PACS 42.55.Lt; 42.79.Gn

Нарушение симметрии мод волноводного лазера вследствие линзового эффекта

П.Л.Рубин*, Ф.Я.Блок, В.Я.Виттеман****

Показано, что в волноводном газовом лазере среднего давления при возникновении отрицательной газовой линзы возможно нарушение симметрии и числа (классификации) волноводных мод. Нарушение симметрии может происходить как вследствие несовершенства конструкции волновода, так и вне связи с конструктивными недостатками, т. е. спонтанно. Спонтанное нарушение симметрии связано с оптической нелинейностью активной среды (эффектом насыщения) и приводит к возникновению новых мод, не существующих в таком же, но линейном по оптическим характеристикам волноводе. Нарушение симметрии волноводных мод может вызывать, в частности, снижение когерентности излучения лазера.

***Ключевые слова**: волноводный лазер, линзовый эффект, нарушение симметрии.*

Введение

Недавно было обнаружено, что в щелевом волноводном лазере среднего давления вследствие нагревания газа может возникать достаточно сильно выраженный линзовый эффект (см, напр., [1]). Если разряд, возбуждающий газ, и оптическая система лазера симметричны по отношению к средней плоскости щели, то естественно ожидать, что такой же симметрией будут обладать и оптические моды волновода. Однако на самом деле при возникновении отрицательной газовой линзы в волноводе это не всегда верно. По мере возрастания оптической силы линзы волноводные моды попарно (последовательные четная и нечетная моды) сближаются по частоте и постепенно каждая такая пара разбивается на два параллельных потока излучения, разделенных областью, в которой происходит почти полное внутреннее отражение излучения. Чем больше оптическая сила линзы, тем больше образуется подобных пар. Тем не менее в симметричном волноводе каждая из мод такой пары сохраняет симметрию и вместе с ней когерентность излучения по всему сечению волновода.

Однако связь между этими двумя потоками с ростом силы линзы становится настолько слабой, что неизбежные даже весьма малые конструктивные (или технологические) нарушения симметрии волновода могут привести к практически полному разрушению симметрии волноводных мод с распадом упомянутых выше пар мод на другие пары, уже почти полностью пространственно разделенные. В таком случае взаимная когерентность излучения в двух половинах волновода (двух потоках излучения) отсутствует.

Как будет показано ниже, нарушение симметрии мод может происходить даже в совершенно симметричном волноводе, что связано с неизбежной в лазере оптической нелинейностью среды (насыщением). В связи с этим можно говорить о своеобразном спонтанном нарушении симметрии волновода.

*Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 117924 Москва, Ленинский просп., 53
**University Twente, 7500 AE Enschede, Netherlands

Поступила в редакцию 16 декабря 1999 г.

1. Моды нелинейного волновода

Пусть поле излучения зависит от двух декартовых координат x и z. Ось x направлена по нормали к границам волновода, координата z – в направлении распространения излучения. Волновод имеет толщину $2l$, и его границы расположены в плоскостях $x = \pm l$. Уравнение, описывающее распространение светового поля в волноводе, имеет вид

$$\Delta f + (1 + \delta\varepsilon) k_0^2 f = 0. \quad (1)$$

Здесь

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

– оператор Лапласа; k_0 – волновое число излучения в вакууме; f – одна из компонент поля; диэлектрическая проницаемость газа на рассматриваемой частоте $1 + \delta\varepsilon$ является функцией x и функционалом поля излучения. Зависимость $\delta\varepsilon$ от x описывает рефракцию и усиление среды, а зависимость $\delta\varepsilon$ от интенсивности поля – насыщение.

Ради простоты зависимость усиления от напряженности светового поля принимается локальной и задается формулой (ср. с [2])

$$\mathrm{Im}\delta\varepsilon(x) = \frac{1}{k_0} \frac{g(x)}{1 + |f|^2/I}. \quad (2)$$

Здесь $g(x)$ – ненасыщенное усиление; I – параметр насыщения. Для упрощения в дальнейшем предполагается, что $I = \mathrm{const}$.

Пусть (см. также [3])

$$f = A \exp(\mathrm{i} k_0 z),$$

где $A = A(x, z)$ – медленно меняющаяся амплитуда поля, которая подчиняется модифицированному волновому уравнению

$$\Delta A + 2ik_0 \frac{\partial A}{\partial z} + \delta\varepsilon k_0^2 A = 0. \quad (3)$$

Волноводным модам (в нелинейном режиме) отвечают решения последнего уравнения, найденные методом разделения переменных, т. е. решения вида

$$A(x, z) = a(x)\alpha(z). \quad (4)$$

Подставив (4) в (3), получим

$$\frac{1}{a(x)}\frac{d^2a(x)}{dx^2} + \frac{1}{\alpha(z)}\frac{d^2\alpha(z)}{dz^2} + 2ik_0\frac{1}{\alpha(z)}\frac{d\alpha(z)}{dz} + k_0^2\delta\varepsilon[x, a(x)\alpha(z)] = 0.$$

Фиксируем теперь величину α и рассматриваем уравнение

$$\frac{1}{a(x)}\frac{d^2a(x)}{dx^2} + \left\{k_0^2\delta\varepsilon[x, a(x)\alpha] + q(\alpha)\right\} = 0 \quad (5)$$

с дополнительными (граничными) условиями

$$a(-l) = a(l) = 0. \quad (6)$$

Это и есть нелинейный аналог задачи о модах волновода.

Строго говоря, описанная процедура не вполне корректна: из уравнения (5) следует, что функция a зависит от α и, значит, от z. Однако в тех случаях, когда насыщенное усиление невелико (а часто именно так и бывает), зависимостью a от z можно пренебречь (подробнее см. [3]). Подобная ситуация и будет рассматриваться в дальнейшем. Величину q будем называть, как и в линейном случае, собственным числом теперь уже нелинейной задачи. Дискретную совокупность величин q вместе с соответствующими функциями $a(x)$ (нелинейными модами) можно найти из уравнения (5) и граничных условий. При этом α рассматривается как параметр.

Затем следует решить уравнение

$$\frac{1}{\alpha(z)}\left[\frac{d^2\alpha(z)}{dz^2} + 2ik_0\frac{d\alpha(z)}{dz}\right] = q(\alpha),$$

которое определяет изменение амплитуды поля по мере его распространения вдоль волновода. В этом уравнении на самом деле можно пренебречь второй производной α, поскольку $1/k_0$ много меньше характерного расстояния, на котором меняется амплитуда. Вообще говоря, зависимость поля от z в нелинейном волноводе уже не является экспоненциальной, но она может быть к ней достаточно близка, если насыщенный коэффициент усиления (зависящий от потерь резонатора), как уже упоминалось выше, невелик.

2. Нарушение симметрии мод

Рассмотрим уравнение (5) с граничными условиями (6). Его удобно переписать в более привычном виде:

$$\frac{d^2f(x)}{dx^2} + \left\{k_0^2\delta\varepsilon[x, f(x)] + q\right\}f(x) = 0. \quad (7)$$

Здесь z и вместе с ним α фиксированы и (см. выше) $f(x) = a(x)\alpha$. В общем виде это уравнение проанализировать сложно. Можно, однако, указать частные случаи, допускающие достаточно полное исследование и тем самым позволяющие понять некоторые принципиальные особенности проблемы.

Рассмотрим основную моду и сначала не будем принимать во внимание как усиление, так и его насыщение. Тогда речь пойдет об обычной линейной задаче. Пусть

$$\varphi = \int_0^l \left[-q_0 - k_0^2\delta\varepsilon(x, 0)\right]^{1/2}dx, \quad \varphi \gg 1. \quad (8)$$

Здесь q_0 – собственное число основной моды, предполагаемое отрицательным и притом таким, что подкоренное выражение в (8) положительно. В этом случае излучение испытывает сильное отражение вблизи середины волновода и, как уже упоминалось, разбивается на два очень слабо связанных друг с другом потока. Степень убывания поля к середине волновода, как и разность собственных чисел q нулевой и первой мод, по порядку величины составляет $\exp(-\varphi)$.

Однако поля обеих рассматриваемых мод (с индексами $n = 0$ и 1) остаются симметричными по отношению к средней плоскости волновода: $f^2(x)$ – четные функции x для обеих мод. Это непосредственно связано с линейностью рассматриваемой задачи. Действительно, окажись у граничной задачи (6), (7) несимметричное решение $f(x)$, тогда вследствие правила суперпозиции решений линейных задач $f(x) + f(-x)$ и $f(x) - f(-x)$ были бы двумя линейно независимыми вырожденными решениями исходной задачи, что невозможно.

Пусть, кроме того, насыщенное усиление мало, и величину $g(x)/k_0(1 + |f(x)|^2 I^{-1})$ (см. (2)) можно считать малой добавкой к вещественной части диэлектрической проницаемости $\mathrm{Re}\,\delta\varepsilon$. В этом случае можно воспользоваться теорией возмущений. Дальнейшие рассуждения удобнее провести в более компактной общей форме и лишь затем вернуться к конкретной рассматриваемой задаче.

Итак, пусть $\hat{L}$ – линейный эрмитов оператор с дискретным спектром в пространстве H, а $\phi(f)$ – некоторый нелинейный оператор в том же пространстве ($f \in H$). Нелинейная задача о возмущении собственных значений формулируется следующим образом. Нужно найти приближенные решения уравнения

$$\hat{L}f + \epsilon\phi(f) = \lambda f \quad (9)$$

при $\epsilon \to 0$. Вместе с вектором f в аналогичной линейной задаче вычисляется и λ. Как сейчас станет ясно, в нелинейной задаче λ становится параметром, который должен быть определен из некоторых дополнительных условий.

Аналогично линейному случаю, решение задачи будем искать в виде

$$f = f_0 + \epsilon f_1 + \ldots, \quad \lambda = \lambda_0 + \epsilon\lambda_1 + \ldots. \quad (10)$$

Здесь f_0 – один из собственных векторов оператора $\hat{L}$, а λ_0 – соответствующее собственное значение. Случай вырождения собственных значений априори не исключается. Подставляя (10) в (9), в первом порядке по ϵ получаем

$$\left(\hat{L}-\lambda_0\right)f_1=\lambda_1 f_0-\phi(f_0). \tag{11}$$

Для разрешимости последнего уравнения необходимо, чтобы вектор в его правой части был ортогонален подпространству собственных векторов, отвечающих собственному значению λ_0. Рассмотрим для простоты случай двукратного вырождения λ_0, поскольку именно он понадобится в дальнейшем. Пусть собственное пространство обладает ортонормированным базисом $\{f_{\rm e},f_{\rm o}\}$ (выбор обозначений будет пояснен ниже). Далее пусть

$$f_0=c_{\rm e}f_{\rm e}+c_{\rm o}f_{\rm o}.$$

Условие ортогональности принимает вид

$$\begin{aligned}\lambda_1 c_{\rm e}&=\langle f_{\rm e}|\phi(c_{\rm e}f_{\rm e}+c_{\rm o}f_{\rm o})\rangle,\\ \lambda_1 c_{\rm o}&=\langle f_{\rm o}|\phi(c_{\rm e}f_{\rm e}+c_{\rm o}f_{\rm o})\rangle,\end{aligned} \tag{12}$$

где угловыми скобками обозначено скалярное произведение в пространстве H. Поскольку ϕ теперь является нелинейным оператором, последние уравнения также нелинейны и имеют решение при разных, вообще говоря, произвольных λ_1. Таким образом, нелинейная задача (9) принципиально отличается от соответствующей линейной. На этот раз собственное число не определяется самой задачей, а должно быть задано в качестве дополнительного условия. В задаче о модах волноводного лазера таким условием является равенство насыщенного усиления за обход резонатора потерям в резонаторе. Если же рассматривать моды нелинейного волновода как таковые, то следует просто считать заданным ${\rm Im}q$.

Теперь мы можем вернуться к задаче о волноводной моде. Сделаем еще одно упрощение – предположим, что само усиление и вместе с ним степень насыщения малы. Тогда

$$\frac{1}{1+|f|^2/I}\simeq 1-\frac{|f|^2}{I}.$$

Пространство $H=L^2(-l,l)$ является обычным гильбертовым пространством функций на интервале $(-l,l)$. При этом

$$\hat{L}=\frac{{\rm d}^2}{{\rm d}x^2}+\alpha(x),\quad \phi(f)={\rm i}\beta(x)\left(1-\frac{|f(x)|^2}{I}\right)f(x),$$

где $\alpha(x)=k_0^2{\rm Re}\delta\varepsilon(x)$, $\beta(x)=k_0^2{\rm Im}\delta\varepsilon(x)$ и предполагается, что

$$\max_x|\alpha(x)|\gg\max_x|\beta(x)|.$$

Как уже упоминалось, в симметричном резонаторе моды линейного приближения должны быть симметричными. В частности, основная (нулевая) мода $f_{\rm e}$ – четная, а следующая за ней в порядке возрастания собственных чисел первая мода $f_{\rm o}$ – нечетная. Для наглядности индексы мод выбраны по аналогии с принятыми в спектроскопии. Поскольку разность собственных чисел линейной задачи $q_{\rm e}$ и $q_{\rm o}$ экспоненциально быстро спадает с ростом φ (см. выше), рассмотрим случай, когда этой разностью можно пренебречь и считать моды $f_{\rm e}$ и $f_{\rm o}$ с достаточной степенью точности вырожденными. Тогда уравнения (12) принимают вид

$$q_1c_{\rm e}={\rm i}\langle f_{\rm e}|\,\beta f_{\rm e}\rangle c_{\rm e}-{\rm i}\left\langle f_{\rm e}\middle|\beta\frac{|c_{\rm e}f_{\rm e}+c_{\rm o}f_{\rm o}|^2}{I}(c_{\rm e}f_{\rm e}+c_{\rm o}f_{\rm o})\right\rangle, \tag{13}$$

$$q_1c_{\rm o}={\rm i}\langle f_{\rm o}|\,\beta f_{\rm o}\rangle c_{\rm o}-{\rm i}\left\langle f_{\rm o}\middle|\beta\frac{|c_{\rm e}f_{\rm e}+c_{\rm o}f_{\rm o}|^2}{I}(c_{\rm e}f_{\rm e}+c_{\rm o}f_{\rm o})\right\rangle. \tag{14}$$

Здесь уже учтено, что α, β и $f_{\rm e}$ – четные функции x, а $f_{\rm o}$ – нечетная.

Далее, в той же мере, в какой $q_{\rm e}$ и $q_{\rm o}$ можно считать совпадающими, пренебрежем и различием функций $f_{\rm e}^2(x)$ и $f_{\rm o}^2(x)$ (обе эти функции можно считать вещественными, поскольку они являются собственными функциями вещественного эрмитова оператора $\hat{L}$). Формально рассматривая систему уравнений (13), (14) как линейную, но с коэффициентами, зависящими от $c_{\rm e}$ и $c_{\rm o}$, нетрудно убедиться, что q_1 должно быть чисто мнимым, а сами коэффициенты $c_{\rm e}$ и $c_{\rm o}$ можно считать вещественными (на самом деле они определяются с точностью до произвольного общего фазового множителя).

Учитывая все сказанное, рассматриваемую систему уравнений можно записать следующим образом:

$$c_{\rm e}^3+3c_{\rm e}c_{\rm o}^2=rc_{\rm e},\quad c_{\rm o}^3+3c_{\rm o}c_{\rm e}^2=rc_{\rm o}. \tag{15}$$

Здесь $r=(\langle f|\beta f\rangle+{\rm i}q_1)/\langle f^2|\beta f^2\rangle$ и под f можно понимать любую из функций – $f_{\rm e}$ или $f_{\rm o}$. Параметр r, как уже упоминалось, следует считать фиксированным и зависящим от внешних условий. Система уравнений (15) имеет следующий набор решений:

решение для основной четной моды

$$c_{\rm o}=0,\ c_{\rm e}^2=r,$$

решение для первой нечетной моды

$$c_{\rm e}=0,\ c_{\rm o}^2=r$$

и новое решение

$$c_e^2=c_o^2=r/4.$$

При этом $c_{\rm e}=\pm c_{\rm o}$ и, следовательно, возникают еще две моды, одна из которых сосредоточена почти полностью при $x<0$, другая – при $x>0$. Эти две моды несимметричны.

В рассмотренном выше примере речь шла о возмущении практически вырожденной пары мод. Интересно отметить, что с помощью численного моделирования задачи в условиях, близких к тем, что имели место в [1], удалось обнаружить нарушение симметрии далеких от вырождения мод. На рис.1 представлена одна из таких мод (сплошная кривая) и сохраняющаяся наряду с ней симметричная мода (штриховая кривая). Расчет был выполнен для давления 100 Тор (133 мбар) в смеси газов со-

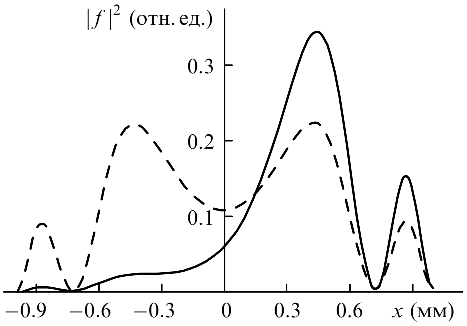

Рис.1. Спонтанное нарушение симметрии волноводных мод.

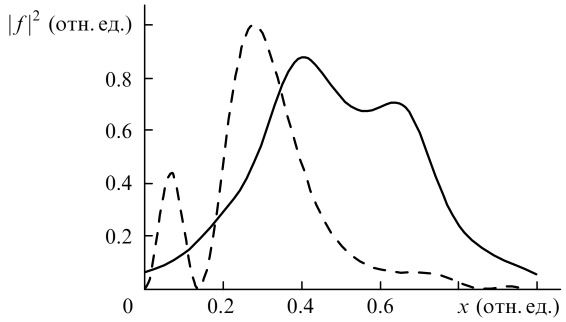

Рис.2. Сопоставление одной из полученных теоретически несимметричных мод (штриховая кривая) с экспериментальными данными.

става Ar : He : Xe = 59.5 : 40 : 0.5 при перепаде температур между стенкой и серединой волновода 300 К.

Несимметричность поля излучения в лазере с линзовым эффектом наблюдалась экспериментально. На рис.2 та же несимметричная мода (штриховая кривая) сопоставлена с экспериментальными данными [4]. Толщина волновода здесь по-прежнему равна 2 мм (на этот раз x – координата в относительных единицах). Измерения были выполнены при давлении 150 мбар и таком же, как и раньше, составе смеси. Следует иметь в виду, что в этом эксперименте генерация скорее всего не была одномодовой.

Заключение

Таким образом, оптическая нелинейность активной среды при наличии отрицательной газовой линзы даже в совершенно симметричном волноводе может приводить к появлению несимметричных мод наряду с сохранением симметричных. Помимо описанного выше «спонтанного» нарушения симметрии волновода может происходить нарушение симметричности поля излучения вследствие неизбежного несовершенства конструкции волновода. Эта несимметричность особенно важна в случае рассмотренных выше близких к вырождению пар мод. В любом случае появление несимметричных мод может приводить к уменьшению когерентности излучения лазера, поскольку взаимная когерентность поля излучения в двух частях волновода (при $x < 0$ и $x > 0$) тем меньше, чем меньше пространственное перекрытие мод, из которых складывается излучение лазера.

Авторы признательны В.Н.Очкину и А.А.Кузнецову за плодотворное обсуждение работы. Работа частично поддержана подпрограммой «Фундментальная спектроскопия», грантом РФФИ № 99-02-16339 и грантом NWO (Нидерланды).

1. Илюхин Б.И., Очкин В.Н. и др. *Квантовая электроника*, **25**, 512 (1998).
2. Звелто О. *Физика лазеров* (М., Мир, 1979, с. 62).
3. Kuznetsov A.A., Ochkin V.N., Rubin P.L., Blok F., Witteman W.J. *J.Rus. Laser Research*, **20**, 386 (1999).
4. Blok F.J., Kochetov I.V., Napartovich A.P., Ochkin V.N., Peters P.J.M., Starostin S.A., Udalov Y.B., Witteman W.J. *Proc.IEEE/EOS Symp.* (Enschede, 1997, p.157).

P.L.Rubin, F.J.Blok, W.J.Witteman. Violation of the symmetry of waveguide laser modes caused by the lens effect.

It is shown that the formation of a negative gas lens in a waveguide gas laser of medium pressure can break the symmetry and the number (classification) of waveguide modes. The violation of symmetry can be caused by imperfect waveguide construction or can occur spontaneously. The spontaneous violation of symmetry is caused by the optical nonlinearity of an active medium (the saturation effect) and leads to the appearance of new modes, which are absent in the linear waveguide with the same optical characteristics. The violation of symmetry of waveguide modes can cause, in particular, a decrease in coherence of laser radiation.