

# Температурная зависимость конденсатной фракции слабонеидеального захваченного в ловушку Бозе-газа

В.А.Алексеев, Д.Д.Крылова

*Использована термодинамическая теория возмущений для вычисления первой по параметру взаимодействия атомов поправки  $\Delta\bar{n}_0 = \bar{n}_0(T) - \bar{n}_0^0(T)$  к зависимости от температуры населенности основного состояния атомов идеального газа  $\bar{n}_0^0(T)$  при их конденсации в анизотропной параболической ловушке. При температуре меньше критической поправка  $\Delta\bar{n}_0$  оказывается много больше найденной в рамках теории среднего поля (см. Giorgini S., Pitaevskii L.P., Stringari S. Phys.Rev.A, 54, R4633 (1996)). При приближении температуры к критической эта поправка стремится к нулю, т. е. взаимодействие атомов не приводит к изменению критической температуры. Найдено простое аналитическое выражение, описывающее плавное стремление  $\bar{n}_0^0(T)$  к нулю в окрестности критической температуры. Дан новый критерий термодинамического предела.*

**Ключевые слова:** конденсат Бозе–Эйнштейна, слабонеидеальный газ, критическая температура.

Последние достижения в области лазерного охлаждения атомов позволили разработать эффективные методы загрузки параболических магнитных ловушек, в которых удалось достичь критической температуры Бозе-конденсации [1]. Со времени первых наблюдений Бозе-конденсации атомных газов вопрос о влиянии взаимодействия атомов на конденсацию интенсивно обсуждается в литературе (см., напр., [2]). С концептуальной точки зрения этот вопрос является одной из главных проблем теории.

В настоящее время для решения этой проблемы используется приближение среднего поля [2, 3], исходным пунктом которого является уравнение Гросса–Питаевского, описывающее волновую функцию конденсата (параметр порядка) и возникающее в рамках предположения о спонтанном нарушении симметрии. При таком подходе установлено [3], что в первом порядке по параметру взаимодействия  $a$  ( $a$  – длина рассеяния) возникает сдвиг температуры конденсации  $\Delta T_{\text{int}}$  относительно температуры конденсации  $T_c$  идеального газа:

$$\frac{\Delta T_{\text{int}}}{T_c} \approx -1.3 \frac{a}{R} N^{1/6}, \quad (1)$$

где  $R = (\hbar/m\omega)^{1/2}$  – «размер» осциллятора;  $m$  – масса атома;  $\omega = (\omega_x\omega_y\omega_z)^{1/3}$ ;  $\omega_i$  – частоты параболической ловушки;  $N$  – полное число захваченных в ловушку частиц.

В настоящей статье использована термодинамическая теория возмущений для исследования влияния взаимодействия атомов на зависимость населенности основного состояния газа  $\bar{n}_0(T)$  от температуры  $T$  в анизотропной параболической ловушке. Главный результат такого подхода состоит в утверждении, что с точностью до первой поправки по параметру взаимодействия  $a$  эта зависимость имеет вид

$$\bar{n}_0(T) = \bar{n}_0^0(T) \left[ 1 - g \left( \frac{T}{T_c} \right)^2 \right], \quad (2)$$

$$g = \frac{2^{3/2}}{\pi^{1/2}} \frac{\zeta(2)}{\zeta^{2/3}(3)} \frac{a}{R} N^{2/3} \approx 2.3 \frac{a}{R} N^{2/3},$$

где  $\zeta(x)$  – дзета-функция Римана. Функция  $\bar{n}_0^0(T)$  определяет населенность основного состояния идеального газа [2, 4, 5]:

$$\frac{\bar{n}_0^0(T)}{N} = 1 - \varphi_0(T), \quad \varphi_0(T) = \left( \frac{T}{T_c^0} \right)^3 + \theta \left( \frac{T}{T_c^0} \right)^2 N^{-1/3}, \quad (3)$$

где  $T_c^0 = N^{1/3} \hbar \omega \zeta^{-1/3}(3)$ ;  $\theta = 1.5(\bar{\omega}/\omega)[\zeta(2)/\zeta^{2/3}(3)] \approx 2.18 \times \bar{\omega}/\omega$ ;  $\bar{\omega} = (\omega_x + \omega_y + \omega_z)/3$ . Второе слагаемое в функции  $\varphi_0(T)$  дает поправку, связанную с конечным числом частиц в ловушке, в результате чего  $\bar{n}_0^0(T)$  обращается в нуль при температуре  $T_c = T_c^0 + \Delta T_{\text{fin}}$ , где  $\Delta T_{\text{fin}}/T_c^0 = -(\theta/3)N^{-1/3}$  [4, 5].

Принято считать, что зависимость (3) для идеального газа выполняется в термодинамическом пределе (см., напр., [2, 4])

$$N \rightarrow \infty, \quad \omega \rightarrow 0, \quad N\omega^3 \rightarrow \text{const.} \quad (4)$$

Ниже показано, что правильное условие термодинамического предела неравномерно по  $\bar{n}_0^0$  и имеет вид

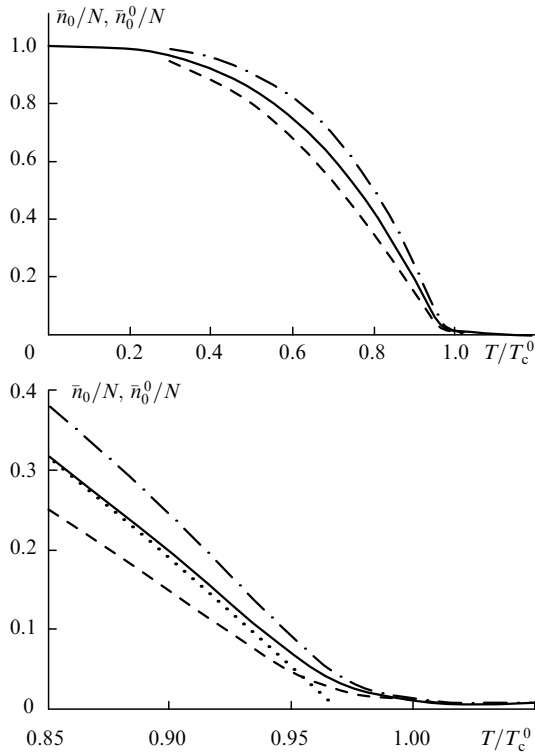
$$\bar{n}_0^0(T) \gg \sqrt{N}. \quad (5)$$

Только при выполнении (5), а не (4) применимы выражения (2) и (3). При любых  $N$  и  $\omega$  в области  $\bar{n}_0^0(T) \leq \sqrt{N}$  не учтенные в (2) и (3) поправки становятся главными, обеспечивая плавность стремления  $\bar{n}_0^0(T)$  к нулю (с нулевой производной) при  $T/T_c \geq 1 - N^{-1/2}$  (см. рисунок). Более того, и в области термодинамического предела (5) эти поправки играют решающую роль для нахождения зависимости (2).

Характерной особенностью (2) является убывание поправки  $\Delta\bar{n}_0 = \bar{n}_0(T) - \bar{n}_0^0(T)$  вместе с убыванием  $\bar{n}_0$ . Ниже

Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 117924 Москва, Ленинский просп. 53; эл. почта: valeks@sci.lebedev.ru

Поступила в редакцию журнала «Письма в ЖЭТФ» 14 декабря 1999 г., в редакцию «Квантовой электроники» – 17 февраля 2000 г.



Зависимости от температуры конденсатной фракции идеального газа  $\bar{n}_0^0/N$ , рассчитанной по формуле (16) (сплошная кривая) и по формуле (3) (пунктир), а также конденсатной фракции слабонеидеального газа  $\bar{n}_0/N$ , рассчитанной по формуле (19) при  $g = 0.25$  (штриховая кривая) и  $-0.25$  (штрих-пунктир). Полное число частиц  $N = 10^3$ .

показано, что эта особенность сохраняется и в области  $\bar{n}_0^0(T) \leq \sqrt{N}$ . Это означает, что с повышением температуры при  $T \rightarrow T_c$  кривые  $\bar{n}_0(T)$  и  $\bar{n}_0^0(T)$  сближаются (см. рисунок), что находится в качественном противоречии с результатом теории среднего поля (1). Другое противоречие состоит в том, что параметр, отвечающий за поправку, в выражении (2) в  $\sqrt{N}$  раз больше, чем в (1), т.е. при  $T < T_c$  определяемая формулой (2) поправка много больше получающейся из (1).

Возникновению параметра  $g$  в термодинамической теории возмущений можно дать качественное пояснение. Характерная поправка к энергии, вызванная взаимодействием атомов, в расчете на одну частицу определяется параметром  $\hbar\omega(a/R)N$  (см., напр., [6, 7]). При подстановке в распределение Гиббса эта поправка делится на  $T$  (температура в энергетических единицах), после чего надо учесть, что  $\hbar\omega/T \approx (\hbar\omega/T_c)(T_c/T) \approx (T_c/T)N^{-1/3}$ .

Исходным пунктом вычисления является использование теории возмущений для нахождения вызванных взаимодействием атомов поправок к собственным значениям энергии вторично квантованного Гамильтониана

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{U}, \quad \hat{H}_0 = \sum_s \varepsilon_s a_s^+ a_s,$$

$$\hat{U} = \frac{1}{2} \sum_{s_1', s_2', s_1, s_2} U_{s_1', s_2', s_1, s_2} a_{s_1'}^+ a_{s_2'}^+ a_{s_1} a_{s_2},$$

где  $a_s^+$  и  $a_s$  – операторы рождения и уничтожения частицы в состоянии  $s$ . В случае анизотропной ловушки все уровни невырождены и первая поправка  $\Delta E(n_0, n_1, \dots)$  к энергии невозмущенного Гамильтониана  $E_0(n_0, n_1, \dots) = \varepsilon_0 n_0 + \varepsilon_1 n_1 + \dots$  имеет вид

$$\Delta E(n_0, n_1, \dots) = \langle n_0, n_1, \dots | \hat{U} | n_0, n_1, \dots \rangle$$

$$= \frac{1}{2} \sum_k A_{kk} n_k (n_k - 1) + \sum_{k \neq l} A_{kl} n_k n_l. \quad (6)$$

В (6) учтено, что при отсутствии вырождения все собственные функции вещественны и введено обозначение

$$A_{kl} = A_{lk} = U_{kl}^{kl} = U_{kl}^{lk} = \int \Psi_k^2(\mathbf{r}) U(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \Psi_l^2(\mathbf{r}') d\mathbf{r} d\mathbf{r}'.$$

Подставляем  $E_0 + \Delta E$  в распределение Гиббса

$$W(n_0, n_1, \dots) = S^{-1} \exp \left[ \frac{\mu}{T} (n_0 + n_1 + \dots) - \frac{1}{T} [E_0(n_0, n_1, \dots) + \Delta E(n_0, n_1, \dots)] \right]$$

$$\approx S^{-1} \exp \left[ \frac{\mu}{T} (n_0 + n_1 + \dots) - \frac{1}{T} E_0(n_0, n_1, \dots) \right] \times \left[ 1 - \frac{1}{T} \Delta E(n_0, n_1, \dots) \right] \quad (7)$$

и, используя (6), вычисляем нормировочную постоянную

$$S = S_0 \left( 1 - \sum_{kl} B_{kl} \tilde{n}_k \tilde{n}_l \right), \quad S_0 = \prod_i \left[ 1 - \exp \left( \tilde{\mu} - \frac{\varepsilon_i}{T} \right) \right]^{-1}, \quad (8)$$

$$\tilde{n}_i = \left[ \exp \left( \frac{\varepsilon_i}{T} - \tilde{\mu} \right) - 1 \right]^{-1}, \quad B_{kl} = \frac{A_{kl}}{T},$$

где  $\tilde{\mu} = \mu/T$ . Подчеркнем, что при наличии взаимодействия ( $B_{kl} \neq 0$ )  $\tilde{n}_i$  не имеет смысла среднего числа частиц, которым оно является только в случае идеального газа ( $B_{kl} = 0$ ).

Для вычисления среднего числа частиц  $\bar{n}_i$  на уровне  $i$  при  $B_{kl} \neq 0$  необходимо найти сумму

$$\bar{n}_i = \sum_{n_0, n_1, \dots} n_i W(n_0, n_1, \dots).$$

Используя (7) и (8), получаем

$$\bar{n}_i = \tilde{n}_i - 2\tilde{n}_i(\tilde{n}_i + 1) \sum_k B_{ik} \tilde{n}_k. \quad (9)$$

После этого параметр  $\tilde{\mu}$  находится из соотношения  $N = \sum \bar{n}_i$ , которое мы перепишем в виде

$$N = \tilde{n}_0 + \sum_{i \neq 0} \tilde{n}_i - 2B_{00}(\tilde{n}_0)^2(\tilde{n}_0 + 1) - \tilde{n}_0(\tilde{n}_0 + 1)\Sigma_1 - \tilde{n}_0\Sigma_2 - \Sigma_3, \quad (10)$$

$$\Sigma_1 = 2 \sum_{k \neq 0} B_{0k} \tilde{n}_k, \quad \Sigma_2 = 2 \sum_{k \neq 0} B_{0k} \tilde{n}_k (\tilde{n}_k + 1),$$

$$\Sigma_3 = 2 \sum_{k, l \neq 0} B_{kl} \tilde{n}_k \tilde{n}_l (\tilde{n}_l + 1),$$

выделив члены, содержащие  $\tilde{n}_0$ . Уравнение (10) относительно параметра  $\tilde{\mu}$  можно решить итерационным методом. Вычислим прежде всего сумму

$$F = \tilde{n}_0 + \sum_{k \neq 0} \tilde{n}_k. \quad (11)$$

Для этого введем векторный индекс  $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$  (где  $k_i = 0, 1, \dots, i = x, y, z$ ), нумерующий уровни энергии трехмерного осциллятора  $\varepsilon_{\mathbf{k}} = \hbar\omega(\mathbf{k}\Omega)$ , где  $\Omega = (\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z)$ ,  $\Omega_i = \omega_i/\omega$  (энергия осциллятора отсчитывается от значения  $(3/2)\hbar\bar{\omega}$ ), и запишем  $\tilde{n}_{\mathbf{k}}$  в виде

$$\tilde{n}_{\mathbf{k}} = [\exp(\beta\mathbf{k} - \tilde{\mu}) - 1]^{-1} = \sum_{p=1}^{\infty} \exp[p(-\beta\mathbf{k} + \tilde{\mu})], \quad (12)$$

$$\beta = \frac{\hbar\omega}{T} \Omega.$$

После этого суммирование в (11) легко выполняется [8] и мы находим

$$F = \tilde{n}_0 + \sum_{p=1}^{\infty} e^{\tilde{\mu}p} \left[ \prod_{i=1}^3 (1 - e^{-\beta_i p})^{-1} - 1 \right]. \quad (13)$$

Далее из (8) следует точное соотношение  $\tilde{\mu} = -\ln(1 + 1/\tilde{n}_0)$ , которое вплоть до очень малых  $\tilde{n}_0 \geq 5$  можно с большой точностью переписать в виде  $\tilde{\mu} = -1/\tilde{n}_0$ . Параметр  $\beta \sim \hbar\omega/T \sim N^{-1/3}T_c/T$ , откуда видно, что при больших  $N$ , начиная с температур  $T$ , много меньших температуры конденсации ( $T \ll T_c$ ), но удовлетворяющих условию

$$t \gg N^{-1/3}, \quad t = T/T_c, \quad (14)$$

выполняется условие  $\beta \ll 1$ . Условие (14) будем считать выполненным во всем дальнейшем рассмотрении. При его выполнении сумму в (13) можно разложить с точностью до членов второго порядка по  $1/\beta$  и первого порядка по  $\tilde{\mu} = -1/\tilde{n}_0$ . В результате получаем

$$F = \tilde{n}_0 + N\varphi_0(T) - \frac{1}{\tilde{n}_0}N\varphi_1(T), \quad \varphi_1(T) = \gamma t^3, \quad \gamma = \frac{\zeta(2)}{\zeta(3)}. \quad (15)$$

Переход к термодинамическому пределу соответствует отбрасыванию последнего слагаемого в выражении для  $F$  в (15). Однако именно это слагаемое обеспечивает плавность уменьшения населенности основного состояния до нуля (с нулевой производной) в области  $\tilde{n}_0^0 \leq \sqrt{N}$  ( $|1 - t| \leq N^{-1/2}$ ) и дает решающую для дальнейших вычислений поправку в области термодинамического предела (5).

В нулевом порядке по взаимодействию частиц (идеальный газ) полагаем в (10)  $B = 0$ , откуда следует, что  $F = N$  и  $\tilde{n}_i$  обретают смысл населенностей состояний идеального газа. Для населенности основного состояния  $\tilde{n}_0^0 = \tilde{n}_0^0$  из (15) находим выражение

$$\frac{\tilde{n}_0^0}{N} = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \varphi_0(T) + \left\{ [1 - \varphi_0(T)]^2 + 4\varphi_1(T)/N \right\}^{1/2} \right\}, \quad (16)$$

которое в окрестности температуры конденсации  $|t - 1| \ll 1$  принимает вид

$$\frac{\tilde{n}_0^0}{N} = \frac{3}{2} \left\{ 1 - t + \left[ (1 - t)^2 + \frac{4}{9} \frac{\gamma}{N} \right]^{1/2} \right\}.$$

При  $t < 1$  и  $1 - \varphi_0(T) \gg N^{-1/2}$  (что эквивалентно условию (5)) из (16) следует зависимость от температуры (3), обычно называемая термодинамическим пределом. Такое убывание  $\tilde{n}_0^0$  с ростом температуры продолжается вплоть до температур, очень близких к  $T_c$ , однако удовлетворяющих эквивалентному (5) условию  $1 - t \gg N^{-1/2}$ .

Далее закон убывания  $\tilde{n}_0^0(T)$  меняется и в области  $N^{-1/2} \ll t - 1 \ll 1$ , как следует из (16), он принимает вид  $\tilde{n}_0^0(T) = (\gamma/3)(t - 1)^{-1}$ . В промежуточной области  $|t - 1| \leq N^{-1/2}$  необходимо пользоваться точной формулой (16). До настоящего времени это отступление зависимости  $\tilde{n}_0^0(T)$  от термодинамического предела исследовалось только численно [4, 5]. Таким образом, в нулевом порядке по взаимодействию атомов населенность основного состояния  $\tilde{n}_0^0$  (идеальный газ) определяется выражением (16).

В первом порядке по взаимодействию атомов полагаем

$$\tilde{n}_0 = \tilde{n}_0^0 + \Delta\tilde{n}_0, \quad F(\tilde{n}_0) = F(\tilde{n}_0^0) + \left( \frac{\partial F}{\partial \tilde{n}_0^0} \right) \Delta\tilde{n}_0$$

$$= N + \left[ 1 + N\varphi_1(\tilde{n}_0^0)^{-2} \right] \Delta\tilde{n}_0$$

и из (10) и (9) получаем

$$\tilde{n}_0 = \tilde{n}_0^0 + \frac{(\tilde{n}_0^0)^2}{(\tilde{n}_0^0)^2 + \varphi_1 N} (-2B_{00}\varphi_1 N \tilde{n}_0^0 - \varphi_1 N \Sigma_1 + \tilde{n}_0^0 \Sigma_2 + \Sigma_3). \quad (17)$$

Отметим, что только благодаря учету последнего слагаемого в выражении для  $F$  в (15) (поправка к термодинамическому пределу) в (17) сохраняется пропорциональное  $B_{00}$  слагаемое, которое в термодинамическом пределе (5) оказывается главным.

В случае гармонического осциллятора и контактного взаимодействия  $U(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = (4\pi\hbar^2 a/m)\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$  величина  $B_{00}$  и суммы  $\Sigma_{1,2,3}$  вычисляются точно. При этом  $B_{00}$  находится в результате простого интегрирования:  $2B_{00} = g(\gamma N t)^{-1}$ , где учтено, что  $\hbar\omega/T = t^{-1}N^{-1/3}\zeta^{1/3}(3)$ . Для нахождения сумм  $\Sigma_{1,2,3}$  величины  $\tilde{n}_{\mathbf{k}}$  записываются в виде (12), и с помощью известного соотношения для полиномов Эрмита [9]

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{y^k}{k!} H_k^2(x) = \frac{1}{(1 - 4y^2)^{1/2}} \exp\left( \frac{4y}{1 + 2y} x^2 \right)$$

выполняется сначала суммирование по  $\mathbf{k}$ , а затем интегрирование. Результат, имеющий вид сумм функций по одному или двум скалярным индексам ( $m_1, m_2$ ), в интересующем нас случае  $\beta \ll 1$  упрощается и принимает вид

$$\Sigma_1 = g \frac{\zeta(3/2)}{\zeta(2)} \left[ \frac{\zeta(3)}{N} \right]^{1/2} t^{1/2}, \quad \Sigma_3 = g \zeta^{-1}(2) t^{7/2} \left[ \frac{N}{\zeta(3)} \right]^{1/2} M, \quad (18)$$

$$\Sigma_2 = g \zeta^{-1}(2) t \left[ \frac{\zeta(3)}{N} \right]^{1/3} \int_0^{\infty} duu \left[ \prod_{i=x,y,z} (1 - e^{-\Omega_i u})^{-1/2} - 1 \right],$$

где

$$M = \sum_{m_1, m_2=1}^{\infty} m_1^{-3/2} m_2^{-1/2} (m_1 + m_2)^{-3/2} \approx 1.2.$$

Из (18) видно, что при выполнении условия (14) слагаемое в (17), содержащее  $\Sigma_2$ , много меньше слагаемого, пропорционального  $B_{00}$ , так что членом с  $\Sigma_2$  в (17) можно пренебречь. После этого для населенности основного состояния получаем выражение

$$\tilde{n}_0 = \tilde{n}_0^0 - g t^2 \frac{(\tilde{n}_0^0)^2}{(\tilde{n}_0^0)^2 + \gamma t^3 N} (\tilde{n}_0^0 + \delta t^{3/2} N^{1/2}), \quad (19)$$

где  $\bar{n}_0^0$  определяется из (16);  $\delta = \zeta(3/2)\zeta^{-1/2}(3)[1 - M \times \zeta^{-1}(2)\zeta^{-1}(3/2)] \approx 1.74$ .

В термодинамическом пределе (5) ( $1 - t \gg N^{-1/2}$ ) это выражение принимает вид

$$\frac{\bar{n}_0}{N} = [1 - \varphi_0(T)](1 - gt^2) - g\delta t^{7/2}N^{-1/2}. \quad (20)$$

При  $T = T_c$  из (19) следует, что

$$\frac{\bar{n}_0}{N} = \left(\frac{\gamma}{N}\right)^{1/2} \left[1 - \frac{1}{2}g(1 + \delta\gamma^{-1/2})\right]. \quad (21)$$

И наконец, при  $N^{-1/2} \ll t - 1 \ll 1$  ( $\bar{n}_0^0 \ll N^{1/2}$ ) из (19) находим

$$\frac{\bar{n}_0}{N} = \frac{1}{3} \frac{\gamma}{N(t-1)} \left[1 - \frac{\delta}{3}gN^{-1/2}(t-1)^{-1}\right]. \quad (22)$$

В термодинамическом пределе (20) поправка  $\Delta\bar{n}_0$ , связанная с последним слагаемым в правой части, много меньше поправки в первом слагаемом, возникающей, как уже упоминалось, только в результате учета отличия величины  $\bar{n}_0^0$  от выражения (3) в термодинамическом пределе (5). Таким образом, вместо (20) следует использовать формулу (2). Это означает, что во всех случаях (20)–(22) поправка  $\Delta\bar{n}_0$  пропорциональна  $\bar{n}_0^0$  и стремится к нулю в области  $t - 1 \geq N^{-1/2}$  вместе с  $\bar{n}_0^0$  (см. рисунок). Лишь при формальном стремлении  $\bar{n}_0^0$  в (20) к нулю ( $\bar{n}_0^0 \ll N^{-1/2}$ ), при-водящем к тому, что выражение (20) выходит за границы его применимости (5), и делающим его использование незаконным (в этой области  $\bar{n}_0$  имеет вид (22), а не (20)), из (20) получается результат (1). Важной особенностью выражения (2) является его зависимость только от одного члена  $(A_{00}/2)\bar{n}_0^2$  из суммы (6), который сохраняет свой вид для ловушек любой формы.

Отметим, что, если зависимости  $\bar{n}_0(T)$  рассчитывать по формулам (3) или (16) с поправкой на критическую температуру по формуле теории среднего поля (1), влияние этой поправки на рисунке будет незаметным.

Кроме условия (14), имеются дополнительные ограничения применимости полученного результата (19), связанные со слабостью взаимодействия атомов. Первое ограничение связано с тем, что поправка к  $\bar{n}_0^0$  в (19) должна быть малой по сравнению как с  $\bar{n}_0^0$ , так и с разностью  $N - \bar{n}_0^0$ , что позволяет использовать термодинамическую теорию возмущений для вычисления населенностей не только основного, но и возбужденных состояний. Второе ограничение вытекает из условия малости поправки к

энергии (6) (отнесенной к одной частице) по сравнению с разностью энергий  $\hbar\omega$  между соседними уровнями. В термодинамическом пределе (20) существенны оба ограничения, что приводит к условиям  $g \ll 1$ ,  $(a/R)\bar{n}_0 \ll 1$  и  $t \gg g$ . В случае (21) главным оказывается первое требование, из которого следует, что  $g \ll 1$ . В случае (22) наиболее существенно второе требование, приводящее к ограничению  $(a/R)N^{1/2} \ll 1$ , которое из всех перечисленных является наиболее слабым. Единственное известное нам экспериментальное измерение  $\bar{n}_0(T)$  [10] выполнено с большим числом частиц и не укладывается в эти ограничения.

Работа частично поддержана РФФИ (грант № 98-02-17502) и Государственной научно-технической программой «Метрология».

1. Anderson M.H., Ensher J.R., Matthews M.R. et al. *Science*, **269**, 198 (1995); Bradley C.C., Sackett C.A., Tolett J.J. et al. *Phys.Rev.Letts*, **75**, 1687 (1995); Davis K.B., Mewes M.-O., Andrews M.R. et al. *Phys.Rev.Letts*, **75**, 3969 (1995).
2. Dalfovo F., Giorgini S., Pitaevskii L.P., Stringari S. *Rev.Mod.Phys.*, **71**, 463 (1999).
3. Giorgini S., Pitaevskii L.P., Stringari S. *Phys.Rev.A*, **54**, R4633 (1996).
4. Ketterle W., van Druten N.J. *Phys.Rev.A*, **54**, 656 (1996).
5. Kirsten K., Toms D.J. *Phys.Rev.A*, **54**, 4188 (1996).
6. Андреев А.Ф. *Письма в ЖЭТФ*, **63**, 963 (1996).
7. Алексеев В.А., Крылова Д.Д. *Письма в ЖЭТФ*, **66**, 228 (1997).
8. Алексеев В.А., Климов В.В., Крылова Д.Д. *Письма в ЖЭТФ*, **66**, 559 (1997).
9. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. *Интегралы и ряды. Специальные функции* (М., Наука, 1983).
10. Ensher J.R., Jin D.S., Matthews M.R. et al. *Phys. Rev. Letts*, **77**, 4984 (1996).

#### V.A.Alekseev, D.D.Krylova. Temperature dependence of condensed fraction of weakly nonideal trapped Bose gas.

Condensation of the ideal gas in an anisotropic parabolic trap was considered. The first order (with respect to the interaction parameter) correction  $\Delta\bar{n}_0 = \bar{n}_0(T) - \bar{n}_0^0(T)$  to the temperature dependence of the ground state population  $\bar{n}_0^0(T)$  of the atoms was found using thermodynamical perturbation theory. The correction found  $\Delta\bar{n}_0$  proved to be much larger than the one calculated within the mean field theory (see Giorgini S, Pitaevskii L P, Stringari S *Phys. Rev. A* **54** R4633 (1996)) at temperatures below critical. This correction tends to zero as the temperature approaches the critical one; i.e., the interaction of the atoms does not lead to variation in the critical temperature. A simple analytic expression was found that describes the smooth variation of  $\bar{n}_0^0(T)$  as it approaches zero in the vicinity of the critical temperature. A new criterion for applicability of the thermodynamical limit is given.