

Методика измерения волнового фронта излучения с использованием трехволнового интерферометра сдвига

А.М.Нугуманов, Р.В.Смирнов, В.И.Соколов

Проведен анализ и сделаны некоторые уточнения методики измерения распределения фазы излучения, основанной на использовании трехволнового интерферометра сдвига. Эта методика обладает высокой точностью, большим динамическим диапазоном, а также достаточно проста и удобна для применения в различных областях. Описаны прибор для реконструкции волнового фронта и алгоритм обработки данных. Приведены результаты расчетов модели измерителя волнового фронта и результаты экспериментальных измерений.

Ключевые слова: измеритель волнового фронта, репликатор излучения, интерферометрия, реконструкция фазы.

Введение

Анализ волнового фронта лазерного излучения, адаптивная оптика, тестирование оптических элементов, исследование влияния турбулентности атмосферы в астрономии требуют точной реконструкции фазы излучения. Известны два подхода к решению данной проблемы: интерферометрические методы и тест Гартмана. Недавно в ряде работ [1–3] предложен новый метод, объединяющий эти подходы [2, 4]. Основой метода является интерференция трех реплик исходной волны, а в качестве измерителя волнового фронта (ИВФ) используется ахроматический трехволновый интерферометр сдвига (АТИС).

Данный метод в принципе позволяет получить двумерное распределение фазы из одной интерферограммы без временного или пространственного расщепления излучения и без использования дополнительного источника референтного излучения. Практическое применение метода [5, 6] показало его высокую точность, хорошее пространственное разрешение и большой динамический диапазон, который легко перестраивается в широких пределах.

Нами разработана математическая модель для описания работы ИВФ, содержащая свой вариант алгоритма обработки интерферограмм. С помощью этой модели проведен анализ работы метода и рассмотрена его зависимость от изменений в конструкции и параметрах ИВФ, а также в алгоритме обработки данных. Проведены также тестовые измерения волнового фронта лазерного излучения. По результатам расчетов и экспериментальных измерений сделаны уточнения в конструкции прибора и алгоритме восстановления фазы.

1. Принципиальное устройство АТИС

Ключевым элементом интерферометра является репликатор волнового фронта R (рис.1, 2). В АТИС это мо-

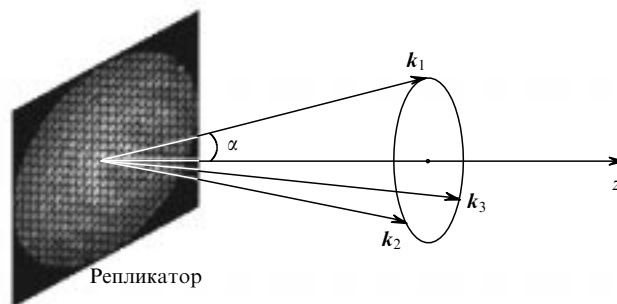


Рис.1. Схема, поясняющая принцип действия репликатора волнового фронта.

жет быть решетка с гексагонально упакованными отверстиями, растр микролинз или трехуровневая фазовая решетка аналогичной геометрии. При прохождении излучения через такое устройство происходит дифракция на каждой из трех линейных периодических структур, развернутых относительно друг друга на 120° , и появляются шесть реплик исходной волны, имеющие ту же форму волнового фронта.

Направления соответствующих волновых векторов k_i определяются положением дифракционных максимумов первого порядка и образуют с оптической осью z угол $\alpha = \lambda/d$, где λ – длина волны излучения, d – период решетки. При этом проекции векторов k_i на плоскость репликатора образуют друг с другом углы 120° . Три из шести векторов k_i показаны на рис.1.

Общая схема прибора показана на рис.2. Интерферограммы регистрируются ПЗС-камерой, установленной на трансляционном столе, который обеспечивает ее точное продольное перемещение с целью записи интерферограмм в разных плоскостях. Кеплеровский телескоп служит для переноса изображения плоскости репликатора R на ПЗС-матрицу с уменьшением, диафрагмы обеспечивают сопряжение оптической оси измерителя с лучом лазера. Кроме того, в позиции D2 может быть установлена специальная фильтрующая диафрагма для выделения нужных гармоник в фурье-спектре измеряемого излучения (см. разд.3).

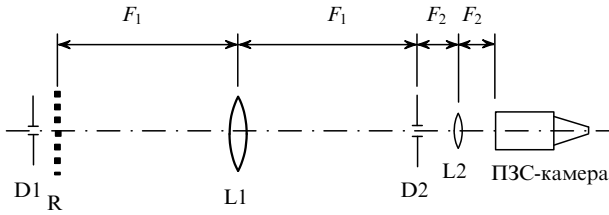


Рис.2. Общая схема измерителя волнового фронта излучения: D1,D2 – диафрагмы; R – репликатор; L1,L2 – линзы телескопа.

2. Алгоритм обработки данных

Данный метод реконструкции фазы основан на использовании получаемого из уравнения Гельмгольца [7] уравнения переноса интенсивности излучения

$$-k \frac{\partial I(x, y; z)}{\partial z} = \nabla I(x, y; z) \nabla W(x, y; z) + I(x, y; z) \Delta W(x, y; z), \quad (1)$$

где $I(x, y; z)$ – интенсивность излучения, распространяющегося вдоль оси z ; $W(x, y; z)$ – его фаза; $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число; $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ – оператор градиента; $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ – оператор Лапласа.

Модуляция фазы излучения, создаваемая периодической структурой, приводит к появлению гармоник в фурье-спектре излучения. Это позволяет эффективно использовать для решения уравнения переноса преобразование Фурье с последующей фильтрацией гармоник первого порядка [8]. При этом информация о фазе извлекается путем обработки двух интерферограмм: одна регистрируется в нулевой плоскости, оптически сопряженной с плоскостью решетки, другая – в плоскости, смещенной на небольшое расстояние L вдоль оси z . В работах [1, 2] этот подход развит применительно к гексагональной структуре. Там же выведено уравнение для распределения интенсивности в смещенной плоскости $I_L(x) = I(x, y; z = L)$:

$$I_L(x) = I(x) \left\{ 3g(x) + \sum_{i,j=1, i \neq j}^3 \left[g(x) - iL\sqrt{3}\alpha \frac{\partial W(x)}{\partial u_{ij}} \right] \times \exp[iku_{ij}x] \right\}, \quad (2)$$

$$g(x) = 1 - \frac{L}{k} \left[\Delta W(x) + \frac{\nabla I(x) \nabla W(x)}{I(x)} \right], \quad (3)$$

где $\partial W(x)/\partial u_{ij}$ – производная фазы по вектору

$$u_{ij} = \frac{1}{k} (k_i - k_j).$$

Отметим лишь, что в [1] в формуле (2) отсутствует коэффициент $\sqrt{3}$, что приводит к пропорциональной ошибке при вычислении фазы.

В работе [1] описан также алгоритм вычисления волнового фронта $W(x, y)$ по одной интерферограмме $I_L(x)$, что весьма привлекательно, т.к. позволяет делать одно измерение вместо двух. В наших модельных расчетах производные фазы вычисляются по двум алгоритмам. Первый аналогичен алгоритму из работы [1]: используется одно распределение $I_L(x)$ с последующим фурье-преобразованием и рецентрированием отфильтрован-

ных гармоник на основе информации о частоте репликатора. Во втором используются два распределения: $I_L(x)$ и распределение в нулевой плоскости $I_0(x) = I(x, y; z = 0)$; их фурье-гармоники обрабатываются без рецентрирования. Второй вариант аналогичен алгоритму работы [8] в применении к АТИС, но без вычисления производной интенсивности $\partial I(r)/\partial z$.

Расчеты показали, что в первом варианте использование рецентрирования вносит существенную ошибку. Результаты, сравнимые по точности с полученными во втором варианте, достижимы только при специальном условии кратности пространственных частот репликатора и устройства, регистрирующего сигнал, что трудно реализовать в эксперименте. Именно поэтому нами был выбран второй вариант, хотя он и требует двух измерений вместо одного, а также учета вариаций интенсивности излучения в двух измерениях.

Этот алгоритм кратко описан ниже. На первом шаге проводится двумерное фурье-преобразование распределения $I_L(x)$:

$$H(f_x, f_y) = \mathfrak{F}\{I_L(x, y)\} = 3\mathfrak{F}\{I(x)g(x)\} + \sum_{i,j=1, i \neq j}^3 \mathfrak{F}\left\{I(x) \left[g(x) - iL\sqrt{3}\alpha \frac{\partial W(x)}{\partial u_{ij}} \right] \exp[iku_{ij}x] \right\}, \quad (4)$$

где \mathfrak{F} обозначает фурье-преобразование. Из уравнения (4) видно, что фурье-образ интерферограммы состоит из семи основных компонент: нулевой гармоники и шести гармоник первого порядка, расположенных в вершинах правильного шестиугольника (рис.3). Частоты этих гармоник определяются периодом репликатора. Если интенсивность излучения изменяется плавно на апертуре репликатора, а фаза излучения изменяется медленно по сравнению с ее модуляцией, задаваемой частотой решетки, то гармоники хорошо отделены друг от друга и возможно их последовательное выделение для дальнейшей обработки.

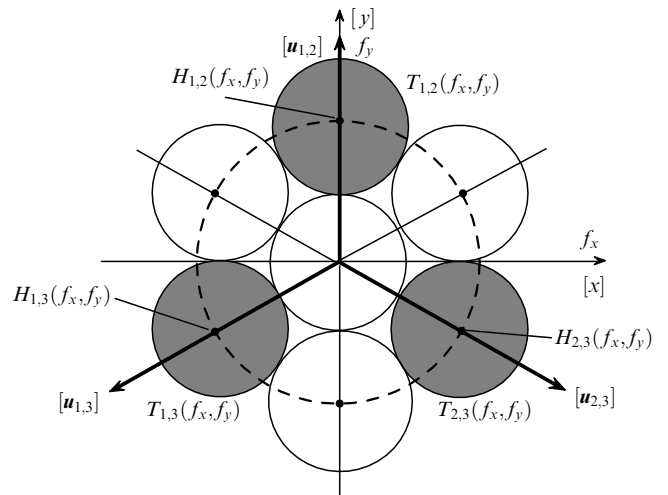


Рис.3. Геометрическое изображение реальной и фурье-плоскостей: x, y – координаты в реальной плоскости; f_x, f_y – координаты в плоскости Фурье; $H_{ij}(f_x, f_y)$ – центры трех выбранных гармоник; u_{ij} – векторы, соответствующие этим гармоникам; $T_{ij}(f_x, f_y)$ – фильтрующие функции (области фурье-плоскости, в которых функции отличны от нуля, выделены серым цветом).

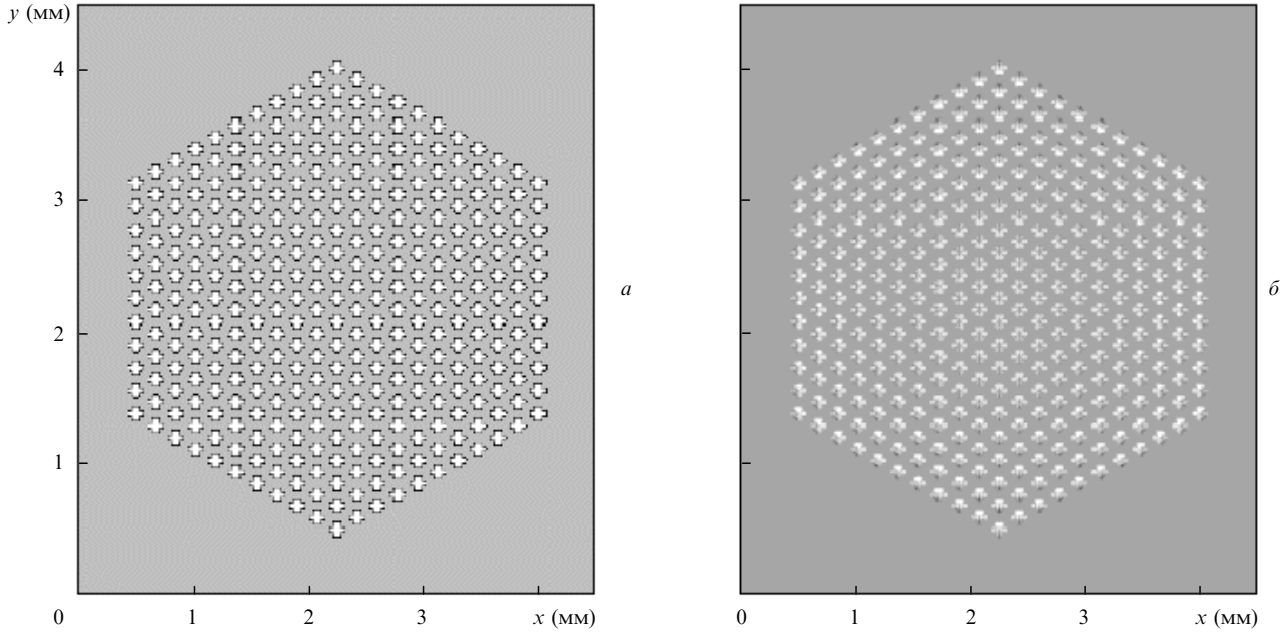


Рис.4. Программно сгенерированное распределение интенсивности излучения на репликаторе (а) и разность распределений в нулевой и смещенной плоскостях (б) для сферического волнового фронта радиусом $R = 90$ мм при смещении $L = 1$ мм.

На втором шаге производится фильтрация фурье-образа для выделения трех гармоник первого порядка, расположенных в вершинах равностороннего треугольника. Эти гармоники соответствуют трем векторам \mathbf{u}_{ij} ($i, j = 1, 2, 3, i < j$) в реальной плоскости. Гармоники выделяются с помощью фильтрующих функций $T_{ij}(f_x, f_y)$, отличных от нуля в окрестностях центров соответствующих гармоник:

$$\begin{aligned} h_{ij}(f_x, f_y) &= T_{ij}(f_x, f_y)H(f_x, f_y) \\ &= \mathfrak{F}\left\{I(\mathbf{x})\left[g(\mathbf{x}) - iL\sqrt{3}\alpha\frac{\partial W(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{u}_{ij}}\right]\exp[ik\mathbf{u}_{ij}\mathbf{x}]\right\}, \\ i, j &= 1, 2, 3, \quad i < j. \end{aligned} \quad (5)$$

Геометрическое изображение реальной и фурье-плоскостей показано на рис.3. Обозначения, соответствующие реальной плоскости, даны в квадратных скобках.

На третьем шаге проводится обратное фурье-преобразование каждой из трех выделенных гармоник:

$$\begin{aligned} Z_{ij}^L(x, y) &= \mathfrak{F}^{-1}[h_{ij}(f_x, f_y)] \\ &= I(\mathbf{x})\left[g(\mathbf{x}) - iL\sqrt{3}\alpha\frac{\partial W(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{u}_{ij}}\right]\exp[ik\mathbf{u}_{ij}\mathbf{x}]. \end{aligned} \quad (6)$$

В той же последовательности обрабатывается интерферограмма $I_0(\mathbf{x})$:

$$\begin{aligned} Z_{ij}^0(x, y) &= \mathfrak{F}^{-1}\{T_{ij}(f_x, f_y)\mathfrak{F}[I_0(x, y)]\} \\ &= I(\mathbf{x})\exp[ik\mathbf{u}_{ij}\mathbf{x}], \quad i, j = 1, 2, 3, \quad i < j. \end{aligned} \quad (7)$$

Из (6), (7) вычисляются производные фазы по трем направлениям

$$\frac{\partial W(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{u}_{ij}} = \frac{1}{L\sqrt{3}\alpha} \operatorname{Im} \frac{Z_{ij}^L(x, y)}{Z_{ij}^0(x, y)} \quad (8)$$

и затем определяются производные фазы по ортогональным направлениям $\partial W/\partial x, \partial W/\partial y$.

На четвертом шаге вычисляется фаза

$$W(x, y) = \mathfrak{F}^{-1}\left[\frac{f_x h_x(f_x, f_y) + f_y h_y(f_x, f_y)}{f_x^2 + f_y^2}\right], \quad (9)$$

где

$$h_x(f_x, f_y) = \mathfrak{F} \frac{\partial W}{\partial x}; \quad h_y(f_x, f_y) = \mathfrak{F} \frac{\partial W}{\partial y}.$$

Формула (9) основана на том, что дифференцированию $\partial/\partial x, \partial/\partial y$ в реальном пространстве соответствует умножение на f_x и f_y в фурье-пространстве [9].

3. Моделирование ИВФ

Для анализа рассматриваемого метода нами разработана математическая модель ИВФ, включающая приведенный выше алгоритм и описывающая весь процесс измерения фазы. При этом задаются фаза $W(\mathbf{x})$, интенсивность $I_0(\mathbf{x})$ и длина волны λ . Распределение $I_0(\mathbf{x})$ либо вычисляется из параметров излучения и решетки (рис.4,а), либо измеряется с помощью ИВФ в эксперименте (см. ниже рис.7,а). В случае микролинз или фазовой решетки вносятся соответствующие изменения в фазу.

Далее рассчитывается распространение волны за репликатором на расстояние L . Для этого применяется спектральный метод решения параболического уравнения [10], в котором используется сдвиг спектра излучения в фурье-пространстве. Это позволяет одновременно моделировать размещение различных диафрагм в фокальной плоскости телескопа ИВФ путем наложения соответствующих фильтрующих функций на фурье-спектр излучения. В итоге строится распределение $I_L(\mathbf{x})$. Эти два распределения являются исходными данными для ал-

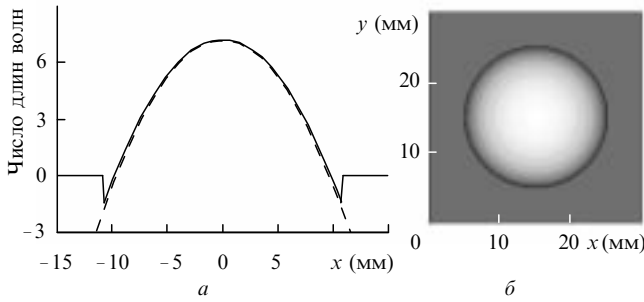


Рис.5. Реконструкция фазы по расчетным исходным данным: заданное (штриховая кривая) и восстановленное (сплошная кривая) сечение волнового фронта (а) и форма волновой поверхности (б).

горитма, описанного в разд.2. После вычисления распределения фазы и его сравнения с заданным волновым фронтом определяется точность реконструкции.

В расчетах изучалась зависимость точности восстановления фазы от параметров излучения, смещения L , типа репликатора (решетка, растр микролинз или трехуровневая фазовая решетка) и его периода. Рассматривались структуры с квадратной и гексагональной упаковкой ячеек круглой, квадратной и шестиугольной формы. На рис.4 показано равномерное распределение интенсивности излучения $I_0(x)$, рассчитанное для решетки с гексагональными отверстиями в гексагональной упаковке, а также разность распределений в нулевой и смещенной плоскостях.

Оказалось, что при прочих равных условиях квадратная упаковка дает большую ошибку в реконструкции фазы по сравнению с гексагональной. В то же время форма ячеек влияет лишь на световую эффективность репликатора и не влияет на точность измерения. Определялся допустимый диапазон смещений L для определенных совокупностей значений параметров излучения и измерителя. Этот диапазон ограничен снизу разрешающей способно-

стью ПЗС-камеры, а сверху – дифракцией на решетке. Получено также, что использование микролинз увеличивает диапазон смещений L благодаря уменьшению влияния дифракции. Это расширяет динамический диапазон кривизны волнового фронта, что особенно важно для фронтов дифракционного качества. Кроме того, модель позволяет анализировать зависимость точности измерений от шумовых характеристик ПЗС-камеры, ее аппаратной функции и размерности матрицы.

На рис.5 показаны результаты модельной реконструкции фазы при $\lambda = 1.064$ мкм и смещении $L = 1$ мм. Используется распределение $I_0(x)$, измеренное с помощью ИВФ (см. ниже рис.7,а), на которое накладывается сферический волновой фронт радиусом 614 см (изменение фазы на 9λ в апертуре диаметром 22 мм). Получены волновой фронт правильной сферической формы и хорошее совпадение радиуса кривизны в исходных данных (штриховая кривая) и в восстановленном фронте (сплошная кривая). Среднеквадратичное отклонение σ расчетной фазы от заданной составило 0.13λ , максимальное отклонение – 0.38λ .

Моделировалась также работа ИВФ при установке различных диафрагм в фокусе телескопа. Диафрагма, без которой метод по сути является тестом Гартмана, позволяет отрезать гармоники высших порядков в фурье-спектре излучения. Это упрощает вид фурье-спектра получаемой интерферограммы и облегчает ее обработку. При этом естественно оставить лишь гармоники первого порядка, используемые при обработке. Отметим, что при выборе размера диафрагмы требуется определенная точность, т.к. обрезание гармоник первого порядка либо частичное пропускание гармоник второго порядка приводит к заметным ошибкам в измерении фазы.

Интересен вариант трехлепестковой маски, пропускающей три из шести гармоник первого порядка (рис. 6). В этом случае ИВФ данной конструкции становится АТИС

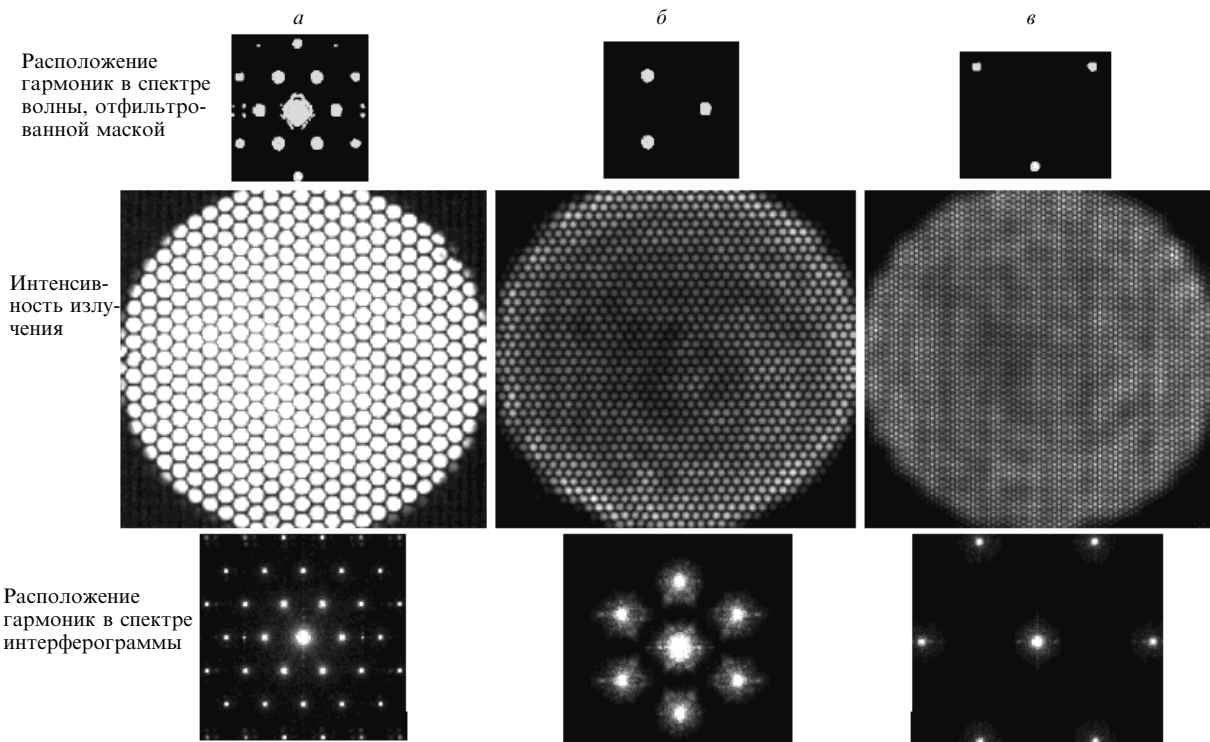


Рис.6. Спектры и интерферограммы, получаемые без диафрагмы (а) и с трехлепестковыми масками 1-го (б) и 2-го (в) порядков.

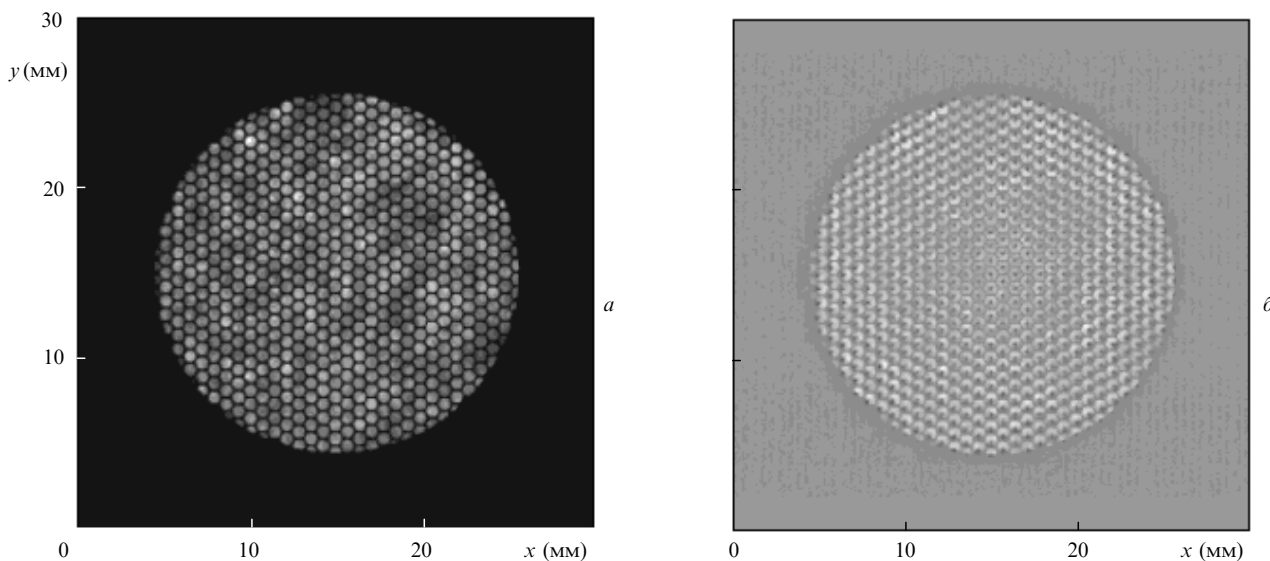


Рис.7. Экспериментально измеренное распределение интенсивности излучения на репликаторе (а) и разность распределений в нулевой и смещенной плоскостях для сферического волнового фронта радиусом $R = 61.4$ см при смещении $L = 1$ мм (б).

[2]. Установка такой маски дает наиболее точные результаты при анализе квазиплоских фронтов [5, 6], т. к. она подавляет дифракцию на решетке, что позволяет увеличить смещение L без расплывания изображения. Отметим, что при установке такой маски меняются частота и ориентация интерферограммы, что вызвано изменением спектра в результате фильтрации гармоник.

На рис.6,а показано расположение гармоник в спектре излучения, прошедшего через решетку, а также соответствующее ему распределение интенсивности и расположение гармоник в спектре интенсивности. Там же показаны те же спектры и интерферограммы для двух разных масок, выделяющих три гармоники 1-го (рис.6,б) и 2-го (рис.6,в) порядков соответственно. Видно, что в случае рис.6,б ориентация интерферограммы ортогональна исходной ориентации, а коэффициент увеличения ее частоты $\beta = \sqrt{3}$ в соответствии с таким же изменением ориентации спектра и увеличением расстояния между гармониками.

Отметим, что полученное нами $\beta = \sqrt{3}$ отличается от приведенных в [2] ($\beta = 2$) и [6] ($\beta = 1.5$). Это важно, т. к. при установке такой маски надо домножить знаменатель правой части формулы (8) на коэффициент β . На рис.6,в ориентация интерферограммы не меняется, при этом $\beta = 3$. Трудности изготовления и юстировки такой диафрагмы можно уменьшить, увеличив частоту репликатора, что ведет к увеличению расстояний между гармониками в фурье-спектре, хотя это, в свою очередь, требует использования ПЗС-камеры с лучшим пространственным разрешением.

4. Экспериментальные измерения волнового фронта

На основе расчетов изготовлен один из вариантов ИВФ, схема которого описана в разд.2. Репликатором служит решетка с гексагональными ячейками в гексагональной упаковке. Период решетки равен 864 мкм, размер отверстия – 650 мкм, апертура составляет 22 мм. Изображение переносится с 6-кратным уменьшением телескопом с линзами с фокусными расстояниями $F_1 = 220$ мм и $F_2 = 36$ мм и регистрируется комплексом LBA-5 Квантовая электроника, т.30, № 5

400РС фирмы Spigicon с камерой СОНУ-6410. Элементы ИВФ смонтированы на оптических подставках на единой платформе. Это позволяет юстировать ИВФ на стенде с источником излучения нужной длины волны с последующим переносом прибора как целого в общую оптическую схему. На рис.7 показаны результаты измерений распределения интенсивности излучения, проведенных с помощью ИВФ.

Источником излучения служил непрерывный неодимовый лазер ЛКС-ДТЛ-222 фирмы Лазер Компакт ($\lambda \sim 1.064$ мкм). На выходе лазера ставилась фокусирующая линза, в фокус которой помещалась диафрагма, являющаяся точечным источником излучения со сферическим волновым фронтом радиусом 614 см. Измерения распределения интенсивности проводились со смещением $L = 1$

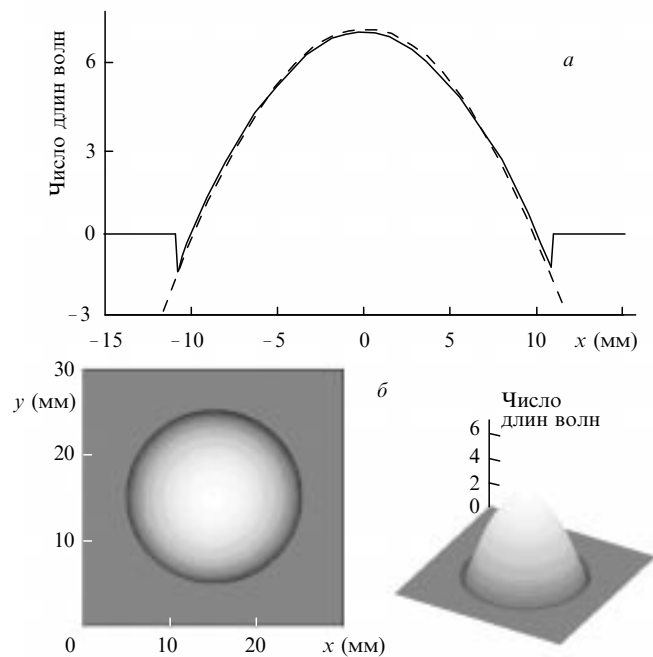


Рис.8. Результаты экспериментального измерения волнового фронта: расчетное (штриховая кривая) и измеренное (сплошная кривая) сечения волнового фронта излучения лазера (а) и форма волновой поверхности (б).

мм. На рис.8,*a* показан профиль сферы радиусом 614 см (штриховая кривая) и сечение восстановленного волнового фронта (сплошная кривая). Видно хорошее совпадение теоретической кривой и профиля фазы практически по всей апертуре. Среднеквадратичное отклонение σ восстановленного волнового фронта от заданного равно 0.15λ , максимальное отклонение – 0.56λ . Общий вид реконструированной волновой поверхности изображен на рис.8,*б*.

Заключение

Разработанная математическая модель методики измерения волнового фронта излучения позволяет анализировать различные конструкции ИВФ и варианты алгоритма обработки данных. Проведенные в рамках данной модели серии расчетов дали возможность внести уточнения в алгоритм вычисления: реконструкция волнового фронта производилась на основе двух распределений интенсивности (в нулевой и смещенной плоскостях), уточнены коэффициент в формуле вычисления производной фазы (2), а также коэффициент увеличения частоты интерферограммы β при использовании фильтрующих диафрагм в ИВФ. С помощью изготовленного по результатам расчетов ИВФ проведены экспериментальные измерения фазы. Результаты расчетов и эксперимента показали перспективность применения данной методики измерения фазы лазерного излучения.

Авторы выражают благодарность В.Г.Кузнецову, А.Д.Рожкову, Р.Г.Бикматову и Д.М.Кулакову за по-

мощь при подготовке и проведении экспериментов. Также авторы благодарят Ж.Примо, Ж.-К.Шантелу и В.М.Черняка за весьма полезное обсуждение различных аспектов данной методики измерений. Работа выполнена при поддержке Международного научно-технического центра (проект № 591).

1. Primot J. *Appl.Optics*, **32**, 6242 (1993).
2. Primot J., Sogno L. *J.Opt.Soc.Amer.*, **12**, 2679 (1995).
3. Primot J., Sogno L., Fracasso B., Heggarty K. *Opt. Engng.*, **36**, 901 (1997).
4. Roddier F. *Appl.Optics*, **29**, 1402 (1990).
5. Chanteloup J.-C., Baldis H., Migus A., Mourou G., Loiseaux B., Huignard J.-P. *Optics Letts*, **23**, 475 (1998).
6. Chanteloup J.-C., Druon F., Nantel M., Maksimchuk A., Mourou G. *Optics Letts*, **23**, 621 (1998).
7. Teague M. R. *J.Opt.Soc.Amer.*, **72**, 1199 (1982).
8. Ichikawa K., Lohmann A.W., Takeda M. *Appl.Optics*, **27**, 3433 (1988).
9. Roddier F., Roddier C. *Appl.Optics*, **30**, 1325 (1991).
10. Елкин Н.Н., Напартович А.П. *Прикладная оптика лазеров* (М., ЦНИИатоминформ, 1988).

A.M.Nugumanov, R.V.Smirnov, V.I.Sokolov. A method for measuring the radiation wave front using a three-wave shearing interferometer.

An analysis of and some corrections to the technique of the radiation phase distribution measurement by means of a three-wave shearing interferometer are made. The technique offers high precision and a wide dynamical range; it is also rather simple and handy when applied to various fields. A description is given of the device for the wave front reconstruction and the data-processing algorithm. The results of the model simulation of the wave front meter as well as the experimental results are presented.