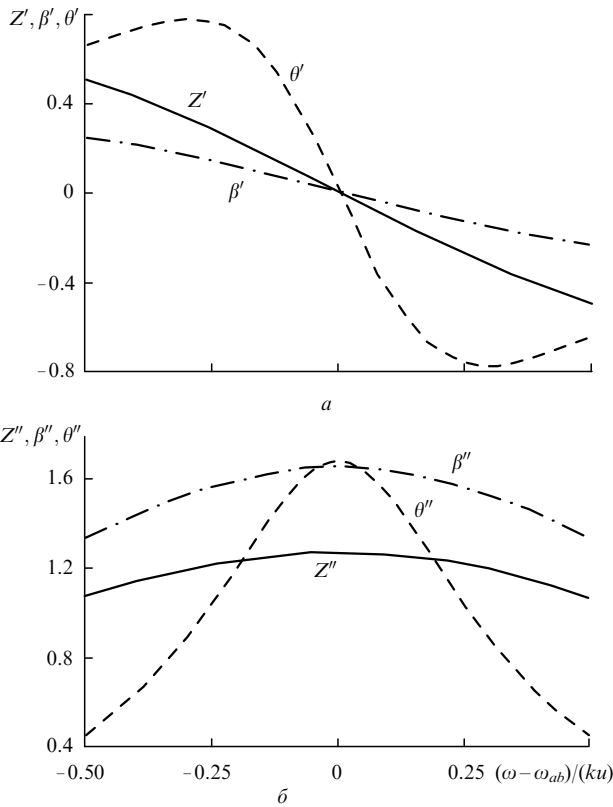


Рис.1. Зависимости реальных (а) и мнимых (б) частей Z , β и θ от отстройки.

В отсутствие невзаимности $I_r = I_l = \eta / (\beta'' + \theta'')$. При наличии в резонаторе амплитудной или/и фазовой невзаимности вблизи центра линии генерации наблюдается область неустойчивости, что легко показать, например, в случае, когда потери встречных волн различны.

Введя обозначения $\eta = (\eta_r + \eta_l)/2$, $\Delta\eta = (\eta_r - \eta_l)/2$ и положив $\beta_r = \beta_l$ и $\theta_r = \theta_l$, из (2) получим уравнение

$$I_{r,l} = \eta \frac{1}{\beta'' + \theta''} \pm \Delta\eta \frac{1}{\beta'' - \theta''} = I \pm \Delta I, \quad (3)$$

показывающее, что на частотах, при которых $\beta'' = \theta''$ (рис.1), функции $I_j(\omega - \omega_{ab})$ испытывают разрыв, однако сумма интенсивностей остается гладкой функцией. Это подтверждено экспериментально во многих работах. Внутри этой области в зависимости от потерь могут генерироваться либо обе волны, либо, благодаря сильному кросс-насыщению, волна с большими потерями.

Устранение невзаимности приводит к тому, что обе волны существуют во всей области генерации [10, 11], т. е. наличие области неустойчивости свидетельствует об амплитудной или фазовой невзаимности. На рис.2, 3 приведены результаты численного расчета нормированных интенсивностей \mathcal{I}_j и разности частот встречных волн $\Delta\omega$ (системы уравнений (1), (2)) (рис.2 соответствует эксперименту, проведенному в работе [10], а рис.3 – в работе [11]).

Схожий характер зависимостей \mathcal{I}_j и $\Delta\omega$ от отстройки частоты резонанса в работах [4] и [11], а также [7] и [10] может свидетельствовать об одном и том же механизме возникновения невзаимностей, однако объяснить его в отсутствие невзаимных элементов на языке лэмбовских уравнений не представляется возможным. В работе [7] просто постулируется, что различие потерь возникает

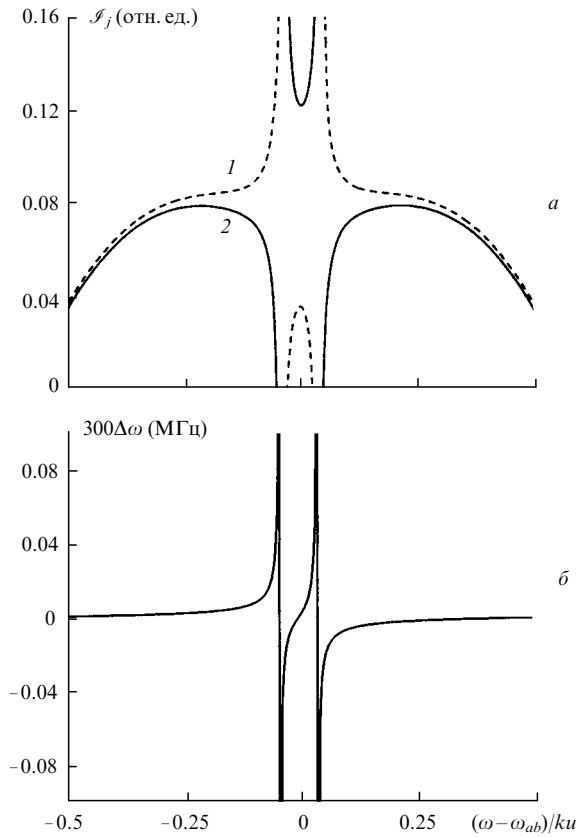


Рис.2. Зависимости интенсивностей генерации встречных волн (1, 2) (а) и частотной невзаимности (б) от отстройки, полученные в модели плоских волн в случае применения устройства, создающего различные потери встречных волн, при $\epsilon_r = 1$, $\epsilon_l = 1.002$, $KH = 1$, $L = 1$ м.

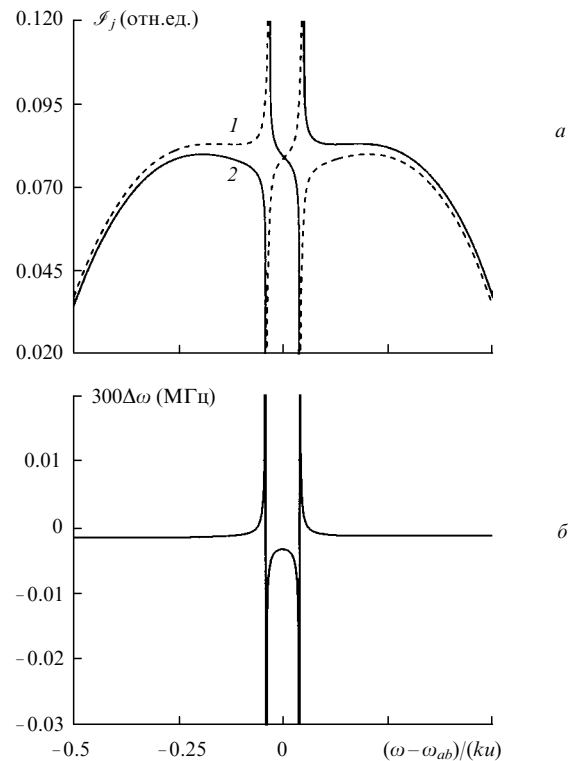


Рис.3. Зависимости интенсивностей генерации встречных волн (1, 2) (а) и дополнительной частотной невзаимности (б) от отстройки, полученные в модели плоских волн в случае применения устройства, обеспечивающего различие частот встречных волн, при $\delta\omega = 0.5$ МГц, $L = 1$ м, $KH = 1$.

при разъюстировке резонатора и проявляется только через реальную часть кросс-насыщения. В модели плоских волн не описывается также асимметрия лэмбовского провала, который наблюдается в зависимости $2I = I_r + I_l$ от $\omega - \omega_{ab}$.

В настоящей работе показано, что в лазере, резонатор которого содержит хотя бы одно сферическое зеркало и диафрагму, потери и фазовые скорости встречных волн действительно различны. Мы использовали подход, развитый в [14–16] для нахождения собственных колебаний резонатора, содержащего поперечно-неоднородную нелинейную активную среду и диафрагму. Этот подход основан на стандартной процедуре асимптотического разложения [17, 18]. Однако, в отличие от [14], здесь мы учли мультипликативное действие дифракции и насыщения на собственные колебания резонатора.

Показано, что радиальное распределение насыщенного коэффициента усиления формирует протяженный амплитудно-фазовый корректор, оптическая сила и диафрагмирующие свойства которого пропорциональны параметру наведенной поперечной неоднородности $W_j = 2L/kw_j^2$, где $k = \omega/c$; w_j – полуширины поперечных распределений волн. Вследствие этого в неоднородном резонаторе эффективные оптическая сила и размер диафрагмы наведенного корректора различны для встречных направлений. Это вызывает невязанное частотно-зависимое изменение параметра g для встречных волн, чем и объясняются частотно-зависимое неравенство их потерь и фазовых скоростей и, как следствие, неравенство частот и интенсивностей. Неравенство потерь встречных волн приводит к возможности существования области однонаправленной генерации. Показано также, что потери могут скачком уменьшаться на пороге генерации.

Учет мультипликативного действия активной среды и диафрагмы объясняет несимметричный характер потерь, а значит, и интенсивностей относительно центральной частоты перехода.

1. Основные уравнения. Численные расчеты

Следуя постановке задачи, изложенной в [14], рассмотрим устойчивый кольцевой оптический резонатор с периметром L , образованный произвольным числом зеркал (рис.4). Внутри резонатора находится диафрагма, коэффициент пропускания которой подчиняется закону Гаусса. Обратное отражение от элементов резонатора отсутствует.

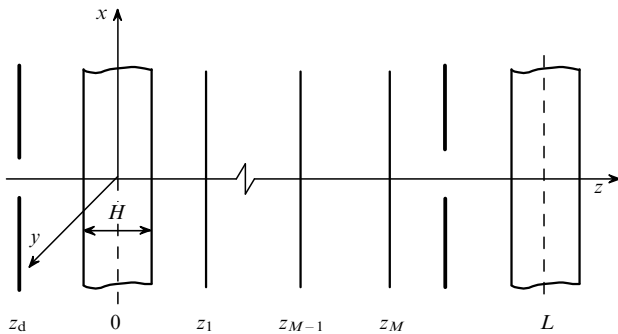


Рис.4. Схема кольцевого резонатора в виде эквивалентного ему периодического волновода (z_d – положение диафрагмы, z_m – положение зеркал ($m = 1, 2, \dots, M$), H – длина кюветы с активной средой, L – периметр резонатора).

Полагая, что в каждом направлении распространяется монохроматическая волна, ищем поля встречных волн в квазиоптическом приближении:

$$E_j(x, y, z) = E_{0j}\psi_j(x, y, z) \times \exp \left[ik_j \int_0^z n_{zj}(\tilde{z}) d\tilde{z} \right] + \text{компл. сопр.}, \quad (4)$$

где $k_j = \omega_j/c$; E_{0j} – постоянные амплитуды встречных волн; $\psi_j(x, y, z)$ и $n_{zj}(z)$ – слабо зависящие от координат функции. В [14], следуя стандартной процедуре асимптотического разложения, для каждой из волн мы получили систему уравнений для нелинейных показателей преломления активной среды

$$n_{zr}(z) = 1 + \frac{1}{k} K[-Z + \beta_r \mathcal{F}_r(z) + \theta_l \mathcal{F}_l(z)] \quad (5)$$

и медленно меняющихся амплитуд встречных волн

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \pm 2in_{zj}(z) \frac{\partial}{\partial z} + n_{xj}(z)x^2 + n_{yj}(z)y^2 \right] \psi_j(r) = 0 \quad (6)$$

с коэффициентами n_{zj} (5) и

$$n_{pr}(z) = -2KH[\beta_r W_{pr}(z) \mathcal{F}_r(z) + \theta_l W_{pl}(z) \mathcal{F}_l(z)] \quad (7)$$

($p = x, y$). Подлежащие определению безразмерные интенсивности на оси резонатора

$$\mathcal{F}_j = I_j f_j(z), \quad f_j(z) = |m_{xj} m_{yj}|^{-1} \exp \left[-2k_j \int_0^z n''_{zj}(t) dt \right] \quad (8)$$

являются медленными функциями продольной координаты z . Выражение для I_j дано в Приложении 1.

Уравнение (4) дополнено условиями трансформации полей встречных волн при прохождении последних через соответствующие элементы резонатора, а также условиями воспроизводимости полей при полном проходе резонатора.

Распределения полей встречных волн нулевой моды ищем в следующем виде:

$$\psi_j(x, y, z) = \psi_{xj}(x, z) \psi_{yj}(y, z),$$

$$\psi_{xj}(x, z) = \exp \left(\pm P_{xj} + \frac{ix^2}{2q_{xj}} \right) = \frac{1}{\sqrt{m_{xj}}} \exp \frac{ix^2}{2q_{xj}}. \quad (9)$$

Аналогичная формула может быть записана и в координатной плоскости yz . Параметры q^{-1} и m_{pj} преобразуются по закону

$$q_{pj}^{-1}(z) = \frac{c_{pj}(z) + d_{pj}(z)q_{pj}^{-1}(0)}{a_{pj}(z) + b_{pj}(z)q_{pj}^{-1}(0)},$$

$$m_{pj} = a_{pj} + b_{pj}q_{pj}^{-1}(0) \quad (p = x, y). \quad (10)$$

Здесь $q_{pj}(0)$ – параметр q_{pj} в сечении $z = 0$.

Матрица преобразования параметров пучка при прохождении через продольно- и поперечно-неоднородную среду приведена в [16]. Ввиду ее сложности для выяснения физической причины невязанности воспользуемся приближением «короткой трубки». Физически это приближение означает, что на промежутке $h = H/L$ изменения $n_{zj}(z)$ и $n_{pj}(z)$ вдоль оси z пренебрежимо малы и можно заменить эти функции их значениями в точке z_0 и вос-

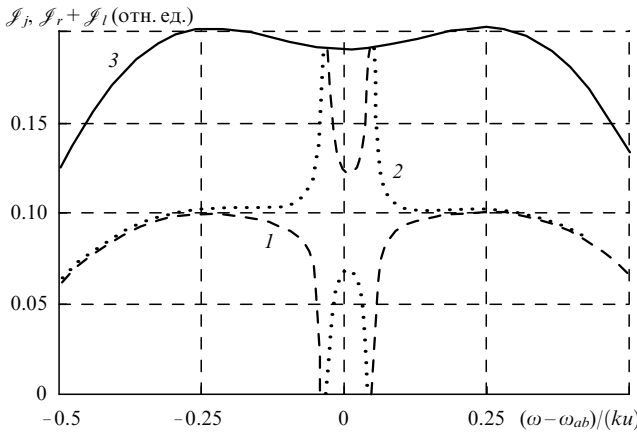


Рис.5. Зависимости интенсивностей \mathcal{I}_r (1) и \mathcal{I}_l (2) встречных волн и их суммы (3) от отстройки, полученные в модели гауссовых пучков в трехзеркальном резонаторе с одним сферическим зеркалом с радиусом $R = 1.2$ м и гауссовой диафрагмой с полушириной $a_x = a_y = 0.4$ мм, при $z_d = 0.5$ м, $L = 1$ м, $KH = 1.5$.

пользоваться известной матрицей [19, 20] для поперечно-неоднородной среды (см. Приложение 2). Вопрос о влиянии протяженности активной среды мы обсудим в отдельной работе.

Определив элементы A_{pj} , B_{pj} , C_{pj} , D_{pj} матрицы полного прохода резонатора встречными волнами (здесь матрица $ABCD$ есть произведение матриц $abcd$, описывающих отдельные элементы резонатора), найдем $G_{pj} = \frac{1}{2}(A_{pj} + D_{pj})$, а затем, используя условия периодичности, параметры

$$q_{pr,l}^{-1} = \pm \frac{D_{pj} - A_{pj}}{2B_{pj}} + i \frac{(1 - G_{pj})^{1/2}}{B_{pj}} = S_{pr,l} + iW_{pr,l}, \quad (11)$$

которые характеризуют кривизну s_{pj} ($S_{pj} = s_{pj}L$) волновых фронтов и их полуширины w_{pj} ($W_{pj} = 2L/kw_{pj}^2$). Вычислив с учетом (11) комплексное увеличение пучков m_{pj} (10) на длине резонатора, определим постоянные пространства для встречных волн

$$\Gamma_j = \frac{1}{2} \sum_{p=x,y} \Gamma_{pj} = \Gamma'_j + i\Gamma''_j, \quad \Gamma_{pj} = i \ln [G_{pj} \pm (G_{pj}^2 - 1)^{1/2}]. \quad (12)$$

Условия периодичности полей (4), которые мы запишем в виде [14]

$$\Gamma_j + k_j L \int_0^1 n_{zj}^{(3)} dz = 0, \quad n_{zj} = 1 + (\delta n'_{zj} + i\delta n''_{zj})/k_j, \quad (13)$$

приводят к уравнениям баланса фаз и амплитуд

$$\Gamma'_j + k_j L(1 + \delta n'_{zj} h) = 0, \quad \Gamma''_j + \delta n''_{zj} h = 0, \quad (14)$$

определяющим интенсивности и частоты генерации, где Γ'_j – дополнительные к геометрическому набегу фазовые набеги; Γ''_j – потери встречных волн в резонаторе, содержащем нелинейную активную среду.

На рис.5 представлены результаты численного расчета интенсивностей генерации. Видно, что суммарная безразмерная интенсивность $2\mathcal{I} = \mathcal{I}_r + \mathcal{I}_l$ имеет провал вблизи центра линии, типичный для интенсивности линейного лазера. Отчетливо видна асимметрия кривой, причем \mathcal{I} больше в низкочастотной области (при $\omega <$

ω_{ab}), что хорошо согласуется с результатами измерений, проведенных в [7]. Зависимость каждой из интенсивностей $\mathcal{I}_{r,l}$ от отстройки также имеет асимметричный характер. Для встречных волн эта асимметрия различна, что также согласуется с [7]. Появление амплитудной невязимости сопровождается частотной невязимостью.

Наблюдается также асимметрия области неустойчивости. Внутри этой области преимущество имеет мода с меньшей интенсивностью. При увеличении потерь может иметь место однонаправленная генерация слабой моды, что и зафиксировано в [21].

2. Приближение слабого возмущения

Покажем аналитически, что различие частот и интенсивностей встречных волн обусловлено различием их потерь и фазовых скоростей. Вычисления проведем для кольцевого лазера, резонатор которого, образованный произвольным числом зеркал, схематично изображен на рис.4. В качестве начального сечения выбрана середина слоя активной среды, что позволило в простой форме выделить в явном виде матрицу $A_{0p}B_{0p}C_{0p}D_{0p}$, соответствующую пустому резонатору (без среды и диафрагмы). В приближении слабого возмущения резонатора ($n_{pj} < N_p < 1$) представим Γ_j (13) в виде

$$\Gamma_{pj} = \Gamma_{p0} + \delta\Gamma_{pj}, \quad \Gamma_{p0} = i \ln [g_p + (g_p^2 - 1)^{1/2}] \\ = -(\arccos g_p + 2\pi q), \quad \delta\Gamma_{pj} = \delta\Gamma'_{pj} + i\Gamma''_{pj},$$

где g_p – параметр g невозмущенного резонатора; q – продольный индекс моды; выражения для $\delta\Gamma'_{pj}$ и Γ''_{pj} даны в Приложении 2.

Подставив n_{pj} (8) в (П2.5), нетрудно получить, что в случае слабого возмущения резонатора потери встречных волн с учетом членов, обусловленных поперечной неоднородностью нелинейной среды, есть

$$\varepsilon_r = \Gamma_r'' = \varepsilon_d - KH [(\beta_r'' \mathcal{I}_r W_r + \theta_l'' \mathcal{I}_l W_l) W_{0p}^{-1} \mu_{1p} \\ + (\beta_r' \mathcal{I}_r W_r + \theta_l' \mathcal{I}_l W_l) W_{0p}^{-1} N_p \mu_{2p}], \quad (15)$$

где

$$\varepsilon_d = \sum_{p=x,y} (w_{0p}/a_p)^2 \mu_{3p}$$

– потери резонатора, вносимые гауссовой диафрагмой; w_{0p} – полуширина пучка в опорном сечении без учета возмущения. Параметры μ_{ip} ($i = 1, 2, 3$) определяются геометрией резонатора (см. (П2.6)).

Подставив выражения (15) и (П2.4) в уравнения (14), получим систему связанных уравнений для безразмерных интенсивностей и частот встречных волн:

$$\eta_r = \mathcal{I}_r (\beta_r'' v_{1r} - \beta_r' v_{2r}) + \mathcal{I}_l (\theta_l'' v_{1l} - \theta_l' v_{2l}), \quad (16)$$

$$\omega_r = \Omega - \frac{c}{L} KH [\mathcal{I}_r (\beta_r' v_{1r} + \beta_r'' v_{2r}) + \mathcal{I}_l (\theta_l' v_{1l} + \theta_l'' v_{2l})]. \quad (17)$$

Здесь η_j – относительное превышение ненасыщенного усиления над линейными потерями (1);

$$\Omega = (c/2L) \sum_{p=x,y} \Gamma_{p0}$$

– частота невозмущенного резонатора;

$$v_{1r,l} = v_1 \mp \sum_{p=x,y} \mu_{1p} \Delta W_p / W_{0p}; \quad (18)$$

$$v_1 = 1 - \sum_{p=x,y} \mu_{1p} (1 + \delta W_p / W_{0p});$$

$$v_{2r,l} = v_2 \pm \sum_{p=x,y} \mu_{2p} N_p \Delta W_p / W_{0p}; \quad (19)$$

$$v_2 = \sum_{p=x,y} \mu_{2p} N_p (1 + \delta W_p / W_{0p}).$$

Параметры W_{pj} (11) мы представили в виде $W_{pr,l} = W_{0p} + \delta W_p \pm \Delta W_p$, где δW отвечает за взаимную, а ΔW – за невязимную деформацию полей встречных волн поперечной неоднородностью среды и диафрагмой. В случае слабого возмущения резонатора величина δW определяется, в основном, вещественной частью показателя преломления, т. е. имеет нечетную зависимость от отстройки, в то время как ΔW определяется положением и размерами диафрагмы и мнимой частью показателя преломления, а ее частотно-зависимая составляющая имеет четную зависимость от отстройки.

Из уравнений (16) найдем интенсивности встречных волн и с учетом соотношений (18), (19) представим их в виде

$$\mathcal{I}_r = \mathcal{I} + \Delta \mathcal{I}, \quad \mathcal{I}_l = \mathcal{I} - \Delta \mathcal{I},$$

где

$$\mathcal{I} = \eta \frac{1}{(\beta'' + \theta'')v_1 - (\beta' + \theta')v_2}; \quad (20)$$

$$\Delta \mathcal{I} = \eta \sum_{p=x,y} \frac{\Delta W_p}{W_{0p}} \frac{(\beta'' - \theta'')\mu_{1p} + (\beta' - \theta')\mu_{2p}N_p}{(\beta''v_1 - \beta'v_2)^2 - (\theta''v_1 - \theta'v_2)^2}. \quad (21)$$

Подставив эти соотношения в (15), получим, что потери встречных волн в резонаторе с нелинейной средой различны:

$$\varepsilon_{r,l} = \varepsilon \pm \Delta \varepsilon,$$

где

$$\Delta \varepsilon = -KH \mathcal{I} \sum_{p=x,y} \frac{\Delta W_p}{W_{0p}} \left(1 + \frac{W_p \Delta \mathcal{I}}{\mathcal{I} \Delta W_p} \right) \times \left[(\beta'' - \theta'')\mu_{1p} + (\beta' - \theta')\mu_{2p}N_p \right], \quad (22)$$

$$\frac{W_p \Delta \mathcal{I}}{\mathcal{I} \Delta W_p} = \frac{W_p}{W_{0p}} \frac{(\beta'' - \theta'')\mu_{1p} + (\beta' - \theta')\mu_{2p}N_p}{(\beta'' - \theta'')v_{1p} - (\beta' - \theta')v_{2p}}. \quad (23)$$

Из этих соотношений следует, что $\Delta \varepsilon$ пропорционально интенсивности генерации и определяется невязимной деформацией распределений полей встречных волн. Взаимная часть потерь

$$\varepsilon = \varepsilon_d - KH \mathcal{I} \sum_{p=x,y} (W_p / W_{0p}) [(\beta'' + \theta'')\mu_{1p} + (\beta' + \theta')\mu_{2p}N_p]. \quad (24)$$

С учетом (20), (21) из уравнений (17) нетрудно получить, что

$$\omega_r - \omega_l = -(\alpha - \varepsilon) \frac{c}{2L} \times \sum_{p=x,y} \frac{\Delta W_p}{W_{0p}} N_p \mu_{2p} v_{1p} \frac{(\beta' - \theta')^2 + (\beta'' - \theta'')^2}{(\beta''v_1 - \beta'v_2)^2 - (\theta''v_1 - \theta'v_2)^2}. \quad (25)$$

Таким образом, установлено, что неравенство поперечных распределений полей встречных волн из-за дифракции на диафрагме и активной среде приводит к неравенству насыщения поперечных составляющих комплексных коэффициентов преломления (7) для встречных волн, отвечающих за линзоподобные и диафрагмирующие свойства активной среды. В резонаторе со сферическими зеркалами это приводит к неравенству нелинейных потерь и фазовых скоростей встречных волн, что вызывает частотную (25) и амплитудную (21) невязимности, которые являются сложными функциями параметров, определяющих геометрию резонатора и свойства активной среды. И если амплитудная невязимность (21) – четная (хотя и асимметричная) функция отстройки, то частотная невязимность (25) может иметь как четную, так и нечетную зависимость от $\omega - \omega_{ab}$. Характер зависимости определяется геометрией резонатора и параметром v_1 (18).

Различие экспериментальных кривых, приведенных в [4] и [7], связано, с нашей точки зрения, с различием диаметров разрядных трубок (3 мм в [4] и 6 мм в [7]). Действительно, в трубках малого диаметра сильнее проявляется линейный эффект газовой линзы, возникающий из-за поперечно-неоднородного распределения плотности возбуждения (действие этого механизма исследовано в [16]) и влияния разъюстировки резонатора. В [4, 7] использовались трехзеркальные резонаторы.

Известно, что резонатор с нечетным числом зеркал устойчив к разъюстировке [19]. Перемещение диафрагмы перпендикулярно плоскости резонатора с широкой трубкой эквивалентно использованию симметричной диафрагмы с меньшими размерами. Однако при малом диаметре разрядной трубки даже небольшие разъюстировки могут привести к необходимости учета лэнгмюровских потоков [22], существование которых создает дополнительную фазовую невязимность. Именно преобладание фазового механизма невязимности наблюдается в [4], в то время как в [7] основную роль играет разность потерь встречных волн.

Уравнение (20) описывает форму лэмбовского провала и показывает, что глубина провала кривой суммарной интенсивности $2\mathcal{I}$ (рис.5), который наблюдается вблизи центра линии, зависит от степени насыщения потерь. «Диафрагма насыщения», уменьшая потери (24), тем самым влияет на глубину провала в кривой интенсивности (20) (через v_{1p}). Член, пропорциональный v_{2p} (19), описывает асимметрию провала, связанную с асимметричным характером суммарных потерь (24): «линза насыщения» изменяет поперечные распределения полей встречных волн согласно дисперсионному закону, благодаря чему потери на диафрагме преобретают дополнительную, нечетную по отстройке составляющую. Влияние нелинейной линзы на потери проявляется только при учете мультипликативного действия диафрагмы и поперечной неоднородности среды на собственные колебания резонатора.

Приложение 1

Здесь приведены расчеты поляризации среды двух-уровневых атомов, полученные в стандартных приближениях [12] в третьем порядке теории возмущений по малому параметру. Можно показать, что

$$I_j = \frac{(\gamma_a + \gamma_b)d^2|E_{0j}|^2}{\gamma_a\gamma_b\gamma_{ab}\hbar^2}, \quad (\text{П1.1})$$

где d – дипольный момент; γ_{ab} – полуширина однородной линии перехода $a \leftrightarrow b$; γ_a, γ_b – полуширины уровней a и b ; $j = r, l$ – индексы встречных волн; $P_r(r) = (\kappa + \chi)E_r(r)$ – поляризация.

Линейная часть поляризуемости среды κ определяется следующими соотношениями:

$$2\pi\kappa = -KZ(\zeta)/k, \quad K = 2\pi d^2 N / (\hbar\omega), \quad (\text{П1.2})$$

где

$$Z(\zeta) = 2i \int_0^\infty \exp(-\rho^2 + 2i\rho\zeta) d\rho$$

– плазменная функция;

$$\zeta = \frac{\omega - \omega_{ab}}{ku} + \frac{i\gamma_{ab}}{ku};$$

ku – полуширина доплеровского контура; k – волновое число.

Нелинейная часть поляризуемости волны r

$$\begin{aligned} 2\pi\chi^{(3)} = & K \frac{2id^2}{k\hbar^2\gamma_a} \frac{4}{(ku)^2} \\ & \times \int_0^\infty d\rho_1 \int_0^\infty d\rho_2 \int_0^\infty d\rho_3 \exp\left[-\frac{2(\rho_1 + \rho_3)\gamma_{ab}}{ku} - \frac{2\rho_2\gamma_a}{ku}\right] \\ & \times \left\{ |E_{0r}|^2 |\psi_r|^2 \exp\left(-2k \int n''_{zr} dz\right) \left\{ \exp[-(\rho_1 - \rho_3)^2 + 2i\xi_r(\rho_1 - \rho_3)] + \exp[-(\rho_1 + \rho_3)^2 + 2i\xi_r(\rho_1 + \rho_3)] \right\} \right. \\ & + |E_{0l}|^2 |\psi_l|^2 \exp\left(-2k \int n''_{zl} dz\right) \left\{ \exp[-(\rho_1 - \rho_3)^2 + 2i\xi_r\rho_1 + 2i\xi_l\rho_3] + \exp[-(\rho_1 + \rho_3)^2 + 2i\xi_r\rho_1 - 2i\xi_l\rho_3] \right\} \\ & + \exp[-(\rho_1 + 2\rho_2 + \rho_3)^2 + 2i\xi_r\rho_1 + 2i\xi_l\rho_2 - 2i\xi_l\rho_3] \\ & \left. + \exp[-(\rho_1 + 2\rho_2 + \rho_3)^2 + 2i\xi_r(\rho_1 + \rho_3) + 2i\xi_r\rho_2] \right\} + M(a \rightarrow b) = \frac{1}{k} K \left[\beta_r I_r |\psi_r|^2 \exp\left(-2k \int n''_{zr} dz\right) \right. \\ & \left. + \theta_l I_l |\psi_l|^2 \exp\left(-2k \int n''_{zl} dz\right) \right]. \quad (\text{П1.3}) \end{aligned}$$

Здесь $M(a \rightarrow b)$ – предыдущее выражение, в котором γ_a заменено на γ_b ;

$$\beta_r = iZ''(\zeta_r) + 2i \frac{\gamma_{ab}}{ku} [1 + \zeta_r Z(\zeta_r)]; \quad (\text{П1.4})$$

$$\theta_r = \sum_{l=1}^4 \theta_{rl}; \quad \theta_{r1} = \frac{1 + i\Delta}{2(1 + \Delta^2)} [Z(\zeta_r) + Z(\zeta_l)];$$

$$\theta_{r2} = -\frac{i}{2\Delta} [Z(\zeta_r) + Z^*(\zeta_l)]; \quad (\text{П1.5})$$

$$\begin{aligned} \theta_{r3} = & \frac{\gamma}{\gamma_{ab}} \frac{p}{4} \sum_{n=a,b} |v_n|^{-2} \left\{ Z(\zeta_{rl}^{(n)}) \right. \\ & \left. - [Z(\zeta_r) - Z^*(\zeta_l)]/2 - \alpha_n \theta_{r2} \right\}; \quad (\text{П1.6}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_{r4} = & \frac{\gamma}{\gamma_{ab}} \frac{p}{4} \sum_{n=a,b} |v_n|^{-2} \left\{ Z(\zeta_r) \left[1 - \frac{2\gamma_{ab}^2}{(ku)^2} v_n v \right] \right. \\ & \left. - Z(\zeta_{rl}^{(n)}) + \frac{2v_n \gamma_{ab}}{ku} \right\}; \quad (\text{П1.7}) \end{aligned}$$

$$\zeta_j = \xi_j + \frac{i\gamma_{ab}}{ku} \quad (j = r, l); \quad \zeta_{rl}^{(a,b)} = \xi_{rl} + \frac{i\gamma_{a,b}}{2ku}; \quad (\text{П1.8})$$

$$\xi_j = \frac{\omega_j - \omega_{ab}}{ku}; \quad \xi_{rl} = \frac{\xi_r - \xi_l}{2}; \quad \xi = \frac{\xi_r + \xi_l}{2} = \frac{\Delta\gamma_{ab}}{ku};$$

$$v = \Delta + i; \quad v_{a,b} = \Delta + i\alpha_{a,b}; \quad \alpha_{a,b} = 1 - \frac{\gamma_{a,b}}{2\gamma_{ab}}; \quad (\text{П1.9})$$

$$p = \frac{\gamma_a \gamma_b}{\gamma^2}; \quad \gamma = \frac{\gamma_a + \gamma_b}{2}.$$

Приложение 2

Матрица резонатора с гауссовой диафрагмой и плоскопараллельным слоем квадратично-неоднородной активной среды длиной $h = H/L$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} A_{pr} & B_{pr} \\ C_{pr} & D_{pr} \end{pmatrix} = & \begin{pmatrix} \cosh \sqrt{n_{pj}} \frac{h}{2} & \frac{1}{\sqrt{n_{pj}}} \sinh \sqrt{n_{pj}} \frac{h}{2} \\ \sqrt{n_{pj}} \sinh \sqrt{n_{pj}} \frac{h}{2} & \cosh \sqrt{n_{pj}} \frac{h}{2} \end{pmatrix} \\ & \times \begin{pmatrix} 1 & z_d - \frac{h}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2iN_p & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -z_d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{0p} & B_{0p} \\ C_{0p} & D_{0p} \end{pmatrix} \quad (\text{П2.1}) \\ & \times \begin{pmatrix} 1 & -\frac{h}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cosh \sqrt{n_{pj}} \frac{h}{2} & \frac{1}{\sqrt{n_{pj}}} \sinh \sqrt{n_{pj}} \frac{h}{2} \\ \sqrt{n_{pj}} \sinh \sqrt{n_{pj}} \frac{h}{2} & \cosh \sqrt{n_{pj}} \frac{h}{2} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Первая матрица соответствует слою активной среды [19] длиной $h/2$, вторая – свободному промежутку, третья – гауссовой диафрагме ($N_p = L/(ka_p^2)$, a_p – полуширины диафрагмы в направлениях соответствующих осей) и т. д. Коэффициенты n_{pj} определены формулой (7).

В случае, когда возмущающие резонатор параметры малы ($n_{pj} < N_p < 1$), вычисляя элементы матрицы (П2.1) с точностью до членов, линейных по $n_{pj}h$ и квадратичных по N_p , с учетом членов порядка $n_{pj}hN_p$ определим параметр g резонатора:

$$G_{pj} = \frac{A_{pj} + D_{pj}}{2} = g_p + \delta g_p, \quad g_p = \frac{A_{0p} + B_{0p}}{2}, \quad (\text{П2.2})$$

$$\delta g_p = iN_p f_5 + n_p h f_3 + iN_p n_p h f_4,$$

$$f_1 = A_{0p} - C_{0p} z_d,$$

$$f_2 = B_{0p} - D_{0p} z_d,$$

$$f_3 = 0.5(B_{0p} - C_{0p} h^2 / 12), \quad (\text{П2.3})$$

$$f_4 = f_2 z_d - f_1 h^2 / 12,$$

$$f_5 = B_{0p}(1 + 2z_d S_{0p} - z_d^2 C_{0p} / B_{0p}),$$

$$S_{0p} = (D_0 - A_0) / (2B_{0p}).$$

Предполагая малость $\delta g_p g_p / (1 - g_p^2)$, найдем параметр $\delta \Gamma_p = \delta \Gamma'_p + i\Gamma''_p$, входящий в выражение (12):

$$\delta \Gamma'_{pj} = (2W_{0p})^{-1} \left[n'_{pj} h \mu_{1p} - n''_p h N_p \mu_{2p} - \frac{|g_p|}{(1 - g_p^2)^{1/2}} N_p^2 W_{0p}^{-1} \tilde{f}_{5p} \right], \quad (\text{П2.4})$$

$$\Gamma''_{pj} = (2W_{0p})^{-1} (N_p \mu_{3p} + n''_{pj} h \mu_{1p} + n'_{pj} h N_p \mu_{2p}), \quad (\text{П2.5})$$

где

$$\mu_{1p} = \tilde{f}_{3p}(1 + 2W_{0p}^{-1} \tilde{f}_{5p}); \quad \mu_{2p} = \tilde{f}_{4p} + 2W_{0p}^{-1} |g_p| \tilde{f}_{3p} \tilde{f}_{5p};$$

$$\mu_{3p} = \tilde{f}_{5p}(1 + N_p W_{0p}^{-1} \tilde{f}_{5p}); \quad W_{0p} = (g_p^2 - 1)^{1/2} / B_{0p};$$

$$\tilde{f}_i = f_i / B_{0p} \quad (i = 1, \dots, 5). \quad (\text{П2.6})$$

1. Cheo P.K., Cooper H.G. *Appl.Phys.Letts*, **6**, 177 (1965).
2. Moss T.S., Burnell C.J., Hetherington A. *Proc.Roy.Soc.A*, **308**, 125 (1968).
3. Hetherington A., Burnell C.J., Moss T.S. *Infrared Phys.*, **9**, 109 (1969).
4. Андропова И.А., Берштейн И.Л. *ЖЭТФ*, **57**, 100 (1969).
5. Валуев А.Д., Савранский С.А., Савушкин А.Ф., Шокин Б.А. *Оптика и спектроскопия*, **29**, 410 (1970).
6. Бурнашев М.Н., Филатов Ю.В. *Оптика и спектроскопия*, **35**, 577 (1973).
7. Bretenaker F., Lepine B., Le Calver A., Adam O., Tache J.-P., Le Floch A. *Phys.Rev.A*, **47**, 543 (1993).
8. Garside V.K. *IEEE J.Quantum Electron.*, **4**, 940 (1968).
9. Ананьев Ю.А., Винокуров Г.И. *ЖТФ*, **39**, 1327 (1969).
10. Lee H.H., Atwood J.G. *IEEE J.Quantum Electron.*, **2**, 235 (1966).
11. Hutching T.J., Winocur J., Durrett R.H., Jacobs E.D., Zingery W.L. *Phys.Rev.A*, **152**, 467 (1966).
12. Lamb W.E. *Phys.Rev.*, **134**, 1429 (1964).
13. Aronowith F. *Phys.Rev.A*, **139**, 635 (1965).
14. Ради́на Т.В. *Оптика и спектроскопия*, **80**, 862 (1996).
15. Radina T.V. *Techn.Digest Conf.Lasers and Electro-Optics Europe* (Hamburg, Germany, 1996, p.170).
16. Ради́на Т.В. *Оптика и спектроскопия*, **87**, 836 (1999); **88**, 142 (2000).
17. Бабич В.М., Буддырев В.С. *Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн* (М., Наука, 1972).
18. Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И. *Геометрическая оптика неоднородных сред* (М., Наука, 1980).
19. Ананьев Ю.А. *Оптические резонаторы и лазерные пучки* (М., Наука, 1990).
20. Коваленко Е.С. *Квантовая электроника*, **3**, 433 (1976).
21. Андропова И.А., Берштейн И.Л., Маркелов Н.А. *Квантовая электроника*, **3**, 645 (1974).
22. Podgorski T.J., Aronowith F. *IEEE J.Quantum Electron.*, **4**, 11 (1968).

TV.Radina, A.F.Stankevich. Mechanism of the appearance of a diffractive nonreciprocity in a ring gas laser.

It is shown theoretically that diffraction leads to a difference between the losses and phase velocities of counterpropagating waves in ring gas lasers. This is the cause of the appearance of the amplitude and frequency nonreciprocity of these waves..