

## Фазовый синхронизм и спектр гармоник высокого порядка при генерации в протяженной среде

В.Т.Платоненко, В.В.Стрелков

*Аналитически и численно рассчитаны мощности и угловые распределения мощностей гармоник высокого порядка (ГВП), генерируемых ограниченными лазерными пучками в протяженных средах со слабой (по сравнению с геометрической) дисперсией. Показано, что при большой толщине генерирующего слоя спектр ГВП существенно отличается от спектра одноатомного отклика. В частности, в спектре ГВП возможно формирование двух плато вследствие того, что часть гармоник генерируется квазисинхронным образом (синхронно генерируется часть углового спектра этих гармоник). Основной причиной, обеспечивающей возможность эффективной квазисинхронной генерации, является амплитудная модуляция высокочастотного отклика среды на возбуждающее поле в поперечном сечении пучка, уширяющая диаграмму направленности гармоники. В гауссовых пучках квазисинхронная генерация оказывается возможной при любой геометрической дисперсии (при сколь угодно жесткой фокусировке). Полученные результаты находятся в согласии с экспериментальными данными по генерации ГВП в толстых газовых слоях, взятыми из литературы.*

**Ключевые слова:** фазовый синхронизм, генерация гармоник высокого порядка, протяженные среды.

### Введение

Генерация гармоник высокого порядка (ГВП) является важным средством получения когерентного мягкого рентгеновского излучения, применяемым в технике физического эксперимента. К сожалению, эффективность генерации ГВП относительно мала и редко превышает  $10^{-9}$  в одну гармонику. Это обусловлено, в частности, сложностью реализации синхронной генерации на большой длине, так что обычно генерация ГВП происходит в слое (в газовой струе) с толщиной порядка 1 мм или меньше. Вместе с тем уже в [1] была реализована относительно высокая эффективность при генерации 17-й гармоники неодимового лазера в ксеноне. Она была достигнута путем оптимизации сечения пучка и расположения его перетяжки относительно генерирующего слоя.

Недавно авторы [2] реализовали синхронную генерацию ГВП в толстых слоях неона при относительно высоких давлениях. При толщине слоя 7 мм и давлении 30 Тор эффективность преобразования излучения титан-сапфирового лазера в 49-ю гармонику достигала  $10^{-6}$ . Наблюдавшийся спектр ГВП существенно отличался от спектра, полученного при малой толщине слоя. (Его высокочастотная граница переместилась из области 71-й гармоники в область 49–51-й гармоник.) Авторы связывают эти результаты, во-первых, с самоканалированием возбуждающего пучка и, во-вторых, с особенностями микроскопического механизма генерации гармоник, частоты которых лежат в области среза плато спектра (т. е. с характером зависимости фаз атомного отклика от интенсивности возбуждающего света и номера гармоники).

Ранее генерация ГВП в условиях самоканалирования наблюдалась в [3]. Естественно, само по себе самоканалирование (даже если оно имеет место) синхронность генерации не объясняет. Зависимость фазы гармоники атомного отклика от интенсивности возбуждающего пучка рассчитывалась в [4–7]. Для гармоник в области плато эта зависимость близка к линейной, а ее наклон почти линейно растет с номером гармоники. Влияние этой зависимости на генерацию ГВП обсуждалось в [4–6, 8, 9]. В [4] генерация одиночных гармоник в слоях относительно малой толщины рассчитывалась численно с использованием параболического уравнения. Хотя указанное влияние существенно, оно недостаточно для объяснения результатов работы [2].

Результаты, полученные в работе [2], открывают перспективы значительного повышения эффективности генерации ГВП и требуют теоретической интерпретации. Настоящая работа в значительной степени стимулирована этим обстоятельством. Ее целью является расчет мощностей и их угловых распределений для ГВП, генерируемых в протяженной среде ограниченными лазерными пучками с заданной структурой, а также анализ получающихся в расчетах закономерностей. Эти закономерности качественно согласуются с результатами экспериментов [2] и позволяют дать им интерпретацию, не связанную с представлениями об особенностях механизма генерации гармоник в области среза плато.

Более того, в рассчитанных спектрах ГВП, генерируемых в протяженной среде, наблюдается резкий срез, лежащий не в области  $E_i + 3U$ , как в спектре одноатомного отклика (здесь  $E_i$  – потенциал ионизации,  $U$  – ponderomotorный потенциал), а в области более низких энергий (частот), положение которой зависит от дисперсии среды и структуры возбуждающего пучка. Основной физической причиной, ответственной за изменение структуры спектра и обеспечивающей возможность синхронной

или квазисинхронной генерации в относительно широком диапазоне параметров, является амплитудная модуляция отклика среды на возбуждающее поле в поперечном сечении пучка.

## 1. «Квазисинхронная» генерация в ограниченном пучке

Как правило, в работах, посвященных проблеме фазового синхронизма при генерации гармоник, рассматриваются гауссовы (по крайней мере колоколообразного сечения) возбуждающие пучки и, явно или неявно, предполагается, что сечение пучка гармоники также имеет колоколообразную форму и не слишком малую ширину, а следовательно, относительно узкую диаграмму направленности. В такой ситуации пучок можно характеризовать единым волновым вектором, который направлен вдоль оси пучка, а условие синхронной генерации  $n$ -й гармоники сводится к условию малости расстройки

$$\kappa_n(z, t) = n(k_1 - \delta k_1) - (k_n - \delta k_n) + \alpha_n \frac{\partial I}{\partial z} \quad (1)$$

на оси пучка. Здесь  $k_1, k_n$  – длины волновых векторов плоских волн;  $\delta k_1, \delta k_n$  – «геометрические» слагаемые, зависящие от структуры пучков и меняющиеся вдоль них (для гауссова пучка  $\delta k_1(z) = \lambda/\pi a_c^2, \delta k_n(z) = n\lambda/\pi a_{en}^2$ ,  $a_c, a_{en}$  – радиусы пучков по уровню  $e^{-1}$  поля);  $I$  – интенсивность лазерного пучка;  $\alpha_n$  – величина, зависящая от природы генерирующих частиц [4]. В целом, последнее слагаемое в (1) связано с зависимостью фаз гармоник атомного отклика от интенсивности возбуждающего пучка.

Важно отметить, что расстройка (1) меняется в пространстве и во времени (например, из-за изменения состава среды), поэтому обычно условие  $\kappa_n \approx 0$  может быть выполнено в ограниченной области пространства и на ограниченном, обычно малом, временном интервале. Заметим также, что на развитой стадии ионизации, всегда сопутствующей генерации ГВП, расстройка (1) отрицательна, поскольку в плазме  $k_n > nk_1, \delta k_n \ll n\delta k_1$ , а последнее слагаемое в (1) невелико, хотя и может влиять на эффективность генерации в тонком слое [4].

Пусть теперь нелинейный отклик среды глубоко промодулирован вдоль радиуса пучка. Тогда гармоника обладает широкой диаграммой направленности. Для компоненты, распространяющейся под углом  $\theta$  к оси пучка, условие синхронизма естественно записать как условие сохранения осевой составляющей импульса:

$$n(k_1 - \delta k_1) \approx k_n \cos \theta. \quad (2)$$

При достаточно широкой диаграмме направленности и при  $k_n > n(k_1 - \delta k_1)$  всегда есть угловая компонента, для которой условие (2) выполнено. Нетрудно показать (см. ниже), что диапазон углов, в котором нарушение условия (2) не играет роли, сужается с ростом толщины генерирующего слоя, а мощность гармоники растет медленнее, чем квадрат этой толщины. Другими словами, синхронно генерируются лишь те угловые компоненты гармоники, которые попадают в ограниченный диапазон, сужающийся с ростом толщины слоя. Таковую генерацию мы называем «квазисинхронной».

В случае генерации ГВП отклик среды действительно, как правило, глубоко промодулирован вдоль радиуса

пучка, особенно для гармоник, лежащих вдали от среза плато (см. ниже рис.1). Модуляция обусловлена немонотонной зависимостью гармоник атомного отклика от интенсивности возбуждающего света (этот факт часто ускользает от внимания, поскольку такие зависимости обычно приводятся [9–11] в полулогарифмическом масштабе).

## 2. Угловой спектр гармоники

Сформулированные соображения показывают принципиальную возможность синхронной или квазисинхронной генерации ГВП на больших длинах взаимодействия, но несут качественный характер и требуют более тщательного анализа. Поскольку предполагается, что расходимость гармоники велика, в таком анализе, вообще говоря, неправомерно использовать укороченные уравнения, например параболическое уравнение для поля гармоники. Далее мы будем исходить из волнового уравнения

$$(\nabla^2 + k_n^2)E_n = -i \frac{4\pi\omega_n \tilde{j}_n}{c^2},$$

где  $\tilde{j}_n$  – гармоника плотности тока, индуцируемого полем лазерного пучка. Чтобы воспользоваться простым стандартным решением этого уравнения, положим, что показатель преломления на частоте гармоники не зависит от координаты  $\mathbf{R}$ , т. е.  $k_n^2(\mathbf{R}) = \text{const}$ . Тогда решение записывается в виде интеграла

$$E_n(\mathbf{R}) = i \frac{\omega_n}{c^2} \int \frac{\tilde{j}_n(\mathbf{R}_1) \exp(ik_n|\mathbf{R} - \mathbf{R}_1|)}{|\mathbf{R} - \mathbf{R}_1|} d^3 R_1,$$

где  $\tilde{j}_n(\mathbf{R}_1)$  отлично от нуля только внутри слоя. Это выражение будет использовано для вычисления мощностей гармоник. Заметим, что на частотах гармоник отличия  $\delta n_n$  показателя преломления от единицы очень малы. (Дополнительный анализ показывает, что они заведомо не нарушают применимость последнего выражения, если  $\delta n_n \delta \theta_n k_n L \ll 1$ , где  $L$  – толщина слоя,  $\delta \theta_n$  – угол расходимости гармоники. Обычно это неравенство выполняется с большим запасом.)

При вычислении интеграла далее предполагается, что область интегрирования ограничена, начало координат лежит внутри этой области на оси пучка, пучок осесимметричен и  $Z$  (проекция радиуса-вектора  $\mathbf{R}$  на ось пучка) достаточно велико, чтобы, разлагая выражение в показателе экспоненты в ряд Тейлора, можно было пренебречь в нем слагаемыми, начиная с квадратичных по  $R_1/Z$ . В то же время радиус  $r = (R^2 - Z^2)^{1/2}$  не обязательно мал (т. е. приближение Френеля, а следовательно, и параболическое уравнение для поля, вообще говоря, неприменимы), но  $r/Z \ll 1$ , так что разложение в ряд Тейлора по этому параметру возможно, хотя и содержит много слагаемых. Другими словами, углы  $\theta \approx r/Z$ , под которыми излучаются гармоники, не настолько малы, чтобы можно было пренебречь в показателе экспоненты слагаемыми порядка  $k_n R_1 r^2 / (2Z^2)$ . Слагаемые же, начиная с  $k_n R_1 r^4 / (8Z^4)$ , могут быть опущены. Тогда несложные, хотя и несколько громоздкие, вычисления позволяют привести выражение для поля к следующему виду:

$$E_n(Z, r) \approx i2\pi \frac{\omega_n}{c^2} \exp \left[ ik_n (Z^2 + r^2)^{1/2} \right] \int \frac{\tilde{j}_n(z, \rho)}{Z} \times$$

$$\times \exp \left[ iz \left( nk_1 - k_n + k_n \frac{r^2}{2Z^2} \right) \right] J_0 \left( k_n \rho \frac{r}{Z} \right) \rho d\rho dz, \quad (3)$$

$$\tilde{j}_n(z, \rho) = j_n(I(z, \rho), N(z, \rho)) \exp \left[ in \left( k_1 z - \varphi(z) + \frac{k_1 \rho^2}{2R(z)} \right) \right],$$

где  $J_0$  – функция Бесселя нулевого порядка;  $N(z, \rho)$  – плотность газа;  $R(z)$  и  $I(z, \rho)$  – радиус волнового фронта и интенсивность возбуждающего пучка;  $\varphi(z)$  – фазовый набег, зависящий от структуры пучка; амплитуда  $j_n$  (вообще говоря, комплексная) зависит только от интенсивности  $I$  и свойств среды. Подставляя это выражение в (3) и определяя мощность гармоники как  $P_n = c \int |E_n|^2 r dr$ , получаем

$$P_n = \int p_n(\theta) \theta d\theta, \quad (4)$$

где

$$p_n(\theta) = c \left| \int \exp \left[ iz \left( nk_1 - k_n + k_n \frac{\theta^2}{2} \right) - in\varphi(z) \right] g_n(\theta, z) dz \right|^2; \quad (5)$$

$$g_n(\theta, z) = 2\pi \int j_n(I(\rho, z), N(z, \rho)) \times \exp \left( in k_1 \frac{\rho^2}{2R(z)} \right) J_0(k_n \rho \theta) \rho d\rho. \quad (6)$$

Функция  $g_n(\theta, z')$  может трактоваться как угловой спектр излучения  $n$ -й гармоники, генерируемого тонким слоем в сечении пучка с координатой  $z = z'$ .

К сожалению, амплитуды  $j_n(I)$  могут быть заданы только в виде интегралов [9–11], поэтому и вычисление величин (6) можно провести только численно. В настоящей работе для вычисления амплитуд  $j_n$  использовались формулы (34)–(38) из работы [9]. Расчеты проводились для атомов с потенциалом ионизации  $E_i = 15.5\hbar\omega$  (для неона это соответствует длине волны  $\lambda \approx 0.8$  мкм), пондеромоторная энергия на оси пучка составляла  $16\hbar\omega$  (при  $\lambda = 0.8$  мкм это отвечает интенсивности  $4 \cdot 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>). Срез плато спектра одноатомного отклика при таких значениях параметров лежит в области 71-й гармоники.

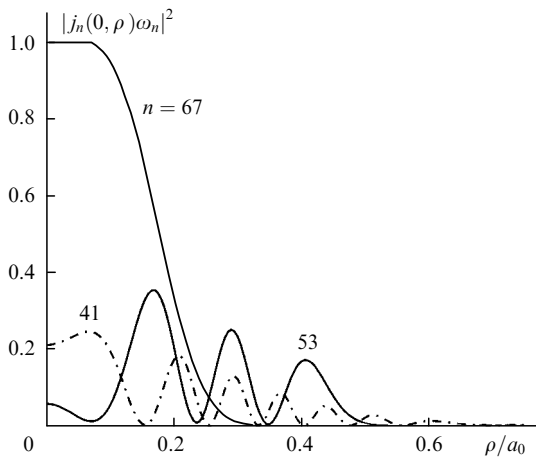


Рис.1. Зависимости одноатомного отклика от расстояния до оси пучка для 41-й, 53-й и 67-й гармоник, рассчитанные для неона при интенсивности на оси лазерного пучка  $4 \cdot 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup> и  $\lambda = 0.8$  мкм.

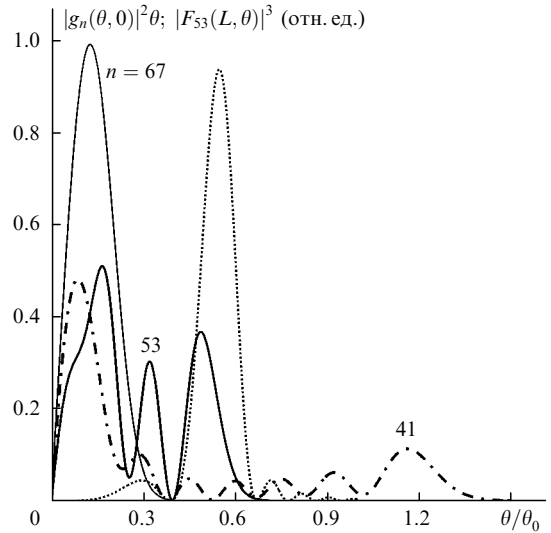


Рис.2. Диаграммы направленности излучения 41-й, 53-й и 67-й гармоник, генерируемых тонким слоем, а также функция (8), рассчитанная для 53-й гармоники при длине волновода  $L = 1$  см (пунктир).

Эти значения выбраны для удобства сравнения результатов с экспериментами [2].

На рис.1 представлена зависимость  $|j_n(0, \rho)\omega_n|^2$  для нескольких гармоник, генерируемых лазерным пучком с плоским волновым фронтом ( $R = \infty$ ) и гауссовым распределением интенсивности по сечению  $I(\rho) = I_0 e^{-2\rho^2/a_0^2}$  (что соответствует, в частности, генерации в перетяжке гауссова пучка радиусом  $a_0$ ). На рис.2 показаны соответствующие зависимости  $|g_n(\theta, 0)|^2$ , умноженные на весовой множитель  $\theta$ ; по оси абсцисс отложено отношение  $\theta$  к расходимости лазерного пучка  $\theta_0 = \lambda/(\pi a_0)$ . Из рис.1 видно, что гармоники с частотами, близкими к срезу плато, обладают колоколообразным распределением интенсивности, а интенсивность гармоник с меньшими номерами сильно осциллирует вдоль радиуса пучка, поэтому угловой спектр последних оказывается существенно шире, чем у гармоник с частотами вблизи среза (см. рис.2).

Ширина диаграммы направленности гармоники с фиксированным номером растет с ростом интенсивности на оси лазерного пучка. При достаточно высокой интенсивности эта ширина оказывается достаточной для квазисинхронной генерации.

Заметим, что вдоль радиуса  $\rho$  меняется не только модуль, но и фаза комплексной амплитуды  $j_n$  (см. [8, 9]), что также влияет на угловой спектр гармоники. Сравнение диаграмм направленности различных гармоник показывает, что определяющее влияние на ширину углового спектра гармоники оказывает модуляция модуля атомного отклика (а не его фазы).

### 3. Генерация в волноводном режиме

При генерации в волноводном режиме в (5) параметр  $\varphi = \delta k_1 z$ , а  $g_n$  не зависит от  $z$  (ниже предполагается, что интенсивность  $I$  вдоль оси  $z$  не меняется, плотность  $N$  постоянна внутри генерирующего газового слоя и равна нулю вне его), так что интеграл (5) легко вычисляется. В итоге вместо (5) получаем факторизованное выражение

$$p_n(\theta) = 4\pi^2 (k_n^2/c) |g_n(\theta)|^2 |F_n(L, \theta)|^2, \quad (7)$$

где по-прежнему  $g_n$  задано выражением (6) с  $R = \infty$ ;  $L$  – длина волновода;

$$F_n(L, \theta) = L \operatorname{sinc} \left[ \left( nk_1 - n\delta k_1 - k_n + \frac{k_n \theta^2}{2} \right) \frac{L}{2} \right]. \quad (8)$$

Выражения (7), (8) могут использоваться для оценок как в случае самоканалирования возбуждающего пучка, так и при генерации в полой волноводе, если длина последнего не слишком велика (так что можно пренебречь взаимодействием полей гармоник со стенками), а также при генерации в достаточно тонком слое в перетяжке гауссова пучка. Кроме того, они удобны для качественного анализа. В частности, из (8) видно, что условие (2) действительно является условием синхронизма для угловых составляющих гармоники (углы  $\theta$  малы). Из (7), (8) видно также, что при большой длине  $L$  возможен лишь линейный (а не квадратичный) рост мощности (4) с ростом  $L$  (диапазон углов, в котором функция  $\operatorname{sinc} x$  в (8) не мала, с ростом  $L$  сужается). Чтобы такой рост был возможен, функция  $g_n(\theta)$  не должна обращаться в нуль в окрестности точки  $\theta_n = \{2[k_n - n(k_1 - \delta k_1)]/k_n\}^{1/2}$  (в диапазоне углов, где функция (8) не мала).

Функция (8), рассчитанная при длине волновода  $L = 1$  см и отстройке  $\delta k_1 = \lambda/\pi a_0^2$  (по порядку величины это соответствует дисперсии полого волновода с радиусом  $a_0$ ), приведена на рис.2. Отметим, что положение максимума этой функции не зависит от номера гармоники. Видно, что при рассматриваемых параметрах из трех гармоник, представленных на рис.2, наиболее эффективно будет генерироваться 53-я: один из максимумов ее углового спектра «накрывает» функция (8); 67-я гармоника имеет слишком узкий угловой спектр, а 41-я – слишком широкий, поэтому его максимумы, «накрываемые» функцией (8), малоинтенсивны.

Приведенные качественные рассуждения подтверждаются результатами расчета мощностей гармоник (рис.3). Видно, что в области 45-й гармоники имеется максимум. Мощность гармоник вблизи него приблизительно на полтора порядка превышает мощность гармоник вблизи среза, обусловленного свойствами одноатомного отклика, и на порядок – мощность гармоник в низкочастотной части плато. При увеличении интенсивности  $I_0$  на оси пучка максимум в спектре ГВП перемещается в область больших частот.

Отметим, что положение максимума не зависит от радиуса волновода. Это упрощает сравнение полученных результатов с результатами экспериментов [2], в которых генерация гармоник осуществлялась самоканализующимся (или частично самоканализующимся) пучком, а радиус канала не измерялся. Остальные параметры (интенсивность и частота излучения, вещество мишени, мак-

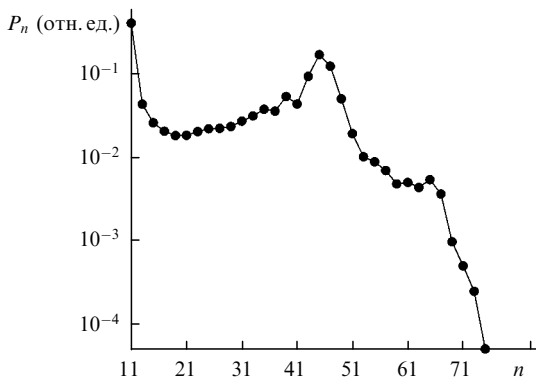


Рис.3. Спектр гармоник, генерируемых в волноводе длиной 8 мм.

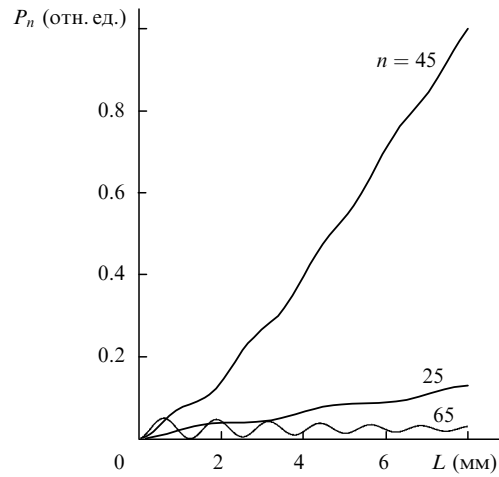


Рис.4. Зависимости мощностей 25-й, 45-й и 65-й гармоник от длины волновода.

симальная длина волновода), при которых проведены наши расчеты, близки к параметрам этих экспериментов. Спектр гармоник, приведенный в работе [2], имеет описанную выше характерную особенность: максимум в области 49-й гармоники, существенно превышающий как мощности гармоник с номерами в районе 25, так и мощности гармоник вблизи среза плато.

Зависимости мощности гармоники от длины волновода, представленные на рис.4, подтверждают приведенные соображения о характере роста мощности гармоники с длиной волновода: при длинах более 0.5 мм квадратичный рост мощности с длиной сменяется линейным ростом для 45-й и 25-й гармоник, а мощность 65-й гармоники испытывает осцилляции с уменьшающейся амплитудой.

#### 4. Генерация в гауссовом пучке

Особый интерес представляет случай гауссова лазерного пучка в свободном пространстве. В этом случае справедливы соотношения  $a_c^2(z) = \lambda b(1 + 4z^2/b^2)$ ,  $1/R(z) = (4z/b^2)/(1 + 4z^2/b^2)$ , где  $b$  – конфокальный параметр;  $a_c(z)$  – радиус пучка на расстоянии  $z$  от перетяжки. Они позволяют представить (6) в виде

$$g_n(\theta, z) = b\lambda N G_n(\tilde{\theta}, \tilde{z}),$$

где  $\tilde{\theta} = \theta/\theta_0$ ;  $\theta_0 = [2\lambda/(\pi b)]^{1/2}$ ;  $\tilde{z} = 2z/b$ ;

$$G_n(\tilde{\theta}, \tilde{z}) = (1 + \tilde{z}^2) \int_0^{+\infty} \omega_n J_n \left( \frac{I_0 \exp(-2x^2)}{1 + \tilde{z}^2} \right) \times \exp(in\tilde{z}x^2) J_0 [2nx(1 + \tilde{z}^2)^{1/2}\tilde{\theta}] x dx.$$

Учитывая также, что

$$\frac{znk_1\theta^2}{2} = n \frac{z}{2b} \frac{\theta^2}{\theta_0^2}, \quad \varphi(z) = \arctan \frac{2z}{b},$$

вместо (5) можно записать

$$p_n(\theta) = \frac{\lambda^2 b^4 N^2}{4} \tilde{p}_n \left( \frac{\theta}{\theta_0} \right), \quad (9)$$

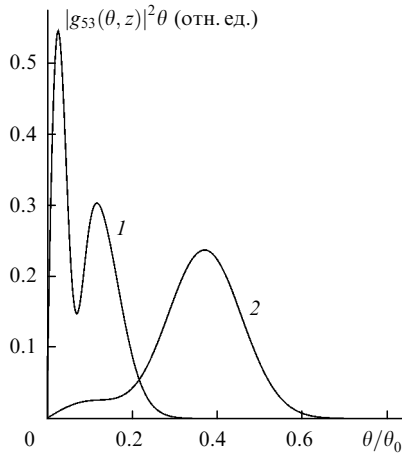


Рис.5. Диаграммы направленности излучения 53-й гармоники, генерируемой в тонком слое, расположенном на расстоянии 0.25b до (1) и после (2) фокуса лазерного пучка.

где

$$\tilde{P}_n(\tilde{\theta}) = \frac{1}{c^3} \left| \int_{2z_1/b}^{2z_2/b} \exp \left\{ i\tilde{z} \left[ \frac{b}{2}(nk_1 - k_n) + i2n\frac{\tilde{\theta}^2}{2} \right] - in \arctan \tilde{z} \right\} \tilde{g}_n(\tilde{\theta}, \tilde{z}) d\tilde{z} \right|^2;$$

$z_1$  и  $z_2$  – координаты границ газового слоя. Наконец, из (4) и (9) следует, что

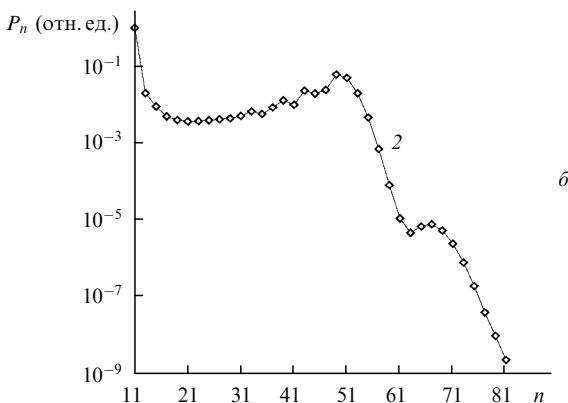
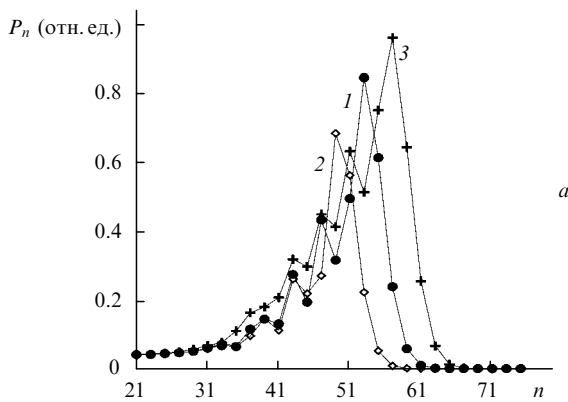


Рис.6. Спектры гармоник, генерируемых гауссовым пучком в протяженной мишени при нулевой дисперсии среды (1), а также при положительной (2) и отрицательной (3) дисперсиях, равных по модулю половине геометрической дисперсии (а), и кривая 2 в логарифмическом масштабе (б).

$$P_n = \frac{b^3 \lambda^3 N^2 \tilde{P}_n}{2\pi}, \tag{10}$$

где

$$\tilde{P}_n = \int \tilde{p}_n(\tilde{\theta}) d\tilde{\theta}.$$

Отметим, что величина  $N_1^2 = \lambda^2 b^4 N^2 / 4$ , стоящая в (9), имеет смысл квадрата числа частиц в конфокальной области (если вся она заполнена веществом с плотностью  $N$ ), а величина  $b^3 \lambda^3 N^2 / 2\pi$ , стоящая в (10), равна  $N_1^2 \theta_0^2$ .

Величина  $\tilde{P}_n$  зависит от четырех параметров:  $I_0$ ,  $z_1/b$ ,  $z_2/b$  и  $b(nk_1 - k_n)$ . Это означает, что если указанные параметры фиксированы, то мощность  $P_n$  пропорциональна кубу конфокального параметра и, следовательно, кубу площади сечения пучка. Естественно, такая пропорциональность может иметь место и в других случаях, например, если величина  $b(nk_1 - k_n)$  меняется, но остается малой. Отметим, что зависимость от параметра  $z_1/b$  или  $z_2/b$  является сильной только в том случае, если он достаточно мал по модулю (грубо говоря, меньше 0.5), т. к. гармоники генерируются практически только в конфокальной области.

На рис.5 приведены зависимости  $|g_{53}(\theta, z)|^2 \theta$  при  $z = \pm 0.25b$ . Видно, что расходимость гармоник, лежащих в средней части плато, меньше расходимости возбуждающего света, но значительно превышает дифракционный предел; диаграмма  $g_n(\theta, 0.25b)$  шире, чем диаграмма  $g_n(\theta, -0.25b)$ .

На рис.6 показаны спектры ГВП, генерируемых гауссовым пучком при  $z_1/b = -0.75$ ,  $z_2/b = 0.75$  и трех различных дисперсиях среды. В спектре ГВП присутствует максимум, положение которого зависит от дисперсии среды; из рис.6,б видно, что мощность гармоник в области максимума более чем на четыре порядка превышает мощность гармоник вблизи среза плато спектра одноатомного отклика. Дисперсия вещества начинает сказываться на результатах расчета (смещает положение максимума на соседнюю гармонику), когда она по модулю достигает 0.2–0.25 от геометрической диспер-

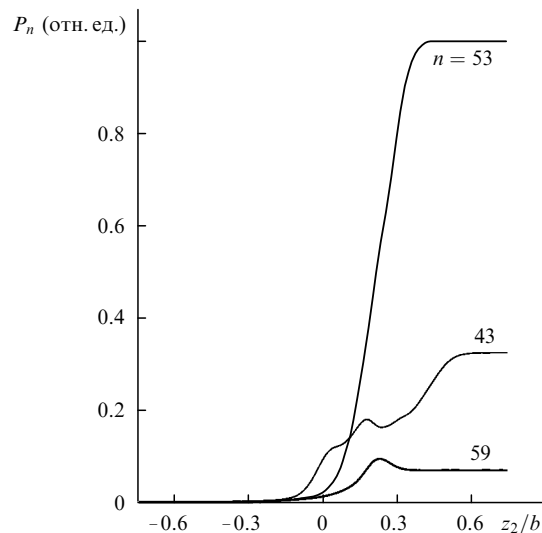


Рис.7. Зависимости мощностей 43-й, 53-й и 59-й гармоник, генерируемых гауссовым пучком в протяженной мишени, от положения правой границы мишени при фиксированном положении левой границы  $z_1/b = -0.75$ .

сии. Наличие такой дисперсии не очень сильно влияет на максимум в спектре ГВП (см. рис.6,а). Положительная дисперсия приводит к увеличению этого максимума и смещению его в высокочастотную сторону, отрицательная – уменьшает максимум и смещает его в область низких частот. Увеличение интенсивности в фокусе возбуждающего пучка с  $4 \cdot 10^{14}$  до  $5 \cdot 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup> смещает максимум с 53-й гармоники на 63-ю.

На рис. 7 показано, как меняется мощность гармоник при увеличении толщины мишени (при фиксированном положении левой (передней) границы мишени  $z_1/b = -0.75$ ) в отсутствие дисперсии среды (т.е. при  $k_n = nk_1$ ). На всех зависимостях наблюдается почти линейный участок, характерный для квазисинхронной генерации. Выход зависимостей на постоянную мощность объясняется уменьшением интенсивности генерации вне фокальной области. В генерацию 53-й гармоники основной вклад вносит область правее фокуса; в генерацию гармоник, удаленных от максимума, область перед фокусом дает вклад, сравнимый со вкладом области за фокусом, а иногда и больший него.

## 5. Обсуждение результатов

Результаты проведенных расчетов показывают, что при достаточно высокой мощности возбуждающего пучка возможна квазисинхронная генерация части ГВП на больших длинах взаимодействия. Рассчитанные спектры гармоник, генерируемых в волноводе (рис.3) и в гауссовом пучке (рис.6) находятся в качественном согласии с результатами экспериментов [2]. Так, максимумы в спектрах гармоник, рассчитанных при нулевой дисперсии среды, в случае волновода и гауссова пучка лежат на 45-й и 53-й гармониках соответственно. В расчетах с гауссовым пучком можно получить максимум на 49-й гармонике, выбрав дисперсию среды равной половине геометрической дисперсии либо уменьшив интенсивность в фокусе возбуждающего пучка приблизительно на 6%. Максимальный перепад мощностей между гармониками, лежащими в области максимума и в области 23-й гармоники, в экспериментах [2] составлял два порядка. В наших расчетах с каналированным пучком этот перепад не превышал одного порядка, в расчетах с гауссовым пучком он достигал двух порядков, если пучок фокусировался на переднюю границу мишени.

Полученный в расчетах спектр гармоник качественно отличается от спектра одноатомного отклика. В частности, в спектре, представленном в логарифмическом масштабе (см. рис.6,б), присутствуют два плато; срез более низкочастотного плато связан с квазисинхронным характером генерации, срез более высокочастотного плато отражает свойства одноатомного отклика. Обращает на себя внимание то, что срез первого плато является столь же резким, как и срез второго.

Подобная структура спектра должна наблюдаться в экспериментах с жесткой фокусировкой, даже при генерации в газовых струях, имеющих обычно толщину около 1 мм. Следует отметить, что срез наблюдаемого в экспериментах плато, как правило, находится ниже энергии  $E_i + 3U$ . Обычно это объясняют неточностью измерения интенсивности лазерного излучения или глубокой ионизацией среды до достижения пиковой интенсивности. Можно предположить, что в некоторых экспериментах наблюдался срез плато, связанный с квазисинхрон-

ным характером генерации, а не с особенностями одноатомного отклика.

Два плато в спектре гармоник наблюдались, например, в экспериментах [12]. Хотя авторы [12] связывали такую структуру спектра с другими эффектами, качественно она близка к показанной на рис.6,б и может объясняться и рассмотренными здесь эффектами. Заметим, что диаграмма направленности гармоники расширяется при увеличении мощности пучка, а следовательно, существенно эволюционирует в течение возбуждающего импульса. Следовательно, длительность импульса гармоники, измеренная в дальней зоне на оси пучка, должна превышать его длительность вне оси. Это могло быть одной из причин эффектов, наблюдавшихся в экспериментах [13].

Таким образом, при генерации в протяженной среде в лазерном пучке с достаточно высокой интенсивностью некоторые ГВП могут генерироваться квазисинхронным образом. Структура генерируемого спектра ГВП существенно отличается от спектра одноатомного отклика. В частности, вследствие того что квазисинхронно генерируется лишь часть гармоник, в спектре возможно формирование двух плато. Основной причиной, обеспечивающей возможность квазисинхронной генерации, является амплитудная модуляция отклика среды на возбуждающее поле в поперечном сечении пучка. В гауссовых пучках квазисинхронная генерация оказывается возможной при любой геометрической дисперсии (при сколь угодно жесткой фокусировке).

Работа выполнена при поддержке Научной школы по когерентной и нелинейной оптике С.А.Ахманова и Р.В.Хохлова (грант РФФИ № 96-15-96460), РФФИ (грант № 99-02-16489) и фонда Дж.Сороса (грант № a98-2050).

1. L'Huillier A., Balcou Ph. *Phys.Rev.Letts*, **70**, 774 (1993).
2. Tamaki Y., Itatani J., Nagata Y. et al. *Phys.Rev.Letts*, **82**, 1422 (1999); Midorikawa K., Tamaki Y., Itatani J. et al. *Abstr. VIII Intern. Laser Physics Workshop (Lphys'99)* (Budapest, 1999, p.175).
3. Lange H.R., Chiron A., Ripoche J.-F. et al. *Phys.Rev.Letts*, **81**, 1611 (1998).
4. Salieres P., L'Huillier A., Lewenstein M. *Phys.Rev.Letts*, **74**, 3776 (1995).
5. Platonenko V.T., Strelkov V.V., Ferrante G. et al. *Laser Phys.*, **6**, 1164 (1996).
6. Peatross J., Fedorov M.V., Kulander K. C. *J.Opt.Soc.Amer.B*, **12**, 863 (1995).
7. Peatross J., Meyerhofer D. *Phys.Rev.A*, **52**, 3976 (1995).
8. Платоненко В.Т., Стрелков В.В. *Квантовая электроника*, **24**, 799 (1997).
9. Платоненко В.Т., Стрелков В.В. *Квантовая электроника*, **25**, 582 (1998).
10. Becker W., Long S., McIver J.K. *Phys.Rev.A*, **50**, 1540 (1994).
11. Lewenstein M., Balcou Ph., Ivanov M.Yu. et al. *Phys.Rev.A*, **49**, 1540 (1994).
12. Wahlstrom C.-G., Larsson J., Persson A. et al. *Phys.Rev.A*, **48**, 4709 (1993).
13. Carre B., Le Deroff L., Salieres P. et al. *Abstr. VIII Intern. Laser Physics Workshop (Lphys'99)* (Budapest, 1999, p.62).

### V.T.Platonenko, V.V.Strelkov. Phase matching and the spectrum of high-order harmonics generated in an extended medium.

We present analytical and numerical calculations of the power and angular distributions of the power of high-order harmonics generated by limited laser beams in extended media with a dispersion weak as compared to the geometric dispersion. When the thickness of the harmonic-generating layer is large, the spectrum of high-order harmonics considerably differs from the spectrum of a single-atom response. In particular, two plateaus may arise in the spectrum of high-order harmonics due to the off-axially phase-matched generation of some

harmonics (the generation of a part of the angular spectrum of these harmonics is phase-matched). The efficient off-axially phase-matched harmonic generation is mainly provided by the amplitude modulation of the high-frequency response of a medium to the pump field in the cross section of the beam, which broadens the radiation pattern of harmonic

emission. Off-axially phase-matched harmonic generation in Gaussian beams is possible with any geometric dispersion (with an arbitrarily tight focusing). The results of our calculations agree well with the experimental data on high-order harmonic generation in thick gas layers available from the literature.