PACS 03.67.Lx; 42.79.Ta; 42.79.Yd

О квантовых компьютерах

А.Н.Ораевский

Обращено внимание на то, что компьютер, принцип действия которого основан на суперпозиции состояний, может быть реализован на основе как квантовых, так и классических элементов.

Ключевые слова: *квантовые компьютеры, суперпозиция, когерентные компьютеры, классические элементы.*

В настоящее время большим вниманием исследователей пользуется проблема создания квантового компьютера [1 – 12]. Исследования ведутся в направлении как разработки математических основ новых вычислительных устройств этого типа, так и поиска реальных физических систем, позволяющих продемонстрировать на практике возможность их создания.

Хорошо известно, что обычный компьютер основан на использовании двухпозиционных (бистабильных) элементов, два различных состояния которых соответствуют нулю и единице. Система, составленная из n таких элементов, обладает 2^n различными состояниями, что в конечном счете и определяет возможности компьютера.

В квантовом компьютере аналогом бистабильного элемента может служить двухуровневый квантовый элемент («двухуровневый атом»). Система, составленная из n таких элементов, также обладает 2^n различными состояниями, но эти состояния являются лишь *базовыми*. В квантовой механике волновая функция подчиняется принципу суперпозиции. Это значит, что линейная комбинация волновых функций базовых состояний тоже описывает возможное состояние системы. Для описания волновой функции двухуровнего элемента можно пользоваться символом Дирака $|\alpha\rangle$, где α принимает значения нуль или единица. В таком случае линейная комбинация

$$\psi^{(2)} = a_1|1\rangle + a_0|0\rangle \tag{1}$$

тоже есть возможное состояние этого элемента. Система, составленная из n элементов, имеет в качестве возможных состояний следующие линейные комбинации:

$$\psi^{(n)} = \sum_{\alpha,\beta,\ldots,\mu} a_{\alpha,\beta,\ldots,\mu}|\alpha,\beta,\ldots,\mu\rangle,\ \overbrace{\alpha,\beta,\ldots,\mu}^{n} = 0,\ 1. \tag{2}$$

Таким образом, квантовая система фактически имеет континуум возможных состояний. Сколько из них можно использовать на практике, зависит от разрешающей способности вычислительного устройства в целом.

Цель настоящей заметки – обратить внимание на то, что работа компьютеров на основе принципа суперпозиции может быть реализована с помощью классических систем. В частности, принципу суперпозиции подчиняются звуковые и электромагнитные поля, поляризация и намагниченность сред. Следовательно, компьютерам, основанным на операциях с полями и поляризациями (намагниченностями), должны быть присущи все атрибуты квантовых компьютеров. Ясно, что суперпозиция полей может формировать различные пространственные конфигурации только в случае *когерентных* полей, поэтому имеет смысл ввести термин «*когерентный компьютер*».

Для иллюстрации возможности когерентного компьютерного счета на основе классических систем рассмотрим резонатор, электрическое (магнитное) поле в котором подчиняется волновому уравнению. Представляя поле в виде $E(\boldsymbol{r},t)\exp(-\mathrm{i}\omega t)$, где $E(\boldsymbol{r},t)$ – амплитуда, медленно меняющаяся по сравнению с экспонентой, волновое уравнение можно записать следующим образом:

$$\mathrm{i}\frac{\partial \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t} + \frac{1}{2\omega}\left(\omega^2 + c^2\nabla^2\right)\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) = -\frac{2\pi\omega}{\varepsilon}\chi(\boldsymbol{r},t)\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t), \tag{3}$$

где ε – не зависящая от координат и времени диэлектрическая проницаемость; $\chi(\boldsymbol{r},t)$ – поляризуемость среды, вызванная управляющим агентом, например звуком или электрическим (магнитным) полем.

Уравнение (3) по форме напоминает уравнение Шредингера. Пусть $\boldsymbol{\Psi}_j(\boldsymbol{r})$ – собственные функции рассматриваемого резонатора, подчиняющиеся уравнению

$$\left(\omega_j^2 + c^2\nabla^2\right)\boldsymbol{\Psi}_j(\boldsymbol{r}) = 0. \tag{4}$$

Тогда решение уравнения (3) можно представить в виде ряда

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) = \sum_j a_j(t)\boldsymbol{\Psi}_j(\boldsymbol{r}). \tag{5}$$

Подстановка (5) в (3) с учетом (4) приводит к системе уравнений, описывающих динамику коэффициентов $a_j(t)$:

$$\begin{gathered} \mathrm{i}\frac{\mathrm{d}a_j}{\mathrm{d}t} + (\omega - \omega_j)a_j = \sum_k V_{jk}(t)a_k, \\ V_{jk} = \frac{2\pi\omega}{\varepsilon}\int \boldsymbol{\Psi}_j(\boldsymbol{r})\chi(\boldsymbol{r},t)\boldsymbol{\Psi}_k(\boldsymbol{r})\mathrm{d}\boldsymbol{r}. \end{gathered} \tag{6}$$

При записи (6) предполагалось, что $(1/2\omega)(\omega^2 - \omega_j^2) \simeq \omega - \omega_j$. Если наличие диагональных элементов по какой-ли-

Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 117924 Москва, Ленинский просп., 53; эл. почта: oraevsky@sci.lebedev.ru

Поступила в редакцию 17 января 2000 г.

бо причине нежелательно, их можно занулить формированием координатной зависимости возмущения $\chi(\boldsymbol{r}, t)$. В рамках уравнений (6) нетрудно учесть неизбежное затухание, считая собственные частоты ω_j комплексными. В эти уравнения можно ввести описывающие флуктуации ланжевеновские силы.

Если подбором частот в резонаторе эффективно возбуждаются лишь две моды, то система уравнений (6) редуцируется в два уравнения

$$\mathrm{i}\frac{\mathrm{d}a_1}{\mathrm{d}t} + (\omega - \omega_1)a_1 = V_{11}a_1 + V_{12}a_2, \qquad (7)$$

$$\mathrm{i}\frac{\mathrm{d}a_2}{\mathrm{d}t} + (\omega - \omega_2)a_2 = V_{22}a_2 + V_{21}a_1. \qquad (8)$$

Уравнения (7), (8) полностью подобны таковым для описания временной динамики двухуровневой квантовой системы, а резонатор в этом случае аналогичен квантовой системе с двумя стационарными состояниями.

В качестве конкретного примера рассмотрим моды диэлектрического шара. Как известно [13, 14], они делятся на два класса: моды E-типа и H-типа. Из мод диэлектрического шара наибольшей добротностью обладают моды шепчущей галереи (МШГ). Моды E- и H-типов имеют частоты, описываемые формулами [14, 15]

$$\omega_j^E \approx \frac{c}{a(\varepsilon\mu)^{1/2}}\left[\nu + 1.85576\nu^{1/3} - \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\varepsilon\mu}{\varepsilon\mu - 1}\right)^{1/2}\right], \qquad (9)$$

$$\omega_j^H \approx \frac{c}{a(\varepsilon\mu)^{1/2}}\left[\nu + 1.85576\nu^{1/3} - \frac{1}{\mu}\left(\frac{\varepsilon\mu}{\varepsilon\mu - 1}\right)^{1/2}\right], \qquad (10)$$

где $\nu = j + 1/2$; n – индекс моды; ε, μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости материала шара; c – скорость света в вакууме. МШГ H-типа может быть выбрана в качестве одного из состояний, МШГ E-типа может служить вторым из необходимых состояний. Очевидно, что возможен выбор пары мод одного и того же типа, но с разными индексами. При достаточно больших индексах различие между частотами столь значительно, что позволяет осуществлять их раздельное возбуждение с разным соотношением амплитуд. Для кварцевого микрошара ($\varepsilon = 2.37$, $\mu = 1$) диаметром 100 мкм различие в частотах мод E- и H-типов составляет около $2{\cdot}10^{12}$ Гц.

Прообразом компьютерного процессора может служить цепочка микрошаров, объединенных общей волноводной системой. Взаимная связь между шарами через общий волновод и через приповерхностные поля (при достаточной близости шаров) расщепит любую из собственных частот на n различных частот, каждая из которых соответствует одной из базовых конфигураций полей. Подбором амплитуд и частот управляющих сигналов можно возбуждать самые различные полевые конфигурации системы. Достижимая добротность МШГ составляет примерно 10^9 [16]. Такая добротность при собственной частоте моды порядка 10^{15} Гц обеспечивает время жизни полей в микрошарах $\sim 10^{-6}$ с. Это значит, что вычислительную операцию необходимо проводить за более короткое время – примерно за 10^{-7} с. Вместо диэлектрических микросфер можно использовать высококачественные микрорезонаторы. Отметим, что вопрос о применении МШГ и других типов колебаний резонаторов для компьютерных технологий поднимался в литературе [7], но только в контексте «квантового компьютера». Предположение о том, что компьютер на основе микрорезонаторов может быть классической системой, в [7] не обсуждалось.

Не хотелось бы создать у читателя впечатление о том, что автор претендует на предложение конкретной системы когерентного компьютера: детальная разработка такого компьютера требует дальнейших исследований. Речь идет лишь о том, что термин «квантовые» неадекватен для компьютеров, в основе работы которых лежит принцип суперпозиции состояний. Такой термин маскирует существо дела. Возможность реализации когерентных компьютеров на основе не только квантовых, но и классических систем расширяет поле поисковых исследований в области когерентных компьютеров. Время покажет, какой же элемент – классический или принципиально квантовый – будет положен в основу будущего реально работающего вычислительного устройства когерентного типа.

1. Benioff P.A. *Int.J.Theor.Phys.*, **21**, 117 (1982).
2. Feynmann R.F. *Int.J.Theor.Phys.*, **21**, 467 (1982).
3. Deutsch D. *Proc.Roy.Soc.Ldn A*, **400**, 97 (1985).
4. Shor P.W. *Proc. XXXV Annual Symp.on the Foundation of Computer Science* (Los Alamos, IEEE Computer Society Press, 1994, p.124).
5. Grover L.K. *Phys.Rev.*, **79**, 325 (1997).
6. Кадомцев Б.Б. *Динамика и информация* (Изд-е УФН, М., 1997, с. 130 – 135).
7. Килин С.Я. *УФН*, **169**, 507 (1999).
8. Gershenfeld N., Chung I.L. *Science*, **275**, 350 (1997).
9. Cory D.G., Price M.D., Havel T.F. *Physica D*, **120**, 82 (1998).
10. Knill E., Chung I.L., Laflamme R. *Phys.Rev.A*, **57**, 3348 (1998).
11. Williams C.P., Clearwater S.H. *Explorations in quantum computing* (Telos, N.Y., Springer, 1998).
12. Кессель А.Р., Ермаков В.Л. *Письма в ЖЭТФ*, **70**, 61 (1999).
13. Стрэттон Дж.А. *Теория электромагнетизма* (М.-Л., ОГИЗ-Гостехиздат, 1948).
14. Вайнштейн Л.А. *Открытые резонаторы и открытые волноводы* (М., Сов. радио, 1964).
15. Oraevsky A.N., Scully M.O., Sarkisyan T.V., Bandy D.K. *Laser Phys.*, **9**, 990 (1999).
16. Vernooy D.W., Ilchenko V.S., Mabuchi H., Streed E.W., Kimble H.J. *Optics Letts*, **23**, 247 (1998).

A.N.Oraevskii. On quantum computers.

Attention is given to the fact that a computer whose functioning is based on the state superposition principle can be realised using classical as well as quantum elements.