

Полная классификация типов взаимодействия при генерации второй гармоники в двухосных нелинейных кристаллах

С.Г.Гречин*, С.С.Гречин**, В.Г.Дмитриев***

Приведена классификация направлений фазового синхронизма при генерации второй гармоники в двухосных кристаллах с квадратичной нелинейностью.

Ключевые слова: преобразование частоты, фазовый синхронизм, нелинейная оптика.

Введение

Современная нелинейная оптика характеризуется, с одной стороны, ростом числа новых нелинейных кристаллов, а с другой стороны, – новыми задачами, связанными, например, с преобразованием частоты лазерных импульсов фемтосекундной длительности, перестройкой частоты лазерного излучения и т. д. Приводимые в справочниках данные дают информацию о параметрах фазового синхронизма для строго определенных срезов кристаллов при преобразовании в типовых режимах и не дают представления о функциональных возможностях кристаллов для решения нетрадиционных задач.

Предложенная еще в 1967 г. Хобденом [1] классификация типов взаимодействия при коллинеарной ГВГ в двухосных кристаллах преследовала цель показать многообразие возможных угловых зависимостей направлений фазового синхронизма в кристаллооптической системе координат и их взаимосвязь при изменении, например, длины волны основного излучения или температуры кристалла и сыграла заметную роль в становлении и развитии современной нелинейной оптики.

Дальнейшим развитием работы [1] явилась работа [2], в которой были представлены диаграммы направлений фазового синхронизма при генерации суммарной и разностной частот лазерного излучения. Приведенная в [1] классификационная таблица стереографических проекций часто цитируется в различных научно-технических публикациях (см., напр., [3, 4]), однако эти ссылки носят чисто академический характер и не связаны с анализом конкретных кристаллов или группы кристаллов. Попытка систематизировать известные в настоящее время кристаллы по этой классификации сталкивается с определенными трудностями, т. к. по результатам расчетов

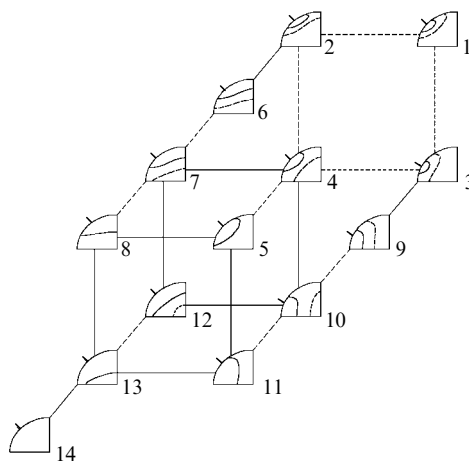


Рис.1. Диаграмма стереографических проекций типов взаимодействия в двухосных кристаллах.

были обнаружены такие стереографические проекции, которые отсутствуют в приведенной в [1] классификационной схеме.

Целью настоящей работы является полный анализ всех возможных типов взаимодействия при ГВГ в квадратично-нелинейных средах, имеющих различные соотношения между показателями преломления. Одновременно с этим будет показано, что используемая форма представления результатов, подобная диаграмме на рис.1, может быть обобщена для анализа не только направлений фазового синхронизма, но и возможности достижения некритичных взаимодействий по длине волны излучения и температуре.

1. Классификация типов взаимодействия при генерации оптических гармоник

В соответствии с уже сложившейся практикой классификации типов взаимодействия при генерации гармоник лазерного излучения в двухосных кристаллах могут иметь место два типа взаимодействия: ssf (slow-slow-fast) и sff (slow-fast-fast); напомним, что последняя буква соответствует волне второй гармоники. Каждая из стереографических проекций на рис.1 показывает угловое распределение направлений фазового синхронизма для ssf-

*НИИ радиоэлектроники и лазерной техники МГТУ им. Н.Э.Баумана, Россия, 107005 Москва, 2-я Бауманская ул., 5; эл. почта: gega@mx.bmstu.ru

**Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119899 Москва, Воробьевы горы; эл. почта: grechin@rf-hp.npi.msu.ru

***Федеральное государственное унитарное предприятие «НИИ "Полос"», Россия, 117342 Москва, ул. Введенского, 3; эл. почта: vgdmitr@orc.ru

(сплошная линия) и sff-типов (штриховые линии) взаимодействия. Ось z кристалла направлена вертикально вверх, ось x – справа налево и ось y – перпендикулярно плоскости рис.1. Здесь и далее на всех проекциях засечками на дугах обозначены направления оптической оси кристалла.

В зависимости от дисперсии двулучепреломления кристалла (от разности главных значений показателей преломления) и изменения ее при варьировании длины волны основного излучения вид углового распределения изменяется, переходя от одной проекции на рис.1 к другой по соединяющим их связям. При таком переходе меняется положение точки пересечения кривой синхронизма с главными плоскостями кристалла (xy , xz или yz). Эта точка соответствует некритичному (по углу) синхронизму.

Диаграмма на рис.1 является результатом объединения двух независимых диаграмм для каждого типа взаимодействия. Обе эти диаграммы имеют одну и ту же конфигурацию (рис.2), соответствующую появлению синхронизма вдоль оси y (переход от проекции 0 к проекции 1 на рис.2), например при уменьшении длины волны основного лазерного излучения. Для проекции 1 на рис.2 некритичный по углу синхронизм реализуется при определенных углах φ (при $\theta = 90^\circ$) и θ (при $\varphi = 90^\circ$) в плоскостях xy и yz соответственно (φ и θ – текущие угловые координаты направлений фазового синхронизма в полярной системе координат).

Из рис.2 видно, что возможны два варианта изменения распределения в зависимости от скорости изменения разности показателей преломления: появление синхронизма вдоль оси x и последующее появление некритичного синхронизма в плоскости xz (проекция 2 на рис.2) или аналогичный процесс с появлением фазового синхронизма вдоль оси z (проекция 3) и последующая реализации фазового синхронизма в плоскости xz . При дальнейшем увеличении длины волны в любом случае (от проекций 2 или 3) мы переходим к проекции 4.

Ниже будет показано, что приведенные выше результаты (рис.1 и 2) полностью справедливы для взаимодействия ssf-типа, а для взаимодействия sff-типа они являются частным случаем более общего случая. Будет также проанализировано изменение угловых распределений направлений фазового синхронизма для обоих типов взаимодействия.

1.1. Синхронизм ssf-типа

Как и в [1], будем рассматривать двухосные кристаллы в области нормальной дисперсии ($n_{2oi} > n_{oi}, i = x, y, z$), для которых в соответствии с [5] для главных значений

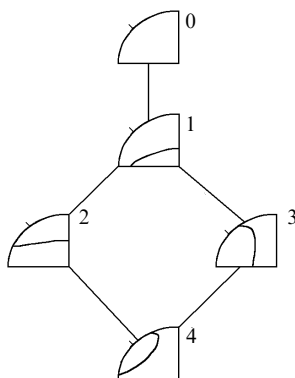


Рис.2. Диаграммы для взаимодействия ssf- и sff-типов.

показателей преломления $n_i(\omega)$ имеет место соотношение $n_z(\omega) > n_y(\omega) > n_x(\omega)$ во всем диапазоне прозрачности. Здесь и далее под $n_i(\omega)$ мы будем понимать зависимость главных значений показателей преломления от частоты излучения, а под n_{oi} и n_{2oi} – показатели преломления на основной частоте и частоте второй гармоники соответственно.

Мы не будем накладывать ограничение на разности главных значений показателей преломления

$$n_{2oz} - n_{oz} \approx n_{2oy} - n_{oy} \approx n_{2ox} - n_{ox} \ll n_{ox}, \tag{1}$$

которое было сделано в [1].

Для анализа всех возможных конфигураций распределений направлений синхронизма удобно использовать переходы (связи) между стереографическими проекциями, при которых фазовый синхронизм реализуется вдоль одной из оптических осей кристалла. При определенных соотношениях показателей преломления на обеих длинах волн возможны реализации взаимодействия ssf-типа вдоль всех трех осей кристалла (x , y или z). Тогда условие фазового синхронизма $n_{2\omega}^f = n_{\omega}^s$ (где $n_{2\omega}^f$ и n_{ω}^s – показатели преломления для быстрой и медленной волн) для всех этих случаев будет иметь вид

$$n_{2oy} = n_{oz} \tag{2}$$

вдоль оси x ,

$$n_{2ox} = n_{oz} \tag{3}$$

вдоль оси y ,

$$n_{2ox} = n_{oy} \tag{4}$$

вдоль оси z .

В общем случае кривые фазового синхронизма пересекают главные плоскости кристалла. Это имеет место при следующих соотношениях между показателями преломления:

$$n_{2oy} > n_{oz} > n_{2ox} \tag{5}$$

в плоскости xy ,

$$n_{oz} > n_{2ox} > n_{oy} \tag{6}$$

в плоскости yz и

$$n_{oy} > n_{2ox} \quad \text{при } \theta < \Omega, \tag{7}$$

$$n_{oz} > n_{2oy} \quad \text{при } \theta > \Omega \tag{8}$$

в плоскости xz , где Ω – угол между оптической осью и направлением z .

Соотношения показателей преломления, при которых реализуется то или иное распределение направлений фазового синхронизма (проекции на рис.2), определяются совокупностью условий (5)–(8), а переходы между проекциями происходят при соответствующем сочетании условий (2)–(4) и (5)–(8).

На рис.3 представлены дисперсионные зависимости, отвечающие всем возможным соотношениям показателей преломления для синхронизма ssf-типа и соответствующие им диаграммы направлений фазового синхронизма. Горизонтальные штриховые линии соответствуют трем показателям преломления на основной частоте лазерного излучения. Слева от кривых приведено обозначение главной оптической оси кристалла, вдоль которой выполняется условие синхронизма. В области высоких частот излучения обычно имеет место соотношение

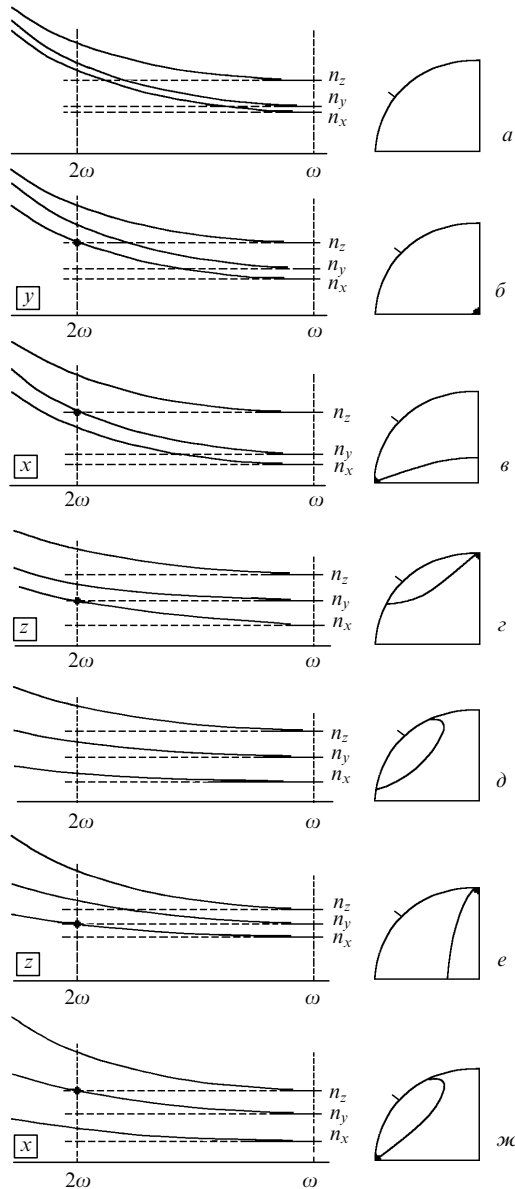


Рис.3. Дисперсионные зависимости показателей преломления, соответствующие синхронизму sff-типа.

$$n_{2\omega z} > n_{2\omega y} > n_{2\omega x} > n_{\omega z} > n_{\omega y} > n_{\omega x} \text{ или } n_{2\omega x} > n_{\omega z} \quad (9)$$

и условия для синхронизма отсутствуют (рис.3,а). При увеличении длины волны излучения уменьшается угол наклона всех дисперсионных зависимостей и при некоторой длине волны выполняется условие (3), которое соответствует появлению синхронизма вдоль оси y (рис.3,б). Появление синхронизма вдоль оси y является единственным вариантом для взаимодействия sff-типа, т. к. принято считать, что условие $n_z(\omega) > n_y(\omega) > n_x(\omega)$ справедливо во всем диапазоне прозрачности кристалла. При дальнейшем уменьшении частоты излучения (уменьшении угла наклона дисперсионной зависимости) выполняются соотношения (5) и (6). Это соответствует проекции 1 на рис.2 (пересечение кривой синхронизма с плоскостями xy и yz).

Далее возможны два варианта изменения соотношений показателей преломления. В первом случае (переход по проекциям 1–2–4 на рис.2) сначала начинает выполняться соотношение (2), при котором условие синхрониз-

Табл.1.

Проекция	Плоскости синхронизма	Условия синхронизма
0	–	$n_{2\omega x} > n_{\omega z}$
1	xy, yz	$n_{2\omega y} > n_{\omega z} > n_{2\omega x} > n_{\omega y}$
2	$xz (\theta > \Omega), yz$	$n_{\omega z} > n_{2\omega y}, n_{2\omega x} > n_{\omega y}$
3	$xz (\theta < \Omega), xy$	$n_{2\omega y} > n_{\omega z}, n_{\omega y} > n_{2\omega x}$
4	$xz (\theta < \Omega), xz (\theta > \Omega)$	$n_{\omega z} > n_{2\omega y}, n_{\omega y} > n_{2\omega x}$

ма имеет место вдоль оси x (рис.3,в). Затем изменение частоты излучения приводит к переходу к проекции 2 на рис.2, т. е. к пересечению кривой синхронизма с плоскостью xz (под углом θ к оси z , большим угла Ω). Направление фазового синхронизма может достичь оптической оси только при нулевой дисперсии. Для проекции 2 на рис.2 имеют место соотношения (6) и (8). При дальнейшем изменении показателей преломления направление фазового синхронизма в главных плоскостях кристалла из плоскости yz переходит в плоскость xz (проекция 4 на рис.2), что приводит к реализации фазового синхронизма вдоль оси z (рис.3,г). При этом выполняются условия (4) и (8). Проекция 4 на рис.2 удовлетворяет соотношениям (7), (8) (см. рис.3,д).

Во втором случае (переход по проекциям 1–3–4 на рис.2) сначала начинает выполняться условие перехода направления фазового синхронизма из плоскости yz в плоскость xz (при $\theta < \Omega$). При реализации фазового синхронизма вдоль оси z имеет место соотношение (4) совместно с (5) (рис.3,е). Далее изменение частоты излучения приводит к переходу к проекции 3 на рис.2, т. е. к пересечению кривой синхронизма с плоскостью xz . В этом случае реализуются условия (5) и (7). Затем происходит переход через ось x (условия (2) и (7), рис.3,ж) и далее переход к проекции 4 на рис.2.

С учетом определенных в начале этой работы общих соотношений для главных значений показателей преломления кристалла в области нормальной дисперсии ($n_z(\omega) > n_y(\omega) > n_x(\omega)$) для взаимодействия sff-типа все соотношения для различных проекций сведены в табл.1.

1.2. Синхронизм sff-типа

Как было показано выше, для взаимодействия sff-типа приведенные результаты полностью согласуются с результатами [1]. По-другому изменяются условия синхронизма для взаимодействия sff-типа, определяющегося равенством $n_{2\omega}^f = (n_{\omega}^s + n_{\omega}^f)/2$. Для взаимодействия этого типа также возможна реализация фазового синхронизма вдоль всех главных осей кристалла:

$$n_{2\omega y} = (n_{\omega y} + n_{\omega z})/2 \quad (10)$$

вдоль оси x ,

$$n_{2\omega x} = (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2 \quad (11)$$

вдоль оси y ,

$$n_{2\omega x} = (n_{\omega x} + n_{\omega y})/2 \quad (12)$$

вдоль оси z . Соотношения (10)–(12) можно представить в общем виде:

$$n_{2\omega k} = (n_{\omega k} + n_{\omega j})/2, \quad (13)$$

где $k = x, y; j = y, z$.

Между этими предельными состояниями кривая синхронизма пересекает главные плоскости кристалла, что

реализуется при следующих соотношениях между показателями преломления:

$$n_{2\omega y} > (n_{\omega y} + n_{\omega z})/2, \tag{14}$$

$$n_{2\omega x} < (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2$$

или

$$n_{2\omega y} < (n_{\omega y} + n_{\omega z})/2, \tag{15}$$

$$n_{2\omega x} > (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2$$

в плоскости xy ,

$$n_{2\omega x} > (n_{\omega x} + n_{\omega y})/2, \tag{16}$$

$$n_{2\omega x} < (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2$$

в плоскости yz ,

$$n_{2\omega x} < (n_{\omega x} + n_{\omega y})/2 \quad \text{при } \theta < \Omega, \tag{17}$$

$$n_{2\omega z} > (n_{\omega y} + n_{\omega z})/2 \quad \text{при } \theta < \Omega,$$

$$n_{2\omega y} < (n_{\omega y} + n_{\omega z})/2 \quad \text{при } \theta > \Omega, \tag{18}$$

$$n_{2\omega y} > (n_{\omega x} + n_{\omega y})/2 \quad \text{при } \theta > \Omega,$$

в плоскости xz .

Как и для синхронизма ssf -типа, в рассматриваемом случае наличие синхронизма в плоскостях yz или xu возможно при одном единственном соотношении между показателями преломления. Для синхронизма в плоскости xu справедливы соотношения (14) и (15). Это есть следствие того, что условия (16)–(18) определяются пересечением окружности и эллипса для показателей преломления на длине волны основного излучения и второй гармоники и являются единственными с учетом сделанных в начале определений общих соотношений для показателей преломления. В плоскости xu существование фазового синхронизма определяется пересечением двух эллипсов. Соотношения (14) и (15) различаются только знаками неравенств. Нетрудно видеть, что каждая из этих пар неравенств является совместной. В дальнейшем мы исключим из рассмотрения вторые неравенства в (17) и (18) в силу их тождественности.

Дисперсионные зависимости показателей преломления $n_i(\omega)$, отвечающие возможным изменениям кривой синхронизма, и соответствующие им распределения направлений фазового синхронизма представлены на рис.4. Горизонтальные штриховые линии соответствуют трем полусуммам показателей преломления (13). Слева от кривых (как и на рис.3) приведено обозначение главной оптической оси кристалла, вдоль которой выполняется условие синхронизма. Начальному случаю, при котором отсутствует условие фазового синхронизма ssf -типа, соответствуют следующие соотношения для главных значений показателей преломления (рис.4,а):

$$n_{2\omega y} > (n_{\omega y} + n_{\omega z})/2, \quad n_{2\omega x} > (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2. \tag{19}$$

Отметим, что равенства $n_{2\omega x} = (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2$ и $n_{2\omega y} = (n_{\omega y} + n_{\omega z})/2$ не являются условиями синхронизма. Рассмотрим возможные варианты изменений направлений фазового синхронизма.

Выполнение условия (11) соответствует появлению синхронизма вдоль оси y (рис.4,б) аналогично тому, как это имело место для взаимодействия ssf -типа (рис.3,б).

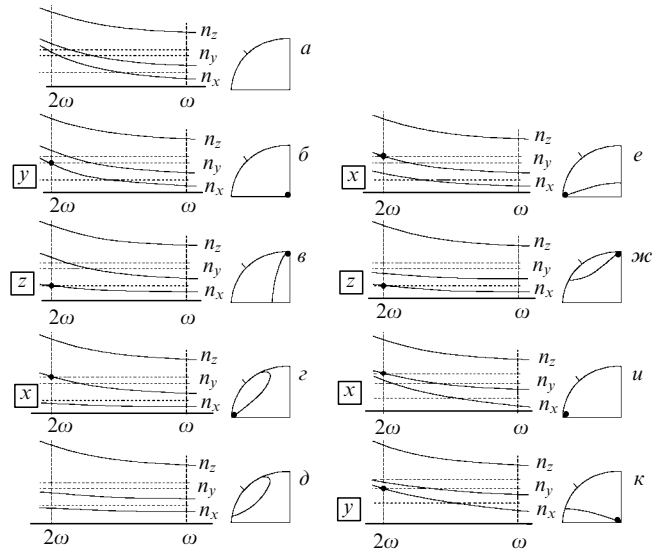


Рис.4. Дисперсионные зависимости показателей преломления, соответствующие синхронизму ssf -типа.

Далее процесс может идти по двум направлениям. В первом случае изменения направлений фазового синхронизма обусловлены быстрым изменением (большой дисперсией) $n_x(\omega)$. После выполнения условия (11) это приводит к появлению синхронизма в плоскостях xu и yz (проекция 1 на рис.2), чему соответствует совместное выполнение условий (14) и (16). Нетрудно видеть, что условия (15) и (16) несовместны. При дальнейшем изменении длины волны основного излучения появляется синхронизм вдоль оси z (рис.4,в). Это происходит при совместном выполнении условий (12) и (14). Дальнейшее изменение показателей преломления приводит к переходу к проекции 3 на рис.2. В этом случае соотношения (14) и (17) выполняются, а условия (15) и (17) несовместны. Затем появляется синхронизм вдоль оси x (рис.4,г, условия (10) и (17)), и далее кривая синхронизма пересекает плоскость xz (выше и ниже оптической оси) в двух точках (рис.4,д). При этом выполняются соотношения (17) и (18).

Во втором случае, после достижения проекции 1 на рис.2, начинает проявляться большая дисперсия $n_y(\omega)$ и появляется синхронизм вдоль оси x (рис.4,е, условия (10) и (16)). После этого происходит переход к проекции 2 на рис.2 и выполняются соотношения для показателей преломления (16) и (18). Далее возникает синхронизм вдоль оси z (рис.4,жс, условия (12) и (18)) и осуществляется переход к проекции 4 на рис.2 (условия (17) и (18)).

Кроме перехода от проекции 0 к проекции 1 на рис.2 (появление синхронизма вдоль оси y), возможно также первоначальное появление синхронизма вдоль оси x (условие (10)) при большой дисперсии $n_x(\omega)$ и небольшой дисперсии $n_y(\omega)$ (рис.4,и). После появления синхронизма вдоль оси x направления фазового синхронизма пересекают главные плоскости xu и xz кристалла. При этом выполняются условия (15) и (18). Дальнейшее изменение показателей преломления приводит к появлению синхронизма вдоль оси y (рис.4,к, условия (16) и (18)), т.е. к переходу к проекции 2 на рис.2. После этого переход по проекциям аналогичен рассмотренному выше переходу от проекции 2 к проекции 4 (рис.2).

В отличие от рис.2 для взаимодействия ssf -типа появляется еще одно распределение направлений фазового

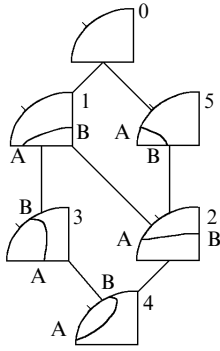


Рис.5. Диаграмма для взаимодействия sff-типа.

синхронизма. Это распределение представляет собой коническую поверхность с биссектрисой вдоль оси x (проекция 5 на рис.5). Объединение всех проекций разрешенными переходами (связями) дает диаграмму, представленную на рис.5. Возможны три варианта перехода: 0–1–3–4; 0–5–2–4; 0–1–2–4. Буквами А и В на рис.5 показаны точки пересечения кривых синхронизма с главными плоскостями кристалла, соответствующие некритичным по углам взаимодействиям. На проекции 4 точка А соответствует углам синхронизма $\theta > \Omega$, точка В – углам $\theta < \Omega$.

При внешней схожести (по пересечению направлений фазового синхронизма главных плоскостей кристалла) проекций 3 и 5 положение точек А и В показывает, что процессы преобразования этих проекций (переход от предыдущей к последующей) различны. На проекции 5 для точки А угол $\theta > \Omega$, на проекции 3 для точки В угол $\theta < \Omega$. Прямой переход между проекциями 3 и 5 невозможен, т. к. необходимо одновременное пересечение кривой синхронизма двух осей кристалла. Условия, соответствующие всем проекциям взаимодействия sff-типа на рис.5, т. е. связи между показателями преломления, сведены в табл.2.

2. Полная конфигурационная диаграмма

Диаграммы на рис.2 (для взаимодействий ssf-типа) и рис.5 (для взаимодействий sff-типа) можно объединить в одну конфигурационную диаграмму, подобную приведенной на рис.1. Полная диаграмма проекций представлена на рис.6. В отличие от диаграммы на рис.1, где применялась сквозная нумерация проекций, здесь используется двойная нумерация. Первая цифра соответствует взаимодействию ssf-типа, вторая – взаимодействию sff-типа. Такой подход позволяет упростить последующий анализ изменений распределений. По сравнению с рис.1 здесь появились два новых элемента (проекции 25 и 45), соответствующие появлению синхронизма sff-типа на

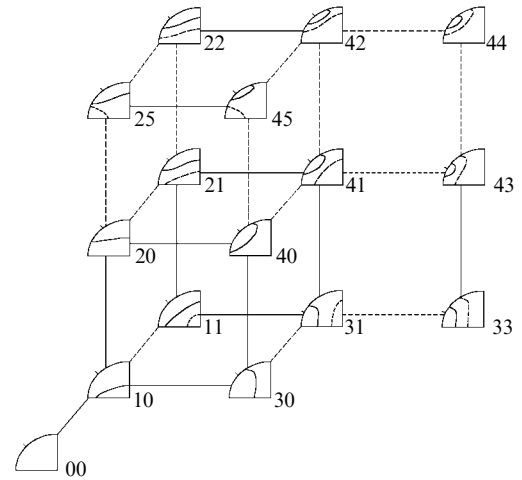


Рис.6. Диаграмма стереографических проекций направлений фазового синхронизма всех типов взаимодействия при ГВГ в двухосных кристаллах ($n_z(\omega) > n_y(\omega) > n_x(\omega)$).

оси x . С остальными проекциями они связаны соответствующими связями.

Для каждой из проекций диаграммы рис.6 связь между показателями преломления определяется соответствующими условиями для взаимодействий ssf- и sff-типов из табл.1 и 2. Непосредственной проверкой можно показать, что проекция 5 для взаимодействия sff-типа (рис.5) совместна только с проекциями 2 и 4 для взаимодействия ssf-типа (рис.2).

Таким образом, помимо приведенных на рис.1 имеются еще две возможные конфигурации направлений фазового синхронизма – проекции 25 и 45 (рис.6). Появление синхронизма вдоль оси x возможно только для взаимодействия sff-типа и не реализуемо для взаимодействия ssf-типа, т. к. для всех главных плоскостей кристалла условия синхронизма задаются пересечением окружности и эллипса. В табл.3 даны соответствующие всем проекциям на рис.6 неравенства для главных значений показателей преломления, полученные из табл.1 и 2 при исключении избыточных соотношений.

Реализация распределения, соответствующего проекции 5 на рис.5, возможна для кристаллов с различающимися дисперсиями $n_x(\omega)$ и $n_y(\omega)$. После несложных преобразований из (15) следует дисперсионное соотношение для компонент показателей преломления

$$n_{2\omega x} - n_{\omega x} > n_{2\omega y} - n_{\omega y}.$$

Это условие выполняется, например, для кристаллов, имеющих «изоточки», т. е. такие длины волн, при которых разность $n_y(\omega) - n_x(\omega)$ становится равной нулю (одноосный кристалл) и потом изменяет знак на отрицательный (см., напр., [6]).

Табл.2.

Проекция	Плоскости синхронизма	Условия синхронизма
0	–	$n_{2\omega y} > (n_{\omega y} + n_{\omega z})/2, n_{2\omega x} > (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2$
1	xy, yz	$n_{2\omega y} > (n_{\omega y} + n_{\omega z})/2, (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2 > n_{2\omega x} > (n_{\omega x} + n_{\omega y})/2$
2	$xz (\theta > \Omega), yz$	$(n_{\omega y} + n_{\omega z})/2 > n_{2\omega y}, (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2 > n_{2\omega x} > (n_{\omega x} + n_{\omega y})/2$
3	$xz (\theta < \Omega), xy$	$n_{2\omega y} > (n_{\omega y} + n_{\omega z})/2, (n_{\omega x} + n_{\omega y})/2 > n_{2\omega x}$
4	$xz (\theta < \Omega), xz (\theta > \Omega)$	$(n_{\omega y} + n_{\omega z})/2 > n_{2\omega y}, (n_{\omega x} + n_{\omega y})/2 > n_{2\omega x}$
5	$xy, xz (\theta > \Omega)$	$(n_{\omega y} + n_{\omega z})/2 > n_{2\omega y}, n_{2\omega x} > (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2$

Табл.3.

Проекция	Условия синхронизма	
	sff-тип	ssf-тип
40	$n_{2\omega y} > (n_{\omega y} + n_{\omega z})/2, n_{2\omega x} > (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2$	
41	$n_{2\omega y} > (n_{\omega y} + n_{\omega z})/2, (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2 > n_{2\omega x} > (n_{\omega x} + n_{\omega y})/2$	
42	$(n_{\omega y} + n_{\omega z})/2 > n_{2\omega y}, (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2 > n_{2\omega x} > (n_{\omega x} + n_{\omega y})/2$	
43	$n_{2\omega y} > (n_{\omega y} + n_{\omega z})/2, (n_{\omega x} + n_{\omega y})/2 > n_{2\omega x}$	$n_{\omega z} > n_{2\omega y}, n_{\omega y} > n_{2\omega x}$
44	$(n_{\omega y} + n_{\omega z})/2 > n_{2\omega y}, (n_{\omega x} + n_{\omega y})/2 > n_{2\omega x}$	
45	$(n_{\omega y} + n_{\omega z})/2 > n_{2\omega y}, n_{2\omega x} > (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2$	
20	$n_{2\omega y} > (n_{\omega y} + n_{\omega z})/2, n_{2\omega x} > (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2$	
21	$n_{2\omega y} > (n_{\omega y} + n_{\omega z})/2, (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2 > n_{2\omega x}$	
22	$(n_{\omega y} + n_{\omega z})/2 > n_{2\omega y}, (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2 > n_{2\omega x}$	$n_{\omega z} > n_{2\omega y}, n_{2\omega x} > n_{\omega y}$
25	$(n_{\omega y} + n_{\omega z})/2 > n_{2\omega y}, n_{2\omega x} > (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2$	
30	$n_{2\omega x} > (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2$	
31	$(n_{\omega x} + n_{\omega z})/2 > n_{2\omega x} > (n_{\omega x} + n_{\omega y})/2$	$n_{2\omega y} > n_{\omega z}, n_{\omega y} > n_{2\omega x}$
33	$(n_{\omega x} + n_{\omega y})/2 > n_{2\omega x}$	
10	$n_{2\omega x} > (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2$	
11	$(n_{\omega x} + n_{\omega z})/2 > n_{2\omega x}$	$n_{2\omega y} > n_{\omega z} > n_{2\omega x} > n_{\omega y}$
00	–	$n_{2\omega x} > n_{\omega z}$

Табл.4.

Кристалл	Знак кристалла	Установка n_i	2Ω (°)	λ (нм)	xuz
VAMB	–	$n_x > n_y > n_z$	57.25	532.1	abc
Banan	–	$n_x > n_y > n_z$	13	–	abc
KCN	–	$n_z > n_y > n_x$	115.2	546.1	bca
KLN	–	$n_z > n_y > n_x$	111	546.1	bca
LBO	–	$n_z > n_y > n_x$	109.2	532.1	acb
LFM	–	$n_z > n_y > n_x$	123.8	532.1	abc
LGO	–	$n_z > n_y > n_x$	74.5	500	bca
MDNB	–	$n_x > n_y > n_z$	51.15	532.1	abc
MBF	–	$n_z > n_y > n_x$	117.5	532.1	bca
KNB	–	$n_x > n_y > n_z$	66.78	532.1	bac
SFM	–	$n_z > n_y > n_x$	92.5	540	abc
α -HIO ₃	–	$n_x > n_y > n_z$	47	–	bca
COANP	+	$n_z > n_y > n_x$	36.13	547	cab
KTP	+	$n_z > n_y > n_x$	37.4	546.1	abc
KTA	+	$n_z > n_y > n_x$	34.5	532.1	abc
CTA	+	$n_z > n_y > n_x$	52.9	532.1	abc
RTA	+	$n_z > n_y > n_x$	39.4	–	abc
KB5	+	$n_x > n_y > n_z$	126.3	546.1	abc
DKB5	+	$n_x > n_y > n_z$	–	–	abc
L-CTT	+	$n_z > n_y > n_x$	65.8	532.1	acb
MMONS	+	$n_z > n_y > n_x$	70.2	543	abc
NaNO ₂	+	$n_z > n_y > n_x$	62.5	532.5	acb

Примечания: VAMB – бис (аминометил) бензол; Banan – ниобат бария-натрия ($Ba_2NaNb_5O_{15}$); KCN – дигидрат калий-цериевого нитрата ($K_2Ce(NO_3)_5 \cdot 2H_2O$); KLN – дигидрат калий-лантанового нитрата ($K_2La(NO_3)_5 \cdot 2H_2O$); LBO – триборат лития (LiB_3O_5); LFM – формиат лития ($LiCOOH \cdot H_2O$); LGO – галлат лития ($LiGaO_2$); MDNB – мета-динитробензол ($C_6H_4(NO_2)_2$); MBF – фторид магния-бария ($MgBaF_4$); KNB – ниобат калия ($KNbO_3$); SFM – формиат натрия ($NaCOOH$); α -HIO₃ – иодноватая кислота; COANP – 2-циклоактиламино-5-нитропиридин; KTP – титанил-фосфат калия ($KTiOPO_4$); KTA – титанил-арсенат калия ($KTiOAsO_4$); CTA – титанил-арсенат цезия ($CsTiOAsO_4$); RTA – титанил-арсенат рубидия ($RbTiOAsO_4$); KB5 – пентаборат калия ($KB_5O_8 \cdot 4H_2O$); DKB5 – дейтерированный пентаборат калия ($KB_5O_8 \cdot 4D_2O$); L-CTT – тетрагидрат тартрата кальция ($CaC_4H_4O_6 \cdot 4H_2O$); MMONS – 3-метил-4-метокси-4'-нитростильбен.

В соответствии с конвенцией IEEE/ANSI Std. 176 – 1987 кристаллооптическая система координат кристалла выбирается таким образом, чтобы выполнялось условие $n_z(\omega) > n_y(\omega) > n_x(\omega)$. Это традиционная, так называемая оптическая установка кристалла. Кристалл считается положительным, если угол между оптическими осями 2Ω меньше 90° , и отрицательным, если этот угол больше 90° . На практике (см., напр., [7]) эти соотношения для показателей преломления часто не выполняются.

В табл.4 приведены некоторые параметры наиболее широко используемых кристаллов, в том числе соотношения ориентаций осей кристаллооптической (xuz) и кристаллофизической (abc) систем координат. Для большого числа кристаллов приведенные параметры не удовлетворяют рекомендациям конвенции. Рассмотрим полную диаграмму направлений фазового синхронизма кристаллов, для которых выполняется соотношение $n_x(\omega) > n_y(\omega) > n_z(\omega)$.

Направления фазового синхронизма для взаимодействия ssf-типа лежат в главных плоскостях кристалла при следующих условиях:

$$n_{\omega x} > n_{2\omega z} > n_{\omega y} \tag{20}$$

в плоскости xu ,

$$n_{2\omega y} > n_{\omega x} > n_{2\omega z} \tag{21}$$

в плоскости uz ,

$$n_{\omega x} > n_{2\omega y} \text{ при } \theta < \Omega, \tag{22}$$

Табл.5.

Проекция	Плоскости синхронизма	Условия синхронизма
0	–	$n_{2\omega z} > n_{\omega x}$
1	xu, uz	$n_{2\omega y} > n_{\omega x} > n_{2\omega z} > n_{\omega y}$
2	$xz (\theta > \Omega), yz$	$n_{2\omega y} > n_{\omega x}, n_{\omega y} > n_{2\omega z}$
3	$xz (\theta < \Omega), xu$	$n_{\omega x} > n_{2\omega y}, n_{2\omega z} > n_{\omega y}$
4	$xz (\theta < \Omega), xz (\theta > \Omega)$	$n_{\omega x} > n_{2\omega y}, n_{\omega y} > n_{2\omega z}$

Табл.6.

Проекция	Плоскости синхронизма	Условия синхронизма
0	–	$n_{2\omega y} > (n_{\omega x} + n_{\omega y})/2, n_{2\omega z} > (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2$
1	xy, yz	$n_{2\omega y} > (n_{\omega x} + n_{\omega y})/2, (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2 > n_{2\omega z} > (n_{\omega y} + n_{\omega z})/2$
2	$xz (\theta > \Omega), yz$	$(n_{\omega x} + n_{\omega z})/2 > n_{2\omega z}, n_{2\omega y} > (n_{\omega x} + n_{\omega y})/2$
3	$xz (\theta < \Omega), xy$	$n_{2\omega y} < (n_{\omega x} + n_{\omega y})/2, (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2 > n_{2\omega z} > (n_{\omega x} + n_{\omega y})/2$
4	$xz (\theta < \Omega), xz (\theta > \Omega)$	$(n_{\omega x} + n_{\omega y})/2 > n_{2\omega y}, (n_{\omega y} + n_{\omega z})/2 > n_{2\omega z}$
5	$yz, xz (\theta < \Omega)$	$(n_{\omega x} + n_{\omega y})/2 > n_{2\omega y}, n_{2\omega z} > (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2$

$$n_{2\omega x} > n_{\omega y} \quad \text{при } \theta > \Omega \quad (23)$$

в плоскости xz .

Для взаимодействия ssf-типа возможны все распределения (проекций) и связь между ними, подобные показанным на рис.2. В табл.5 представлены аналогичные приведенным в табл.2 условия, обеспечивающие реализацию всех возможных проекций. Для взаимодействия sff-типа имеется отличие, связанное с тем, что в главных плоскостях xz (при $\theta < \Omega$ и $\theta > \Omega$) и xy условия синхронизма определяются пересечением окружности и эллипса и поэтому имеют единственное условие для реализации, а в плоскости yz направление синхронизма определяется пересечением двух эллипсов для показателей преломления. В этом случае, подобно условиям (14) и (15) для взаимодействия sff-типа при $n_z(\omega) > n_y(\omega) > n_x(\omega)$, в плоскости yz возможны два условия, при которых синхронизм будет иметь место. Для всех главных плоскостей соотношения между показателями преломления имеют следующий вид:

$$n_{2\omega z} > (n_{\omega y} + n_{\omega z})/2, \quad (24)$$

$$n_{2\omega z} < (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2$$

в плоскости xy ,

$$n_{2\omega y} > (n_{\omega x} + n_{\omega y})/2, \quad (25)$$

$$n_{2\omega z} < (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2$$

или

$$n_{2\omega y} < (n_{\omega x} + n_{\omega y})/2, \quad (26)$$

$$n_{2\omega y} > (n_{\omega x} + n_{\omega y})/2$$

в плоскости yz ,

$$n_{2\omega y} < (n_{\omega x} + n_{\omega y})/2 \quad \text{при } \theta < \Omega, \quad (27)$$

$$n_{2\omega y} > (n_{\omega y} + n_{\omega z})/2 \quad \text{при } \theta < \Omega,$$

$$n_{2\omega z} < (n_{\omega y} + n_{\omega z})/2 \quad \text{при } \theta > \Omega, \quad (28)$$

$$n_{2\omega x} > (n_{\omega x} + n_{\omega y})/2 \quad \text{при } \theta > \Omega$$

в плоскости xz .

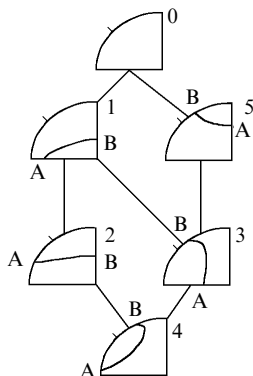


Рис.7. Диаграмма для взаимодействия sff-типа.

Из (24)–(28) следует, что в отличие от рис.5 в рассматриваемом случае возможно появление синхронизма не вдоль оси x , а вдоль оси z . В табл.6 приведены условия для показателей преломления, при которых реализуются все возможные распределения направлений фазового синхронизма sff-типа.

Полная диаграмма проекций для взаимодействия sff-типа дана на рис.7. Основное отличие ее от диаграммы рис.5 заключается в том, что после появления синхронизма вдоль оси z (проекция 5 на рис.7) возможен единственный переход к проекции 3. Объединение диаграмм рис.2 и 7 дает полную диаграмму для всех комбинаций распределений направлений фазового синхронизма обоих типов, представленную на рис.8. В табл.7 даны соответствующие всем проекциям на рис.8 неравенства для главных значений показателей преломления (аналогичные приведенным в табл.3), полученные из табл.5 и 6.

По нашему мнению, приведенные здесь результаты исчерпывают все возможные распределения фазового синхронизма при ГВГ в двухосных кристаллах. Исходя из изложенного, необходим также и пересмотр результатов работы [2] для генерации суммарной и разностной частот лазерного излучения.

3. Анализ конфигурационных диаграмм для кристаллов КТР и РТА

Используем полученные результаты для анализа изменений проекций двух широко известных кристаллов – КТР и РТА в диапазоне их прозрачности. Дисперсион-

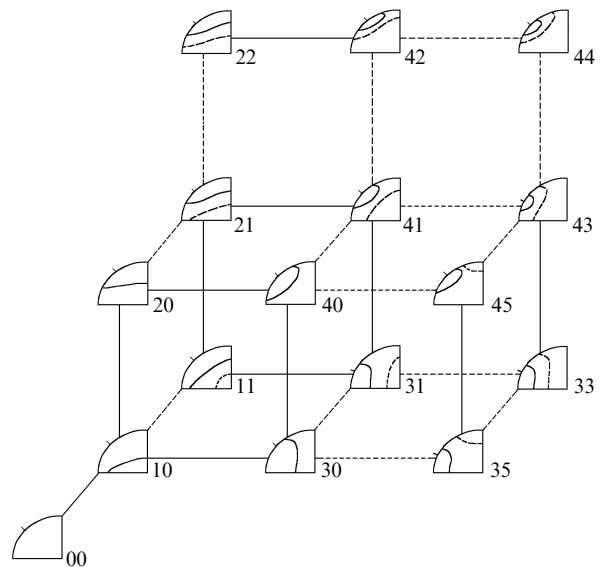


Рис.8. Диаграмма стереографических проекций направлений фазового синхронизма всех типов взаимодействия при ГВГ в двухосных кристаллах ($n_x(\omega) > n_y(\omega) > n_z(\omega)$).

Табл.7.

Проекция	Условия синхронизма	
	sff-тип	ssf-тип
40	$n_{2\omega y} > (n_{\omega y} + n_{\omega x})/2, n_{2\omega z} > (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2$	
41	$n_{2\omega y} > (n_{\omega y} + n_{\omega x})/2, (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2 > n_{2\omega z} > (n_{\omega z} + n_{\omega y})/2$	
42	$n_{2\omega y} > (n_{\omega y} + n_{\omega x})/2, (n_{\omega y} + n_{\omega z})/2 > n_{2\omega z}$	
43	$(n_{\omega x} + n_{\omega z})/2 > n_{2\omega z} > (n_{\omega y} + n_{\omega z})/2, (n_{\omega x} + n_{\omega y})/2 > n_{2\omega y}$	$n_{\omega x} > n_{2\omega y}, n_{\omega y} > n_{2\omega z}$
44	$(n_{\omega y} + n_{\omega x})/2 > n_{2\omega y}, (n_{\omega z} + n_{\omega y})/2 > n_{2\omega z}$	
45	$(n_{\omega y} + n_{\omega x})/2 > n_{2\omega y}, n_{2\omega z} > (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2$	
30	$n_{2\omega y} > (n_{\omega y} + n_{\omega x})/2, n_{2\omega z} > (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2$	
31	$n_{2\omega y} > (n_{\omega y} + n_{\omega x})/2, (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2 > n_{2\omega z}$	
32	$(n_{\omega x} + n_{\omega z})/2 > n_{2\omega z}, (n_{\omega x} + n_{\omega y})/2 > n_{2\omega y}$	$n_{\omega x} > n_{2\omega y}, n_{2\omega z} > n_{\omega y}$
35	$(n_{\omega y} + n_{\omega x})/2 > n_{2\omega y}, n_{2\omega z} > (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2$	
20	$n_{2\omega z} > (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2$	
21	$(n_{\omega x} + n_{\omega z})/2 > n_{2\omega z} > (n_{\omega z} + n_{\omega y})/2$	$n_{2\omega y} > n_{\omega x}, n_{\omega y} > n_{2\omega z}$
22	$(n_{\omega z} + n_{\omega y})/2 > n_{2\omega z}$	
10	$n_{2\omega z} > (n_{\omega x} + n_{\omega z})/2$	
11	$(n_{\omega x} + n_{\omega z})/2 > n_{2\omega z}$	$n_{2\omega y} > n_{\omega x} > n_{2\omega z} > n_{\omega y}$
00	–	$n_{2\omega z} > n_{\omega x}$

ные зависимости для кристалла КТР были взяты из работы [8], для РТА – из [9]. Длины волн основного излучения, соответствующие переходам от одной проекции к другой, для кристалла КТР представлены в табл.8. Переходы этого кристалла могут быть описаны с использованием диаграммы рис.1. Номера этих переходов приведены в первой колонке таблицы.

Во второй колонке даны номера переходов между проекциями на рис.6. Для кристалла КТР при увеличении длины волны переходы по проекциям от распределения 00 стремятся не к распределению 44, а к распределению 22, которое является предельным, и после этого происходит обратный переход по той же самой последовательности проекций к распределению 00. Диапазоны длин волн, в пределах которых реализуется фазовый синхронизм, таковы: 741–4251 нм для взаимодействия sff-типа, 994–3106 нм для взаимодействия sff-типа. На приведенных в табл.8 длинах волн переходов от проекции к проекции реализуется некритичный по обоим углам синхронизм (вдоль одной из оптических осей кристалла).

В табл.9 представлены аналогичные приведенным в табл.6 данные для кристалла РТА. Здесь только часть переходов может быть описана с использованием диаграммы рис.1. На длине волны 1138 нм появляется син-

хронизм sff-типа вдоль оси *y*. Далее осуществляется переход по проекциям 20–21–22. При дальнейшем увеличении длины волны излучения преобладающим является уменьшение показателя преломления $n_x(\omega)$. Это приводит к тому, что кривая синхронизма пересекает главные плоскости кристалла *xu* и *xz* ($\theta > \Omega$), что соответствует проекции 25 на рис.6.

На длине волны 3387.356 нм выполняется условие синхронизма sff-типа в направлении оси *x*. Этот результат не вписывается в традиционную классификацию Хобдена (см. рис.1). Мы не затрагиваем вопрос о достоверности дисперсионных зависимостей для этого кристалла в диапазоне длин волн более 3 мкм. Для кристалла РТА на длине волны 3387.356 нм (точный синхронизм вдоль оси *x*) разность показателей преломления $n_{2\omega x} - 0.5(n_{\omega x} + n_{\omega z})$, соответствующая появлению синхронизма вдоль оси *y*, равна 0.002. Нельзя исключать того, что на этой длине волны мы выходим за границы применимости используемых уравнений Селлмейера. Малость этой разности говорит о том, что переход по проекциям может быть другим, например от проекции 22 к проекции 21, как и для кристалла КТР. Однако полученные выше результаты показывают, что проекции 25 и 45 на рис.6 и 8 могут иметь место.

Табл.8.

Переход		λ (нм)	
рис.1	рис.6	взаимодействие sff-типа	взаимодействие sff-типа
14	00	700	–
14–13	00–10	741	–
13–8	10–20	796	–
8–7	20–21	–	994
7–6	21–22	–	1079
6–7	22–21	–	2981
7–8	21–20	–	3106
8–13	20–10	4054	–
13–14	10–00	4251	–
14	00	4500	–

Табл.9.

Переход		λ (нм)	
рис.1	рис.6	взаимодействие sff-типа	взаимодействие sff-типа
14	00	700	–
14–13	00–10	824	–
13–8	10–20	887	–
8–7	20–21	–	1138
7–6	21–22	–	1243
–	22–25	–	3285
–	25–20	–	3387
8–13	20–10	4288	–
13–14	10–00	4627	–
14	00	5800	–

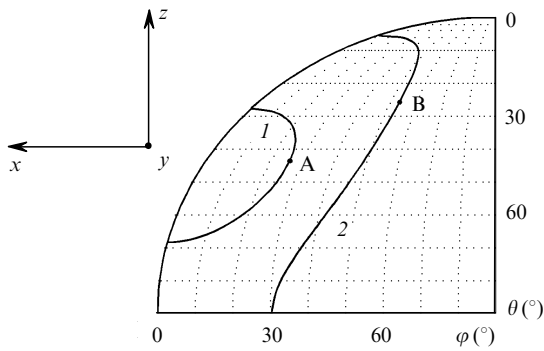


Рис.9. Распределение направлений фазового синхронизма в кристалле SFM.

Одним из достоинств использования диаграмм рис.6 и рис.8 для различных кристаллов является то, что последовательность переходов по проекциям может показать возможность существования группового синхронизма, т.е. не критичного по длине волны синхронизма, необходимого для преобразования УКИ. Для кристалла КТР при изменении длины волны основного излучения переход является «петлевым». Это означает, что для распределений, соответствующих «экстремальному» состоянию переходов, будет иметь место не критичный по длине волны синхронизм. Для кристалла КТР это реализуется в диапазоне длин волн 1960 – 2012 нм для обоих типов взаимодействия (для различных углов синхронизма φ и θ). Спектральная ширина синхронизма равна 118–135 нм·см^{0.5} для взаимодействия ssf-типа и 126 нм·см^{0.5} для взаимодействия sff-типа.

С точки зрения использования удвоителей частоты для перестраиваемых лазеров диаграммы на рис.6 и 8 позволяют сделать оценки требуемой угловой скорости перестройки. Например, как это следует из табл.6, для кристалла КТР в плоскости xu для взаимодействия sff-типа угловая скорость перестройки направления синхронизма составляет 15.74 пм/угл.мин в диапазоне длин волн 994–1079 нм и 23.15 пм/угл.мин в диапазоне 2981–3106 нм.

4. Некритичные типы фазового синхронизма

В заключение остановимся еще на одном вопросе, которому, на наш взгляд, недостаточно уделяется внимания в литературе. При анализе стереографических проекций практически не рассматривается вопрос о числе решений для углов синхронизма θ , которые могут иметь место при заданном угле φ . Как правило, этот вопрос обходится стороной и в справочной литературе по нелинейным кристаллам. Очевидно, что для проекций 1 и 2 на рис.2, 5 и 7 каждому углу φ соответствует один угол θ , так же будет и для проекции 5 на рис.5 и 7. В то же время для проекций 3 и 4 на рис.1, 2, 5–8 каждому углу φ могут соответствовать два угла θ . Возможность этого определяется условием равенства нулю производной угла синхронизма по θ :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = 0, \quad 0 < \theta < \pi. \tag{29}$$

Заметим, что при $\theta = 0$ и $\theta = \pi$ (если эти углы синхронизма достижимы на заданной длине волны) производная (29) равна нулю в силу симметрии кривой синхронизма относительно главных плоскостей кристалла.

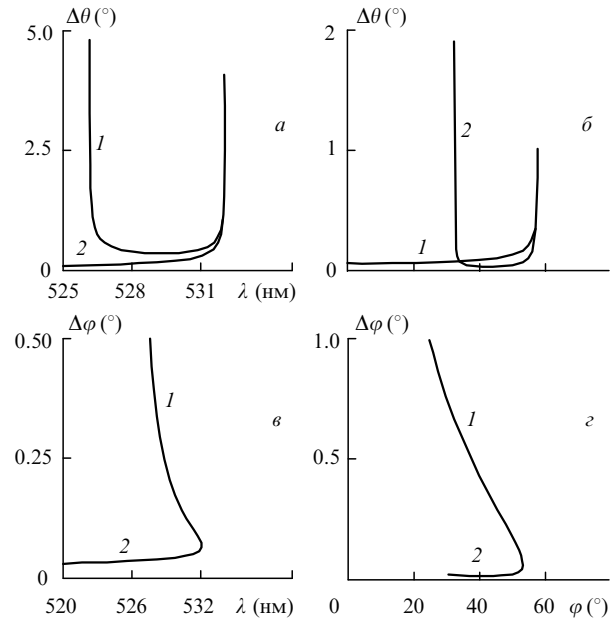


Рис.10. Угловые ширины фазового синхронизма в кристалле SFM.

Выполнение условия (29) означает наличие не критичного по углу синхронизма, который может быть реализован не только в главных плоскостях кристалла. Выбор конкретного угла синхронизма θ определяется эффективной нелинейностью, которая зависит от углов φ и θ , и всеми ширинами синхронизма (угловыми, спектральной и температурной). Все сказанное здесь относится к взаимодействию как ssf-, так и sff-типа.

Реализацию этого режима рассмотрим на примере кристалла формиата натрия. На рис.9 представлено распределение направлений фазового синхронизма ssf-типа (кривая 1) и sff-типа (кривая 2) на длине волны основного излучения 532.1 нм. Это распределение соответствует проекции 43 на рис.6. Для взаимодействия ssf-типа не критичный по углу синхронизм реализуется при $\varphi = 25.9^\circ$ и $\theta = 43.9^\circ$ (точка А), для взаимодействия sff-типа – при $\varphi = 53.3^\circ$ и $\theta = 23.7^\circ$ (точка В).

На рис.10 приведены зависимости угловых ширин синхронизма $\Delta\theta$ и $\Delta\varphi$ для взаимодействия sff-типа от длины волны основного излучения λ и угла φ . Все зависимости рассчитывались вдоль направлений фазового синхронизма для двух углов θ (кривые 1, 2). Первый угол соответствует кривой синхронизма, идущей вверх от точки В на рис.9, второй – идущей вниз. Правый максимум кривой 1 на рис.10,а соответствует не критичному по углу режиму преобразования (точка А на рис.9), левый – не критичному по углу режиму в плоскости xu , который появляется при постепенном приближении кривой синхронизма sff-типа на рис.9 к распределению, подобному распределению 1 на рис.5. Аналогично на рис.10,б правый максимум, соответствующий слиянию кривых 1 и 2, отвечает точке В на рис.9, а левый – не критичному по углу синхронизму в плоскости xu . Из рис.9 и 10, в, г хорошо видно, что синхронизм, соответствующий точке В на рис.9, имеет большую угловую ширину.

Заключение

В работе приведена полная классификация направлений фазового синхронизма при ГВГ в двухосных кристаллах с квадратичной нелинейностью по типу известной

классификации Хобдена [1]. Полученные результаты демонстрируют глубокую взаимосвязь всех стереографических проекций для двухосных кристаллов при изменении длины волны излучения во всем диапазоне прозрачности кристалла.

Полная диаграмма стереографических проекций может быть эффективно использована для анализа используемых на практике кристаллов, например для предсказания не критичных (по углу, длине волны и температуре) синхронизмов. Более детальный сравнительный анализ известных двухосных кристаллов с применением результатов этой работы будет опубликован позже.

Все представленные в работе результаты расчетов получены нами с использованием справочно-расчетного пакета программ LID-SHG (Laser Investigator & Designer – Second Harmonic Generation: www.bmstu.ru/~lid).

1. Hobden M.V. *J.Appl.Phys.*, **38**, 4365 (1967).
2. Степанов Д.Ю., Шигорин В.Д., Шипуло Г.П. *Квантовая электроника*, **11**, 1957 (1984).
3. Справочник по лазерам. Под ред. А.М.Прохорова (М., Сов. радио, 1978, т.2).
4. Sutherland R.L. *Handbook of nonlinear optics* (N.Y.–Basel–Hong-Kong, Marcel Dekker, 1996).
5. Roberts D.A. *IEEE J.Quantum Electron.*, **28**, 2057 (1992).
6. Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П. *Основы кристаллофизики* (М., Наука, 1979).
7. Dmitriev V.G., Gurzadyan G.G., Nikogosyan D.N. *Handbook of nonlinear optical crystals* (Berlin, Springer, 1996).
8. Fan T.Y., Huang C.F., Hu B.Q. et al. *Appl. Optics*, **26**, 2390 (1987).
9. Cheng L.K., Cheng L.T. et al. *J.Crystal Growth*, **137**, 107 (1994).

S.G.Grechin, S.S.Grechin, V.G.Dmitriev. Complete classification of interaction types for the second-harmonic generation in biaxial nonlinear crystals.

A complete classification of phase-matching directions for the second-harmonic generation in biaxial crystals with quadratic nonlinearity is given.