

Механизм дифракционной невязимности встречных волн в кольцевом газовом лазере

Е.Б.Пелюхова, Э.Е.Фрадкин

Рассмотрен механизм возникновения дифракционной невязимности встречных волн в газовом кольцевом лазере. Получены формулы для разности их частот и интенсивностей, зависимости которых от расстройки совпадают с полученными ранее и согласуются с экспериментом. Найдены явные зависимости разности частот и интенсивностей встречных волн от размера диафрагмы и сечений гауссовых пучков, падающих на нее.

Ключевые слова: кольцевой газовый лазер, дифракционная невязимность.

Введение

Цель настоящей работы – выявление механизма дифракционной невязимности [1, 2] встречных волн в одномодовом кольцевом газовом лазере. Из экспериментов следует, что имеет место связь между расщеплением частоты генерации встречных волн и неравенством их интенсивностей [3–5]. Таким образом, частотная невязимность резонатора по существу имеет энергетическую природу и связана с невязимным преобразованием энергии во встречных направлениях. Связь между амплитудными и частотными характеристиками поля генерации описывается нелинейными динамическими уравнениями, в силу чего эффекты насыщения (нелинейность активной среды, обусловленная «самовоздействием» поля) должны играть активную роль в процессе формирования амплитудно-частотной невязимности. Наблюдаемая в эксперименте прямая зависимость частотного расщепления встречных волн от средней интенсивности стационарной генерации непосредственно указывает на нелинейный характер амплитудно-частотной невязимности.

В [1, 2] была разработана теория дифракционной невязимности встречных волн кольцевого лазера. Во главу угла был поставлен эффект дифракционного расщепления поперечной структуры встречных волн, ведущий к невязимности нелинейной поляризуемости среды для встречных направлений, что и вызывает амплитудно-частотное расщепление поля стационарной одномодовой генерации. Аналитические исследования, выполненные для наинизшей поперечной моды TEM_{00q} , дали следующее выражение для частотного расщепления встречных волн в кольцевом газовом лазере:

$$\begin{aligned} \omega_1 - \omega_2 &= -\frac{c}{L} \frac{N_d I \left[(\beta'' - \theta'')^2 + (\beta' - \theta')^2 \right]}{\beta'' - \theta''} \\ &= -\frac{c}{L} \frac{N_d I |\beta - \theta|^2}{\beta'' - \theta''}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\beta = \beta' + i\beta''$; $\theta = \theta' + i\theta''$ – комплексные коэффициенты само- и кросс-насыщения*; I – средняя интенсивность генератора; L – периметр резонатора; c – скорость света в вакууме; N_d – множитель, определяемый эффектами поперечной неоднородности поля. Сложная методика расчета, основанная на разложении дифракционных искажений по поперечным модам пассивного резонатора, не позволяла определить аналитическую зависимость коэффициента N_d от апертуры диафрагмы, однако численные расчеты давали качественное совпадение с экспериментальными данными [3–5]. Характерной является зависимость расщепления $\Delta\omega$ от разности $|\beta - \theta|^2$.

В работе [6] для лазерного поля исследуется задача, в которой амплитудно-фазовые уравнения стационарной генерации получаются из условия совпадения полей на «входе» и «выходе» кольцевого резонатора с нелинейной активной средой при одном обходе. Согласно полученным в [6] результатам, дифракционное расщепление поперечной структуры встречных волн ведет лишь к неравенству их интенсивностей, но не к частотному расщеплению. Этот парадоксальный вывод, по существу разрывающий связь между частотной и энергетической невязимностью, на наш взгляд, связан с неправильным построением в [6] матрицы обхода активного резонатора и с вытекающими отсюда неверными уравнениями стационарной генерации. Несмотря на это, работа [6] интересна тем, что заостряет вопрос о механизме преобразования пространственной невязимности в амплитудно-частотную.

В настоящей работе показано, что в этом механизме ключевую роль играет природа возникновения пространственной невязимности, ее взаимосвязь с энергетической необратимостью динамической системы. Именно такая взаимосвязь возникает в процессе диафрагмирования поля как щелью, так и наведенной апертурой – поперечно-неоднородной нелинейной активной средой. Специфика дифракции заключается в том, что она одновременно является и фактором, формирующим состояние светового пучка (его пространственную структуру), и необратимым преобразователем (диссипатором) энер-

НИИ физики Санкт-Петербургского университета, Россия, 198904 Петродворец, Ульяновская ул., 1

Поступила в редакцию 20 июля 1999 г., после доработки – 10 декабря 1999 г.

* Здесь и в разд.5 и 6 штрихи обозначают действительную и мнимую части комплексных параметров, в остальном тексте статьи штрихи обозначают дифференцирование по продольной координате z .

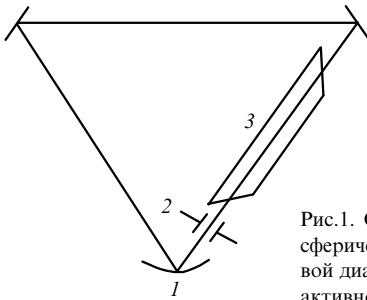


Рис.1. Схема кольцевого лазера со сферическим зеркалом 1, гауссовой диафрагмой 2 и квадратичной активной средой 3.

гии, действие которого зависит от поперечного распределения поля. В результате такого взаимодействия пространственная структура «вплетается» в энергочастотные характеристики поля и, следовательно, в уравнения стационарной генерации. Поскольку и дифракция, и нелинейность являются атрибутами лазера, обусловленную ими невязанность можно отнести к «имманентному нарушению симметрии» активного резонатора.

В данной работе, как и в [1, 2, 6], рассматривается одномодовый кольцевой газовый лазер с гауссовой диафрагмой и квадратичной активной средой, не искажающей пространственную структуру TEM_{00q} -моды (рис.1). Стационарный режим генерации трактуется в динамическом аспекте – как неподвижная точка дискретного динамического оператора \hat{M} , определяемого $ABCD$ -матрицей преобразования гауссова пучка при полном обходе резонатора. В такой интерпретации изменение поля за проход (постоянная резонатора) выступает как показатель Флоке, соответствующий неподвижной точке преобразования \hat{M} . Рассмотрение кольцевого лазера как дискретной динамической системы позволяет выявить коренную взаимосвязь дифракционной невязанности с энергетической необратимостью, обусловленной диссипацией.

1. Гауссов пучок в активной среде

Электрическое поле в среде в рамках классической теории описывается вектором электрической индукции $D = E + 4\pi P$, где E – напряженность поля, P – поляризация среды. В условиях квазинейтральности $\nabla D = 0$ векторы E и P подчиняются волновому уравнению

$$\Delta E + 4\pi \nabla(\nabla P) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 (E + 4\pi P)}{\partial t^2} = 0. \tag{2}$$

Для одномодовой стационарной генерации

$$E = \vec{E}(x, y, z) \exp(-i\omega t) + \text{компл. сопр.}, \tag{3}$$

$$P = \vec{P}(x, y, z) \exp(-i\omega t) + \text{компл. сопр.}$$

Поляризация неоднородно уширенной газовой среды в пренебрежении поперечной пространственной дисперсией может быть представлена в виде [2]

$$\vec{P} = \kappa \vec{E}(x, y, z) + \text{компл. сопр.}, \tag{4}$$

где $\kappa = K\chi/2\pi k$ – поляризуемость нелинейной среды на рабочем переходе; $k = \omega/c$; K – коэффициент усиления на единицу длины среды; $\chi \sim 1$ – безразмерная поляризуемость. Для пучка диаметром w в пренебрежении величи-

нами порядка $(kw)^{-4}$ уравнение (2) в стационарном случае переходит в скалярное уравнение Гельмгольца

$$[\Delta + k^2(1 + 2\chi K/k)] E = 0, \tag{5}$$

которое в эйкональном представлении $E = E_0 \exp[i\Psi(x, y, z)]$ имеет вид

$$i\Delta\Psi - |\nabla\Psi|^2 + k^2(1 + 2\chi K/k) = 0. \tag{6}$$

Дифракционные эффекты описываются диффузионным членом $i\Delta\Psi$. Согласно (6), его относительный вклад в эйконал составляет $\Delta\Psi/k^2 \sim (1/kw)^2$. Ограничиваясь рассмотрением наименьшей моды резонатора, представим поле E в виде [7]

$$E = E(z) \exp[i\Psi(x, y, z; z_0)], \tag{7}$$

$$\Psi(x, y, z; z_0) = \frac{x^2 Q_x(z) + y^2 Q_y(z)}{2} + \int_{z_0}^z f(z) dz,$$

где z_0 – положение опорной плоскости на оси z ; $f(z)$ – некоторая комплексная функция, определенная ниже. Комплексные функции Q_x, Q_y – большие (по модулю) величины, причем $Q_x, Q_y \rightarrow \text{const}$ при $k \rightarrow \infty$.

Подставим (7) в (6) и разделим слагаемые на зависящие и не зависящие от поперечных координат. Положив константу разделения равной нулю (т.к. речь идет о TEM_{00q} -моды), получим

$$i(Q_x + Q_y) + if' - f^2 + k^2[1 + 2\chi(z)K/k] = 0, \tag{8}$$

$$x^2 \left(fQ'_x + Q_x^2 - i\frac{Q''_x}{2} \right) + y^2 \left(fQ'_y + Q_y^2 - i\frac{Q''_y}{2} \right) + \frac{1}{4} (x^2 Q'_x + y^2 Q'_y)^2 - 2\chi(x, y, z) Kk = 0, \tag{9}$$

где $\chi(z), \chi(x, y, z)$ – соответствующие составляющие поляризуемости

$$\chi = \chi(z) + \chi(x, y, z). \tag{10}$$

Решение (8) будем искать в виде асимптотического разложения по $1/k$:

$$f(z) = kf_0 + f_1 + O(1/k). \tag{11}$$

Подставляя (11) в (8), находим $f_0 = (-1)^{j+1}$;

$$f_1 = K_j \chi_j(z) + \frac{i}{2k_j} (Q_x + Q_y) = K_j \chi_j(z) + \frac{i}{2} (\xi_{xj} + \xi_{yj}), \quad j = 1, 2, \tag{12}$$

где

$$K_j = f_{0j} K = (-1)^{j+1} K; \quad \xi_{pj} = Q_p/k_j; \quad k_j = f_{0j} k = (-1)^{j+1} k; \tag{13}$$

индекс j нумерует встречные волны. С учетом (12), (13) выражение для поля (7) принимает вид астigmaticского гауссова пучка TEM_{00q} -моды кольцевого резонатора:

$$E = \sum_{j=1}^2 E_{0j}(z_{0j}) \frac{\exp [ik_j (\xi_{xj} x^2 + \xi_{yj} y^2)/2]}{(m_{xj} m_{yj})^{1/2}} \times$$

$$\times \exp \left[i \int_{z_{0j}}^z K_j \chi_j dz + ik_j(z - z_{0j}) \right], \quad m_{pj} = \int_{z_{0j}}^z \xi_{pj} dz; \quad (14)$$

комплексные параметры ξ_x, ξ_y определяют кривизны (S_x, S_y) и диаметры (w_x, w_y) падающих на диафрагму пучков: $\xi_{pj} \equiv S_{pj} + 2i/(k_j w_{pj}^2)$. Переход от «прямой» волны к «обратной» соответствует переходу к комплексно-сопряженной переменной ξ ($\xi \rightarrow \xi^*$), определяющей пространственную структуру пучка.

Подставляя (12) и (13) в (8), получаем уравнение для фазовых переменных ξ_x, ξ_y , которое в интересующей нас области $x, y \leq w$ приводится к виду

$$x^2 \{ \xi'_{xj} + \xi_{xj}^2 + O[(kw)^{-2}] \} + y^2 \{ \xi'_{yj} + \xi_{yj}^2 + O[(kw)^{-2}] \} - 2\chi_j(x, y, z)K_j/k_j = 0. \quad (15)$$

Это уравнение параболического приближения, модифицированное для случая среды с очень слабой поляризуемостью ($K/k \sim (kw)^{-2}$). Эффекты насыщения, согласно (14), имеют гауссову структуру с апертурой, определяемой диаметром пучка w .

Поляризуемости среды для встречных волн имеют вид

$$\chi_j = \chi_j^{(1)} + \sum_{n=1}^2 \beta_{jn} |E_n|^2$$

и, следовательно, приводят к искажению гауссовой структуры поля [7]. Только для приосевой части пучка при $x \ll w_x, y \ll w_y$ нелинейная среда является приближенно квадратичной:

$$\chi_j = \chi_j^{(1)} + \sum_{n=1}^2 \chi_{jn} \left(1 - \frac{2x^2}{w_{xn}^2} - \frac{2y^2}{w_{yn}^2} \right), \quad (16)$$

$$\chi_{jn} = \beta_{jn} |E(z_{0n})|^2 \exp \left[- \int_{z_{0n}}^z \operatorname{Re}(\xi_{xn} + \xi_{yn}) dz - 2 \int_{z_{0n}}^z K_n \operatorname{Im} \chi_n^{(1)}(z) dz \right].$$

При $\chi_{nj} \gg (w/r)^2$ (r – радиус газоразрядной трубки) эффекты наведенной полем поперечной неоднородности среды преобладают над эффектами неоднородности линейной среды [8]. В случае $w \ll r$ это неравенство выполняется уже при достаточно малых мощностях накачки. В дальнейшем при вычислении поперечной неоднородности среды будем учитывать только нелинейные члены.

Подставляя (16) в (15), получаем уравнение для параметров ξ_{pj} , определяющих поперечную структуру каждого из встречных пучков $j = 1, 2$ в приосевой области:

$$\xi'_{pj} + \xi_{pj}^2 + \sigma_{pj}(z) = 0, \quad \sigma_{pj}(z) = \sum_{n=1,2} \frac{4\chi_{jn}K_j}{k_j w_{pn}^2(z)}, \quad p = x, y. \quad (17)$$

Формально (17) имеет вид уравнения Риккати, однако каждый из коэффициентов σ_{pj} зависит от ξ_{p1} и ξ_{p2} . Параметр σ_{pj} описывает распределенную оптическую систему, причем $\operatorname{Re} \sigma_{pj}$ играет роль распределенной идеальной линзы [9], а $\operatorname{Im} \sigma_{pj}$ – распределенной гауссовой диафрагмы. Условие малости возмущения пучка такой системой выражается неравенством

$$\left| \int_l \sigma_{pj} dz \right| \ll |\xi_{pj}|, \quad (18)$$

где l – длина активной среды.

2. Построение лучевой матрицы для линзоподобной активной среды

Подстановка $\xi = \partial(\ln m)/\partial z$ трансформирует (17) к виду (индексы p, j опускаем)

$$m'' + \sigma m = 0, \quad m(z_0) = 1. \quad (19)$$

Пусть m_1, m_2 – два линейно независимых решения этого уравнения, удовлетворяющих условиям

$$\begin{pmatrix} m_1(z_0) \\ m_1'(z_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} m_2(z_0) \\ m_2'(z_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Тогда решения для m и ξ принимают вид

$$m = m_1 + m_2 \xi_0 = a + b \xi_0, \quad (21)$$

$$\xi = \frac{m_1' + m_2' \xi_0}{m_1 + m_2 \xi_0} = \frac{c + d \xi_0}{a + b \xi_0}.$$

Здесь $\xi_0 = \xi(z)$ – величина ξ в опорной плоскости $z = z_0$. Формально решения (21) есть обычное $ABCD$ -решение для гауссова пучка [7].

Функции m_1, m_2 будем искать методом последовательных приближений по σ . При $\sigma = 0$ имеем $m_1 = 1, m_2 = z - z_0$. Подставляя эти решения в уравнение (19), находим

$$m_1' = - \int_{z_0}^z \sigma dz, \quad m_2' = 1 - \int_{z_0}^z \sigma(z - z_0) dz,$$

$$m_1 = 1 - \int_{z_0}^z dz' \int_{z_0}^{z'} \sigma dz''$$

$$= 1 - (z - z_0) \int_{z_0}^z \sigma dz' + \int_{z_0}^z \sigma(z' - z_0) dz', \quad (22)$$

$$m_2 = (z - z_0) - \int_{z_0}^z dz' \int_{z_0}^{z'} \sigma(z'' - z_0) dz'' = (z - z_0)$$

$$- (z - z_0) \int_{z_0}^z \sigma(z' - z_0) dz' + \int_{z_0}^z \sigma(z' - z_0)^2 dz',$$

где двукратные интегралы переводятся в однократные с помощью интегрирования по частям. При выполнении условия (18) можно ограничиться линейным по интенсивности приближением (22), в котором параметры пучков, входящие в σ (см. (16), (17)), определяются для пассивной системы ($\sigma = 0$). При этом унимолярность $ABCD$ -матрицы сохраняется в том же порядке точности: $\Delta = AD - CB = m_1 m_2' - m_1' m_2 = 1 + O(\sigma^2)$. Комплексный характер матрицы (22) указывает на необратимые потери энергии, обусловленные рассеянием света на поперечных неоднородностях среды.

Обратим внимание на то, что матрицы прохода всей среды встречными волнами ($j = 1, 2$) имеют структуру прямой и обратной матриц, для которых

$$a_{pj}(\sigma_{pj}) = d_{p3-j}(\sigma_{pj}), \quad d_{pj}(\sigma_{pj}) = a_{p3-j}(\sigma_{pj}), \quad (23)$$

$$b_{pj}(\sigma_{pj}) = -b_{p3-j}(\sigma_{pj}), \quad c_{pj}(\sigma_{pj}) = -c_{p3-j}(\sigma_{pj}).$$

Действительно, считая, что в формулах (22) входная (опорная) плоскость одной волны совпадает с выходной плоскостью встречной волны, получаем

$$a_{p2}(\sigma_{p2}) = 1 - (z_1 - z_2) \int_{z_2}^{z_1} \sigma_{p2} dz + \int_{z_2}^{z_1} (z - z_2) \sigma_{p2} dz$$

$$= 1 - \int_{z_1}^{z_2} (z - z_1) \sigma_{p2} dz = d_{p1}(\sigma_{p2})$$

и т. д. В то же время различие коэффициентов σ_{p1} и σ_{p2} , обусловленное как различием коэффициентов самонасыщения β_{nn} и β_{jj} ($j \neq n$, хотя $\beta_{nn} = \beta_{jj}$, $\beta_{jn} = \beta_{nj}$), так и пространственной невзаимностью ($w_{p1} \neq w_{p2}$), приводит к тому, что прохождение встречными волнами нелинейной активной среды не описывается взаимобратными преобразованиями. Именно этот факт, как мы увидим в дальнейшем, и вызывает амплитудно-частотную невзаимность встречных волн в лазере.

3. Граничные условия на зеркалах и диафрагмах

В простейшей ситуации скачкообразные изменения гауссова пучка на зеркалах и диафрагмах определяются граничными условиями

$$\zeta_{pj} \rightarrow \zeta_{pj} + 2\rho_{pj}, \quad \frac{1}{\rho} = \frac{k_j}{k} R_p \cos \psi_{pj} = (-1)^{j+1} R_p \cos \psi_{pj},$$

$$\zeta_{pj} \rightarrow \zeta_{pj} + 2iN_{pj}, \quad \frac{1}{N_{pj}} = k_j a_p^2,$$

где R_p – главные радиусы кривизны зеркала; ψ_{pj} – угол падения на него j -й волны ($\cos \psi_{pj} < 0$); a_p – линейные размеры апертуры. Указанные граничные условия описываются матрицами

$$\hat{R} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2\rho & 1 \end{pmatrix}, \quad \hat{N} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2iN & 1 \end{pmatrix}. \tag{25}$$

Для встречных волн матрицы отражения и диафрагмирования (25) являются взаимобратными:

$$\hat{R}_2 = \hat{R}_1^{-1}, \quad \hat{N}_2 = \hat{N}_1^{-1}. \tag{26}$$

Комплексный характер матрицы диафрагмирования \hat{N} отражает тот факт, что сужение пучка сопровождается необратимыми потерями энергии с декрементом $\sim w^2/a^2$, где a – максимальный размер апертуры.

4. Дискретная динамика поля в кольцевом лазере

Согласно (14), состояние гауссова пучка по каждой из поперечных координат x, y определяется комплексной фазовой переменной ξ , зависящей от продольной координаты z как от параметра. Поскольку в кольцевом резонаторе с периметром L точки z и $z + L$ тождественны, то стационарное поле имеет период L ($E(x, y, z + L) = E(x, y, z)$), что эквивалентно требованию L -периодичности поперечной структуры и поля на оси резонатора:

$$\xi(z + L) = \xi(z), \quad E(0, 0, z + L) = E(0, 0, z). \tag{27}$$

Пусть преобразование \hat{M} осуществляет отображение точки $\xi(z)$ в точку $\xi(z + L)$: $\xi(z + L) = \hat{M}\xi(z)$. Тогда условие периодичности (27) определяет $\xi(z + L)$ как неподвижную точку отображения \hat{M} :

$$\xi = \hat{M}\xi, \tag{28}$$

для которой параметр

$$\mu = \exp\left(-\frac{1}{2} \int_0^L \zeta dz\right) = \exp(AL) \tag{29}$$

играет роль мультипликатора, а A – показателя Флоке неподвижной точки [10].

Условие стационарности (27) для каждого из встречных пучков запишем в виде

$$(A_{xj} + A_{yj})L + i \int_0^L K_j \chi_j(z) dz + ikL = 2\pi qi + \varepsilon, \tag{30}$$

где ε – феноменологические потери на элементах резонатора (поглощение в зеркалах и пр.). Комплексное уравнение (30) описывает амплитудно-фазовый баланс, необходимый для установления стационарного режима работы лазера. Действительная часть (30) обеспечивает стационарность интенсивности лазерной генерации, а мнимая часть – стационарность частоты лазерного поля. По существу (30) является выражением локального динамического условия стационарности в «пространственном» представлении. Отметим, что входящие в него показатели Флоке не являются локальными величинами, а характеризуют действие резонатора как целого.

Для резонатора, не искажающего гауссову структуру TEM_{00q} -моды, точечное отображение \hat{M} определяется унимодулярным $ABCD$ -преобразованием гауссова пучка [7]

$$\xi = \frac{C + D\xi}{A + B\xi}, \quad m = A + B\xi, \tag{31}$$

откуда для неподвижной точки (28), ее мультипликатора и показателя Флоке (29) следуют выражения

$$B\xi = \frac{D - A}{2} + i(1 - G^2)^{1/2}, \quad m = G + i(1 - G^2)^{1/2},$$

$$AL = \frac{1}{2i} \arccos G, \quad G = \frac{A + D}{2}. \tag{32}$$

Величина m является собственным числом $ABCD$ -матрицы резонатора, которая, таким образом, играет роль «оператора монодромии» точечного преобразования \hat{M} .

Неподвижной точке (31) на фазовой плоскости пучка ($Re \xi, Im \xi$) отвечает предельный цикл – кусочно-непрерывная замкнутая кривая (рис.2). Ее непрерывные участки отражают изменения поля между элементами резонатора и определяются матрицами (21) и (22) (для пустых участков $\sigma = 0$). Разрывы фазовой траектории соответствуют скачкообразным изменениям поля на зеркалах

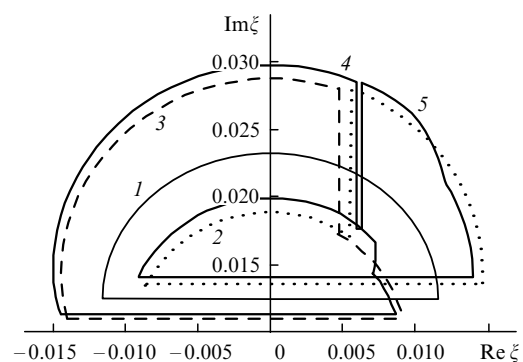


Рис.2. Фазовый портрет встречных волн предельных циклов для пассивного резонатора без диафрагмы (1) и с диафрагмой (2, 3), а также активного резонатора с диафрагмой (4, 5).

(горизонтальные скачки) и диафрагмах (вертикальные скачки). Предельный цикл на рис.2 изображает стационарное поле в кольцевом резонаторе с одним зеркалом и одной гауссовой диафрагмой (25), между которыми расположена активная среда. Согласно (14), фазовые переменные ξ_j для встречных волн комплексно сопряжены: $\text{Im}\xi_1 = -\text{Im}\xi_2$. Однако удобнее строить фазовые траектории на фазовой плоскости $(\text{Re}\xi, |\text{Im}\xi|) = (\text{Re}\xi_1, \text{Im}\xi_1) = (\text{Re}\xi_2, -\text{Im}\xi_2)$. При этом для устойчивых резонаторов предельный цикл всегда расположен выше оси абсцисс $(\text{Re}\xi)$, и удаленность от нее характеризует степень устойчивости резонатора. Условие малости нелинейных возмущений структуры пучка (18) требует, чтобы точка фазовой плоскости, определяемая левой частью (18), находилась значительно ближе к началу координат ($\xi = 0$), чем к фазовой траектории пучка.

В отсутствие диафрагмы предельные циклы $|\text{Im}\xi| = f(\text{Re}\xi)$, отвечающие встречным волнам, совпадают – различно лишь направление обхода по ним (кривая 1 на рис.2). При этом неподвижные точки ξ_j (31) для встречных полей являются комплексно-сопряженными величинами при каждом z .

При наличии диафрагмы происходит расщепление фазовых кривых, отвечающее расщеплению пространственной структуры встречных волн в каждой точке резонатора. Относительное расщепление $|\Delta\xi_{pj}/\xi_{pj}| \sim w_{pj}^2/a_{pj}^2$. Однако амплитудно-фазовый баланс (30), определяющий параметры стационарной генерации, включает не сами неподвижные точки ξ_j , а их показатели Флоке, определяемые (в силу унимодулярности) только шпуром $ABCD$ -матрицы резонатора – «оператора монодромии». В пассивном резонаторе, как и в резонаторе с линейной по полю активной средой, «операторы монодромии» встречных волн взаимнообратны ($\hat{M}_2 = \hat{M}_1^{-1}$) и, следовательно, мультипликаторы и показатели Флоке равны. Это приводит к амплитудно-частотной взаимности кольцевого резонатора на пороге генерации [2].

5. Условия возникновения амплитудно-частотной невязимности в лазере

Вычитая уравнения баланса (30) для встречных волн друг из друга и учитывая взаимность лазера на пороге генерации ($I = 0$), получаем комплексное уравнение баланса невязимностей

$$(\beta - \theta)(I_1 W_1 - I_2 W_2) + (k_1 - k_2)L = 0, \quad (33)$$

где

$$\beta = \beta_{jj}; \quad \theta = \theta_{ji}; \quad W_j = W_{0j} + W_{gj}; \quad j, i = 1, 2 \quad (j \neq i);$$

$$W_{0j} = K \int_0^l \frac{w_x(l_j)w_y(l_j)}{w_x(z)w_y(z)} \exp(Kz \text{Im}\chi^{(1)}) dz; \quad (34)$$

$$W_{gj} = W'_{gj} + iW''_{gj} = \frac{1}{2} \sum_{p=x,y} \left. \frac{\partial G_{pj}/\partial(\beta_{pj} I_j)}{(1 - G^2)^{1/2}} \right|_{I=0};$$

G_{pn} – половина шпура соответствующей матрицы активного резонатора.

Рассмотрим условия, при которых частоты встречных волн одинаковы. При $k_1 = k_2$ из уравнения (33) получаем $(\beta - \theta)(I_1 W_2 - I_2 W_1) = 0$, что выполняется либо при $\beta = \theta$, либо при $I_1/I_2 = W_2/W_1$. Поскольку интенсивности I_1, I_2 – действительные величины, последнее равен-

ство требует, чтобы $W_1'' W_2' - W_1' W_2'' = 0$. Указанные условия обеспечивают амплитудно-частотную взаимность одномодового лазера, следовательно, нарушение этих условий ведет к расщеплению частот встречных волн одной моды:

$$\begin{aligned} |\Delta kL| &\sim |\beta - \theta| |W_1'' W_2' - W_1' W_2''| I \\ &\sim |\beta - \theta| |W''(W_1' - W_2')| I, \end{aligned} \quad (35)$$

где $W'' \equiv (W_1'' + W_2'')/2$; I – средняя интенсивность генерации. Согласно выражению (35) при взаимном усилении линейной по полю среды необходимыми и достаточными условиями расщепления частот встречных волн одной моды являются различие само- и кросс-насыщения $((\beta - \theta)I \neq 0)$, присутствие дифракционных потерь ($W'' = W_g'' \sim w^2/a^2 \neq 0$) и различное изменение размеров пятен встречных пучков вдоль направления усиления ($W_1' - W_2' \neq 0$). Разность $W_1' - W_2'$ определяется как асимметрией расположения среды относительно перетяжек встречных пучков, так и различием размеров перетяжек, обусловленным дифракцией. Если среда расположена несимметрично относительно перетяжки пучка, не возмущенного диафрагмой (рис.1), то $|\Delta kL| \sim |\beta - \theta|(w^2/a^2)I$; в противном случае $|\Delta kL| \sim |\beta - \theta|(w^2/a^2)^2 I$.

6. Разность частот и интенсивностей встречных волн

Сложив действительные части уравнений (30) для встречных волн и отделив действительную и мнимую части в разностном уравнении (33) друг от друга, получим

$$(\beta'' - \theta'')F_1 + (\beta' - \theta')F_2 = 0, \quad (36)$$

$$(\beta'' - \theta'')F_2 - (\beta' - \theta')F_1 = (k_1 - k_2)L,$$

$$2\alpha = (\beta'' + \theta'')(I_1 W_1' + I_2 W_2') + (\beta' + \theta')(I_1 W_1'' + I_2 W_2''), \quad (37)$$

где

$$F_1 \equiv I_1 W_1' - I_2 W_2'; \quad F_2 \equiv I_1 W_1'' - I_2 W_2'';$$

α – превышение линейного усиления за проход резонатора над порогом генерации. Первое уравнение системы (36) устанавливает равенство между невязимностью относительной диссипации в среде (первое слагаемое) и на диафрагме (второе слагаемое). Это обусловлено невязимной деформацией пятен падающих на диафрагму пучков, возникающей вследствие невязимного действия наведенной газовой линзы ($\text{Re}\sigma_1 \neq \text{Re}\sigma_2$). Подчеркнем, что декремент ослабления поля на диафрагме не является локальной характеристикой, определяемой исключительно параметрами диафрагмы. Он зависит от состояния падающего пучка (его диаметра), который формируется всем резонатором и, в частности, нелинейной средой.

Величины, входящие во второе (фазовое) уравнение системы (36) имеют сугубо нелокальный характер, поскольку характеризуют невязимность фазовых скоростей встречных волн в резонаторе. Второе слагаемое описывает невязимное искривление фронта волны под действием распределенной газовой линзы. Первое слагаемое имеет дифракционную природу, источником кото-

рой является искривление лучей и их интерференция, возникающие в результате диафрагмирования поля нелинейной средой и щелью. Введя

$$I = \frac{I_1 + I_2}{2}, \quad \Delta I = \frac{I_1 - I_2}{2}, \quad (38)$$

из уравнений (36) и (37) найдем выражения для амплитудно-частотного расщепления встречных волн и средней интенсивности лазерного излучения:

$$\Delta I = -\frac{\alpha}{2} \frac{1}{A} [(\beta'' - \theta'')(W_1' - W_2') + (\beta' - \theta')(W_1'' - W_2'')],$$

$$\begin{aligned} \omega_1 - \omega_2 &= \frac{c}{L} \frac{1}{A} \alpha [(\beta' - \theta')^2 + (\beta'' - \theta'')^2] \\ &\times (W_1'' W_2' - W_1' W_2''), \end{aligned} \quad (39)$$

$$I = \frac{\alpha}{2} \frac{1}{A} [(\beta'' - \theta'')(W_1' + W_2') + (\beta' - \theta')(W_1'' + W_2'')],$$

где

$$\begin{aligned} A &= (\beta''^2 - \theta''^2) W_1' W_2' + (\beta'^2 - \theta'^2) W_1'' W_2'' \\ &+ (\beta' \beta'' - \theta' \theta'')(W_1'' W_2' + W_1' W_2''). \end{aligned}$$

При точной настройке частоты резонатора на центр линии усиления ($\beta' = \theta' = 0$) получим

$$I_1 - I_2 = \frac{\alpha(W_2' - W_1')}{2(\beta'' + \theta'') W_1' W_2'},$$

$$\omega_1 - \omega_2 = \frac{c}{L} \frac{\alpha(\beta'' - \theta'')(W_1'' W_2' - W_1' W_2'')}{(\beta'' + \theta'') W_1' W_2'},$$

$$I = \frac{\alpha(W_2' + W_1')}{2(\beta'' + \theta'') W_1' W_2'}.$$

В работе [6] вследствие некорректного вычисления матрицы прохода в нелинейной активной среде положено $F_2 = 0$, что в силу (36) приводит к $F_1 = 0$ и, следовательно, к полной энергочастотной взаимности кольцевого резонатора.

Формула (39) для разности частот структурно совпадает с (1), если использовать среднюю интенсивность I и положить

$$N_d = -\frac{2(\beta'' - \theta'')(W_1'' W_2' - W_1' W_2'')}{(\beta' - \theta')(W_1' + W_2') + (\beta'' - \theta'')(W_1'' + W_2'')}, \quad (40)$$

поэтому выводы работ [1, 2] остаются справедливыми.

1. Фрадкин Э.Е. *Оптика и спектроскопия*, **31**, 952 (1971); **32**, 132 (1972).
2. *Волновые и флуктуационные процессы в лазерах*. Под ред. Ю.Л. Климонтовича (М., Наука, 1974).
3. Cheo P.K., Heer C.V. *Appl. Optics*, **3**, 788 (1964).
4. Андропова И.А., Берштейн И.Л. *ЖЭТФ*, **57**, 1 (1969).
5. Валуев А.Д., Савранский С.А., Савушкин А.Ф., Шокин Б.А. *Оптика и спектроскопия*, **29**, 410 (1970).
6. Радина Т.В. *Оптика и спектроскопия*, **80**, 862 (1996).
7. Гончаренко А.М. *Гауссовы пучки света* (Минск, Наука и техника, 1977).
8. Голант В.Е., Жилинский А.П., Сахаров А.Ф. *Основы физики плазмы* (М., Атомиздат, 1974).
9. Маркузе Д. *Оптические волноводы* (М., Мир, 1974).
10. Бутенин Н.В., Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А. *Введение в теорию нелинейных колебаний* (М., Наука, 1976).

E.B.Pelyukhova, E.E.Fradkin. Mechanism of diffraction nonreciprocity of counter-propagating waves in a gas ring laser.

The origination of the mechanism of diffraction nonreciprocity of counter-propagating waves in a gas ring laser is considered. Formulas are obtained for the differences in their frequency and intensity, whose dependences on the mismatch coincide with those derived previously and agree with experiment. Explicit expressions are derived for the differences in frequency and intensity of counter-propagating waves in relation to the dimension of an aperture stop and the cross sections of the Gaussian beams incident on the stop.