

К проблеме управляемого виртуального коэффициента преломления

А.Н.Ораевский*, И.Е.Проценко*, А.Ботеро**

Предложен и проанализирован метод управления показателем преломления, основанный на обратном перерасеянии рассеянной и усиленной электромагнитной волны. При этом формируется поле, являющееся суммой начальной (пробной) и перерассеянной волн. Оказывается, что эффективное волновое число суммарной волны можно изменять, варьируя коэффициент усиления. Изменение волнового числа можно рассматривать как изменение эффективного показателя преломления, хотя физические свойства самой среды при этом не меняются. Эффективный показатель преломления для суммарной электромагнитной волны, распространяющейся в таком устройстве, назван виртуальным.

Ключевые слова: эффективный показатель преломления, виртуальный показатель преломления, обратное перерасеяние.

1. Постановка задачи

Создание среды с управляемым и достаточно большим показателем преломления позволило бы по-новому подойти к конструированию ряда оптических устройств и приборов. Например, возможность управления показателем преломления материала, из которого изготовлена линза, делает ее объективом-трансфокатором, на основе которого можно было бы сконструировать ряд интересных технологических устройств.

Самое простое решение проблемы управляемого показателя преломления может быть основано на использовании нелинейной поляризуемости вещества. Путем наложения сильного внешнего поля можно изменить поляризуемость среды (а с ней и ее показатель преломления) для другого, слабого поля. Недостаток такого прямолинейного подхода состоит в том, что приложение сильного управляющего поля может лишь уменьшить эффективную поляризуемость вещества. При этом рассчитывать на заметное увеличение показателя преломления по сравнению с начальным не приходится, особенно если речь идет о показателе преломления в оптическом диапазоне.

В настоящей работе мы обсуждаем возможность не только изменения, но и заметного увеличения эффективного показателя преломления среды путем внешнего воздействия. Метод, лежащий в основе дальнейшего рассмотрения, подсказан идеей Лоренца о локальном поле [1, 2]. По Лоренцу, на каждую частицу вещества действует локальное поле, являющееся суммой среднего (максвелловского) поля E и дополнительного поля E_{aux} , создаваемого окружающими поляризованными частицами:

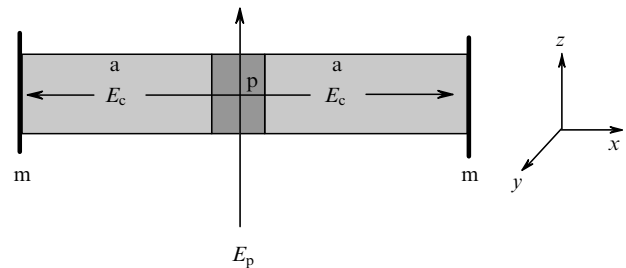


Рис.1. Схема устройства для управления показателем преломления: p – p -образец с управляемым показателем преломления; a – среда усилителя; m – зеркала, образующие резонатор усилителя.

$$E_{\text{loc}} = E + E_{\text{aux}}, \quad E_{\text{aux}} = (4\pi/3)P. \quad (1)$$

В линейном приближении $P = \alpha N E_{\text{loc}}$, где α – поляризуемость отдельной частицы; N – их концентрация. В итоге

$$P = \chi E, \quad \chi = \frac{\alpha N}{1 - (4\pi/3)\alpha N}. \quad (2)$$

Выражение (2) формально допускает возможность существования очень большого показателя преломления $n = \sqrt{\epsilon} = (1 + 4\pi\chi)^{1/2}$. Действительно, поляризуемость α может быть сделана чисто действительной путем применения так называемой Λ -схемы возбуждения [3–5] в среде атомарного газа. В таком случае, согласно (2), восприимчивость $\chi \rightarrow \infty$ при $N \rightarrow N_{\text{cr}} \equiv 3/(4\pi\alpha)$.

Однако практическая реализация этой идеи затруднена тем, что поляризуемость α перестает быть константой при $N \geq \lambda^{-3}$ (λ – длина волны излучения) и начинает уменьшаться примерно пропорционально $1/N$. Обычно $3/(4\pi\alpha) \gg \lambda^{-3}$, и с ростом концентрации частиц χ стремится к значению, мало отличающемуся от αN .

Метод, предлагаемый в настоящей работе, состоит в искусственном создании достаточно сильного дополни-

*Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 117924 Москва, Ленинский просп., 53

**Texas A&M University, College Station, Texas, USA

тельного поля, пропорционального внешнему полю. Реализация этого метода может быть осуществлена в рамках схемы, представленной на рис. 1. Волна внешнего поля $E(\mathbf{r}, t)$ проникает в пробный образец (р-образец) и частично рассеивается в нем. Рассеянная волна усиливается в усилителе и формирует дополнительную волну $E_c(\mathbf{r}, t)$, которая, рассеиваясь вторично, формирует дополнительное поле. Можно надеяться, что при достаточно большом усилении эффективная поляризуемость будет большой и ею можно будет управлять путем регулирования параметров усилителя. Дальнейшие расчеты показывают, в какой степени эти надежды оправданны.

2. Эффективная поляризуемость

Будем считать поле монохроматическим:

$$E(\mathbf{r}, t) = E(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t). \quad (3)$$

Тогда из уравнений Максвелла следует, что

$$\nabla \times \nabla \times E(\mathbf{r}) - k_0^2 E(\mathbf{r}) = 4\pi k_0^2 P(\mathbf{r}), \quad (4)$$

где $P(\mathbf{r}) = \chi(\mathbf{r})E(\mathbf{r})$; $\chi(\mathbf{r})$ – диэлектрическая восприимчивость. Предположим, что

$$\chi = \chi_a + \chi_p + \delta\chi(\mathbf{r}), \quad (5)$$

где χ_a постоянно в среде усилителя и равно нулю в р-образце; χ_p постоянно в р-образце и равно нулю в среде усилителя; $\delta\chi(\mathbf{r})$ отлично от нуля в р-образце и равно нулю в среде усилителя. В дальнейших расчетах мы будем предполагать, что рассеяние происходит вследствие пространственной зависимости диэлектрической восприимчивости р-образца $\delta\chi(\mathbf{r})$. Эта зависимость может быть обусловлена как флуктуациями плотности, так и искусственной периодической структурой (сверхрешетка). В настоящей работе мы рассмотрим рассеяние флуктуациями плотности (рэлеевское рассеяние); рассеяние сверхрешеткой будет рассмотрено в другой работе.

Для упрощения уравнения (4) разобьем поле на два слагаемых:

$$E(\mathbf{r}) = E_0(\mathbf{r}) + \delta E(\mathbf{r}), \quad \nabla E_0(\mathbf{r}) = 0. \quad (6)$$

Если предположить, что величины $\delta\chi(\mathbf{r})$ и $\delta E(\mathbf{r})$ малы, и пренебречь их произведением, то из условия $\nabla[(1+4\pi\chi)E] = 0$ следует соотношение

$$\delta E(\mathbf{r}) = -\frac{4\pi}{\varepsilon} \delta\chi(\mathbf{r}) E_0(\mathbf{r}) + \text{rot} C, \quad \varepsilon = 1 + 4\pi(\chi_a + \chi_p), \quad (7)$$

где C – произвольный вектор, который в конечном счете может быть выбран равным нулю. Несложные преобразования с учетом (7) приводят к уравнению

$$\nabla^2 E_0(\mathbf{r}) + k_0^2 \varepsilon E_0(\mathbf{r}) = -\frac{4\pi}{\varepsilon} \nabla \times \nabla \times [\delta\chi(\mathbf{r}) E_0(\mathbf{r})]. \quad (8)$$

2.1. Усиление рассеянной волны

В соответствии с геометрией задачи представим поле $E_0(\mathbf{r})$ в виде суммы пробной ($E_p(\mathbf{r})$) и резонаторной ($E_c(\mathbf{r})$) компонент:

$$E_0(\mathbf{r}) = E_p(\mathbf{r}) + E_c(\mathbf{r}), \quad E_p(\mathbf{r}) = E_p U_p(\mathbf{r}), \quad (9)$$

$$E_c(\mathbf{r}) = E_c U_c(\mathbf{r}).$$

При этом считаем, что $U_p(\mathbf{r})$ и $U_c(\mathbf{r})$ ортогональны. Чтобы написать уравнение для резонаторного поля, умножим обе части уравнения (8) на $U_c(\mathbf{r})$ и проинтегрируем их по объему всей системы. При этом мы пренебрежем дифракцией, обусловленной конечными размерами отдельных составляющих системы. Дело в том, что для решения поставленной задачи требуется рассеяние с существенным изменением направления волнового вектора, а дифракционное рассеяние происходит на сравнительно малые углы, если размеры рассеивающего объекта заметно больше длины волны.

В результате получим соотношение

$$E_c = \frac{1}{\Delta - i/Q} (R_{cc} E_c + R_{pc} E_p), \quad (10)$$

в котором введены следующие обозначения:

$$\Delta = \left(1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}\right) \frac{\varepsilon_a V_{ac} + \varepsilon_p V_{pc}}{V_{cc}}; \quad \frac{1}{Q} = \frac{\varepsilon_a'' V_{ac} + \varepsilon_p'' V_{pc}}{V_{cc}}; \quad (11)$$

$$j_{p,c} = \frac{4\pi}{\varepsilon_p} \nabla \times \nabla \times [\delta\chi(\mathbf{r}) U_{p,c}(\mathbf{r})];$$

$$R_{pc} = \frac{1}{V_{cc}} \int_p j_p(\mathbf{r}) U_c^*(\mathbf{r}) d\mathbf{r}; \quad R_{cc} = \frac{1}{V_{cc}} \int_p j_c(\mathbf{r}) U_c^*(\mathbf{r}) d\mathbf{r}. \quad (12)$$

$$V_{cc} = \int_c |U_c(\mathbf{r})|^2 d\mathbf{r}; \quad V_{pc} = \int_p |U_c(\mathbf{r})|^2 d\mathbf{r};$$

$$V_{ac} = \int_a |U_c(\mathbf{r})|^2 d\mathbf{r}.$$

В формулах (12) индексы у интегралов означают интегрирование по всему объему резонатора (с), по объему усилителя (а) или по объему р-образца (р). Собственная частота резонатора ω_c в (11) определяется уравнением

$$(c^2 \nabla^2 + \omega_c^2 \varepsilon') U_c(\mathbf{r}) = 0 \quad (13)$$

и соответствующими граничными условиями. Считаем, что мнимая часть ε_a'' диэлектрической проницаемости усилителя описывает баланс усиления в активной среде и возможных потерь (например, потерь из-за конечного коэффициента отражения зеркал). В (10) мы не выразили в явном виде E_c через E_p для удобства дальнейших расчетов, связанных с вычислением усредненных величин.

2.2. Уравнение для волнового вектора пробного поля

Для определения эффективного показателя преломления необходимо вывести уравнение, определяющее модуль волнового вектора пробной волны. Для этого предположим, что

$$\langle \delta\chi(\mathbf{r}) \rangle = 0, \quad \langle \delta\chi(\mathbf{r}) \delta\chi(\mathbf{r}') \rangle = S \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (14)$$

где амплитуда корреляции S есть характеристика конкретной среды. Это стандартное предположение при ис-

следовании релеевского рассеяния [6, 7]. Предположим также, что

$$U_p(\mathbf{r}) = V_p(\mathbf{r}) \exp ik_p z, \quad U_c(\mathbf{r}) = V_c(\mathbf{r}) \cos k_c x, \quad (15)$$

где $V_{p,c}(\mathbf{r})$ – функции, медленно меняющиеся по сравнению с $\exp ik_p z$ и $\cos k_c x$.

При этих предположениях в результате расчета, детали которого изложены в Приложении, получаем следующее уравнение для волнового числа k_p :

$$k_p^2 - k_0^2 \varepsilon_p = k_p^2 K + ik_0 \varkappa, \quad (16)$$

где \varkappa – коэффициент экстинкции;

$$K = K' + iK''; \quad K' = G \frac{A\xi - B}{\xi^2 + 1}; \quad K'' = G \frac{A + B\xi}{\xi^2 + 1}; \quad (17)$$

$$G = 8\pi^2 \frac{k_c^2}{k_0^2} \frac{V_{cp}}{V_{cc} V_{pp}} Q; \quad A = \operatorname{Re} \frac{S}{\varepsilon_p^2}; \quad B = \operatorname{Im} \frac{S}{\varepsilon_p^2}. \quad (18)$$

В дальнейших вычислениях будем предполагать, что $(k_c - k_0)k_0 \ll 1$ и в соответствии с этим считать, что $k_c^2/k_0^2 = 1$.

Прозрачному образцу отвечает вещественное k_p . Из (16) следует, что вещественность k_p требует выполнения условия

$$k_p^2 K'' + k_0^2 \varepsilon_p'' + k_0 \varkappa = 0. \quad (19)$$

В таком случае

$$k_p^2 = \frac{k_0^2 \varepsilon_p'}{1 - K'}. \quad (20)$$

Формула (20) напоминает соотношение (2), с тем отличием, что K' зависит от коэффициента усиления и может управляться изменением усиления. Из (20) следует, что k_p может быть сколь угодно велико при $K' \rightarrow 1$. Однако формула (20) перестает быть справедливой, если $(k_p)^{-1}$ приближается к корреляционной длине $r_{\text{кор}}$ функции $\delta\chi(\mathbf{r})$. В этом случае δ -приближение корреляционной функции неприменимо и, как следствие, k_p не может превышать $1/r_{\text{кор}}$.

Принимая во внимание (20), уравнение (19) можно записать в виде

$$K'' + \frac{1}{\varepsilon_p'} \left(\varepsilon_p'' + \frac{\varkappa}{k_0} \right) (1 - K') = 0. \quad (21)$$

Если K' близко к единице, то уравнение (21) фактически сводится к соотношению $K'' \approx 0$. В этом случае в соответствии с соотношениями (18)

$$A = -B\xi, \quad K' = -GB. \quad (22)$$

Таким образом, мы пришли к важному выводу о необходимости отрицательности величины B .

Решающим является вопрос о том, можно ли K' сделать сколь угодно близким к единице. Поскольку K' пропорционально добротности Q и коэффициенту B , необходима оценка этих величин.

2.3. Достижимая добротность

Казалось бы, за счет усиления добротность может быть сделана сколь угодно большой. Однако с приближением коэффициента усиления к порогу генерации появляется опасность, что усилитель «сорвется» в режим генерации вследствие флуктуаций его параметров (прежде всего мощности накачки). Срыв режима усиления в режим генерации разрушает линейную зависимость (10) между E_c и E_p , а вместе с ней и всю рассматриваемую схему управления показателем преломления. В связи с этим достижимая добротность ограничена флуктуациями. Это значит, что добротность, определяемая формулой (11), не может превышать

$$Q_{\max} = \left[\left\langle (\delta\varepsilon_a'')^2 \right\rangle^{1/2} \frac{V_a}{V_{cc}} \right]^{-1}. \quad (23)$$

Предположим, что $|\varepsilon_a''| = \beta_a N_a$, где N_a – концентрация активных частиц, создаваемых накачкой. Если флуктуации накачки являются пуассоновскими, то

$$\begin{aligned} \left\langle (\delta\varepsilon_a'')^2 \right\rangle^{1/2} \frac{V_a}{V_{cc}} &= \beta_a \frac{1}{V_{cc}} \left\langle (\delta N_a V_a)^2 \right\rangle^{1/2} \\ &= \beta_a \frac{1}{V_{cc}} \left\langle N_a V_a \right\rangle^{1/2}. \end{aligned} \quad (24)$$

В близком к порогу самовозбуждения усилителя, в том случае, когда основные потери вносятся средой р-образца, имеем

$$\beta_a \langle N_a \rangle V_a \approx \chi_p'' V_{pc}. \quad (25)$$

Подставив (24) и (25) в формулу (23), получим

$$Q_{\max} = \frac{V_{cc}}{(\beta_a \varepsilon_p'' V_{pc})^{1/2}}. \quad (26)$$

В качестве примера оценим добротность Q_{\max} для полупроводникового усилителя: для GaAs $\beta_a \approx 2 \cdot 10^{-19} \text{ см}^3$, в случае металла $\varepsilon_p'' \approx 0.5 - 1$, $V_{cc} \approx 1 \text{ см}^3$, $V_{pc} \approx 10^{-3} \text{ см}^3$, что в конечном счете приводит к $Q_{\max} \approx 10^{12}$. Очевидно, что возможный спектральный диапазон пробного сигнала ограничен отношением ω/Q .

2.4. Коэффициенты A и B

Конкретный вид коэффициентов A и B зависит от материала р-образца. Рассмотрим в качестве р-образца структуру, состоящую из диэлектрических или металлических наночастиц, взвешенных в жидкости или твердом растворителе. Предполагается, что диаметр наночастиц много меньше длины волны.

Рэлеевское рассеяние излучения наночастицами исследовалось в работе [8]. Было показано, что амплитуда корреляции S дается соотношениями

$$S = (\delta\alpha)^2 N_b, \quad \delta\alpha = b^3 \frac{\varepsilon_b - \varepsilon_s}{\varepsilon_b + 2\varepsilon_s}, \quad (27)$$

где b – радиус наночастицы; $\varepsilon_b, \varepsilon_s$ – диэлектрическая восприимчивость наночастиц и суспендера соответственно; N_b – концентрация наночастиц. Положим $b \approx 10 \text{ нм}$ и $N_b \approx 10^{17} \text{ см}^{-3}$. В этом случае в единице объема суспензии объем шаров занимает 40 %, а значит, согласно соотноше-

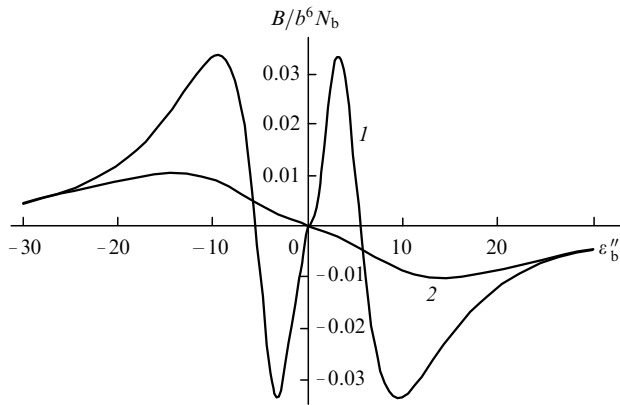


Рис.2. Коэффициент $B/b^6 N_b$ как функция ϵ_b'' при $\epsilon_s = 2$ и $\epsilon_b' = 10$ (1) и 2 (2).

нию Клаузиуса – Моссотти (см. [9], с.373), $(\epsilon_p - 1)/(\epsilon_p + 2) = 0.4(\epsilon_b - 1)/(\epsilon_b + 2) + 0.6(\epsilon_s - 1)/(\epsilon_s + 2)$.

Будем считать, что диэлектрическая восприимчивость суспендера – чисто действительная величина. Тогда, согласно формулам (18), коэффициенты A и B суспензии зависят от параметров $\epsilon_b', \epsilon_b'', \epsilon_s$, в силу чего возможно большое число различных вариантов этих коэффициентов. На рис.2 и 3 представлены некоторые из вариантов для коэффициента B . Во-первых, видно, что зависимость B от параметров среды носит немонотонный характер. Во-вторых, оказывается, что существуют области значений параметров, при которых коэффициент B имеет требуемое отрицательное значение. В-третьих, видно, что коэффициент B может становиться значительным при отрицательных ϵ_b' .

Как известно, в металлах в области оптических частот $\epsilon_b' < 0$ [10], поэтому перспективными являются суспензии металлических наночастиц. Размер наночастицы должен быть меньше глубины скин-слоя на упомянутых частотах, что в согласии с использованным выше радиусом наночастицы диктует применение наночастиц радиусом порядка 10 нм. В итоге при концентрации наночастиц $N_b \approx 10^{17} \text{ см}^{-3}$ имеем $B \approx 10^{-17} - 10^{-16}$. С учетом возможной добротности порядка 10^{12} можно рассчитывать на $K' \approx 10^{-3}$, что довольно далеко от желаемой единицы.

Существует возможность значительного увеличения добротности (а вместе с ней и K) методом модуляции коэффициента усиления, когда он периодически проходит через пороговое значение. В этом случае с приближением усиления к пороговому значению снизу система может находиться в режиме большого показателя преломления.

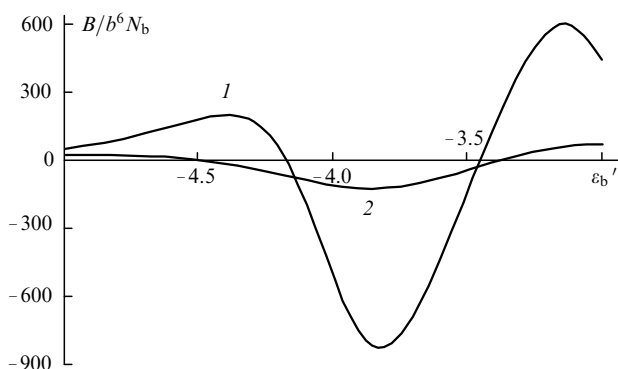


Рис.3. Коэффициент $B/b^6 N_b$ как функция ϵ_b' при $\epsilon_s = 2$ и $\epsilon_b'' = 0.5$ (1) и 2 (2).

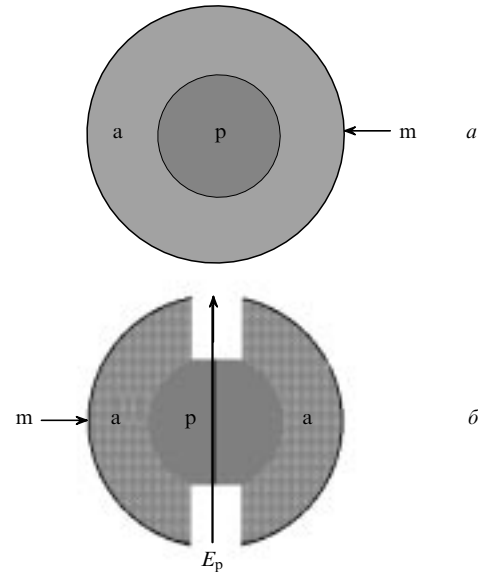


Рис.4. Цилиндрический вариант системы – сечение устройства плоскостью, перпендикулярной направлению распространения пробной волны (а) и сферический вариант системы – сечение устройства плоскостью большого круга, параллельной направлению распространения пробной волны (б). Обозначения те же, что и на рис.1.

Однако такой подход требует импульсного режима ее работы.

Радикальное увеличение коэффициента K может быть достигнуто изменением геометрии системы. Геометрия усилителя, представленная на рис.1, позволяет использовать лишь малую долю рассеянного света. Значительно больше рассеянного света используется в системе цилиндрической или сферической геометрии (рис.4). В случае цилиндрической геометрии количество рассеянного света, вовлеченного в работу системы, возрастает в $2\pi R/\lambda$ раз (R – радиус p -образца цилиндрической формы). В случае сферической геометрии фактор увеличения равен $(2\pi R/\lambda)^2$ (R – радиус p -образца сферической формы). При $R \approx 0.1 \text{ см}$ и $\lambda \approx 1 - 0.5 \text{ мкм}$ фактор увеличения в цилиндрической геометрии составляет 10^4 , что вполне достаточно для получения требуемого коэффициента K , близкого к единице.

Резонаторы цилиндрической и сферической геометрии будут формировать распределение поля, неоднородное по радиусу. Это обстоятельство требует специального анализа систем цилиндрической и сферической формы.

Кроме взвеси наночастиц, нами исследовались резонансные среды: атомарные газы, атомы, внедренные в матрицы, квантовые точки. Для расчетов использовалось двухуровневое приближение. Все перечисленные резонансные среды дают заметно худшие результаты по сравнению со взвесями металлических наночастиц. Для резонансных сред может оказаться опасным насыщение резонансного перехода, что сильно ограничивает допустимую интенсивность входной (пробной) волны. Для газовых сред ограничена и достижимая добротность – из-за быстрого рассасывания флуктуаций под действием звуковых волн.

Заключение

Проведенное рассмотрение показывает, что предлагаемый нами метод управления показателем преломления среды имеет под собой вполне реальную почву. Од-

нако для решения этой проблемы необходимо продолжить исследования. Во-первых, системы цилиндрической и сферической геометрии требуют дальнейшего анализа. Во-вторых, не следует упускать из поля зрения возможность изготовления р-образца из материала, находящегося при температуре фазового перехода, и использования критической опалесценции [6, 7]. Сильного рассеяния можно ожидать от материалов, обладающих фрактальной структурой. В-третьих, при достаточно сильном поле E_c может играть определенную роль четырехволновое смешение, которое осталось вне рамок нашего рассмотрения.

Достаточно очевидной модификацией метода является применение в качестве р-образца периодических структур типа сверхрешеток или фотонных кристаллов (photonic crystal). В отличие от рэлеевского, рассеяние на регулярных структурах является когерентным, а потому более интенсивным. Но в случае рассеяния на периодической структуре эффективное волновое число k_p будет достаточно жестко привязано к периоду этой структуры, что ограничивает возможности управления им. Следует иметь в виду и ограничения, связанные с существованием в периодических структурах запрещенных зон волновых векторов. Все эти обстоятельства требуют специального исследования проблемы использования периодических структур в системе управляемого показателя преломления.

Подбор активной среды усилителя также является важной задачей. Здесь на первое место выходит проблема подавления усиления спонтанного излучения (суперлюминесценции), которая может быть решена подбором двухкомпонентной среды. Один из компонентов должен быть усиливающим, а другой – поглощающим, но с малой концентрацией поглощающих частиц и большим сечением поглощения, обеспечивающим достаточно большое поглощение и малую интенсивность насыщающего излучения. Такая среда имеет порог по начальной интенсивности усиливаемого сигнала [11, 12]. Этот порог должен быть подобран таким, чтобы препятствовать усилению спонтанного, но не мешать усилению рассеиваемого излучения. При использовании твердотельного вещества в качестве среды для усилителя можно изготовить слоистый образец с чередованием усиливающих и поглощающих слоев. Материал поглощающих слоев должен удовлетворять перечисленным выше условиям.

Большая добротность Q , достижимая в системе усилителя, делает возможным эффективное управление и групповой скоростью, успешно осуществленное в работах [13, 14]. При $Q \approx 10^{11} - 10^{12}$ можно рассчитывать на снижение групповой скорости до нескольких сантиметров в секунду.

Рассмотренная в настоящей статье система основана на применении усилителя и может быть названа «активной системой». В системах СВЧ широко используются пассивные замедляющие системы (см. [9], с.45 и [15]). Устройства, подобные замедляющим системам СВЧ, возможны и в оптической области.

Одной из таких систем может служить диэлектрический волновод с «навешенными» вдоль него диэлектрическими микросферами. При распространении волны в таком волноводе в микросферах будут возбуждаться электромагнитные колебания за счет приповерхностных полей волновода и микрошаров. Существующие в микросферах моды «шепчущей галереи» имеют большую доб-

ротность и, удерживая в себе энергию распространяющейся волны, замедляют ее. Аналогичными свойствами должны обладать и суперкристаллы, составленные из диэлектрических микрошаров.

Авторы благодарят М.Скалли и В.Кочаровского за исключительно полезные дискуссии.

Приложение

Предположим что поля E_p и E_c поляризованы по оси y . Тогда, введя орты $e_j, j = x, y, z$, преобразуем правую часть уравнения (8) к виду

$$\begin{aligned} \nabla \times \nabla \times [\delta\chi(\mathbf{r})\langle E(\mathbf{r}) \rangle] = & \left\{ -\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} [E(\mathbf{r})\delta\chi(\mathbf{r})] \right\} e_x \\ & + \left\{ -\frac{\partial^2}{\partial x^2} [E(\mathbf{r})\delta\chi(\mathbf{r})] - \frac{\partial^2}{\partial z^2} [E(\mathbf{r})\delta\chi(\mathbf{r})] \right\} e_y \\ & + \left\{ -\frac{\partial^2}{\partial z \partial y} [E(\mathbf{r})\delta\chi(\mathbf{r})] \right\} e_z. \end{aligned} \quad (\text{П1})$$

В соотношении (П1) прецессиями вектора \mathbf{j} на оси x и z можно пренебречь, т. к. поля вдоль оси y меняются медленно. Таким образом,

$$\begin{aligned} \nabla \times \nabla \times [\delta\chi(\mathbf{r})\langle E(\mathbf{r}) \rangle] \approx & \left\{ -\frac{\partial^2}{\partial x^2} [E(\mathbf{r})\delta\chi(\mathbf{r})] \right. \\ & \left. - \frac{\partial^2}{\partial z^2} [E(\mathbf{r})\delta\chi(\mathbf{r})] \right\} e_y. \end{aligned} \quad (\text{П2})$$

Теперь необходимо провести серию рутинных операций: подставить в (П2) вместо E_c его выражение через E_p (10), внести полученное соотношение в уравнение (8), умножить обе части нового уравнения на $U_p(\mathbf{r}) = V_p(\mathbf{r}) \exp k_p z$, проинтегрировать результат по всему объему системы с учетом ортогональности $U_p(\mathbf{r})$ и $U_c(\mathbf{r})$ и произвести статистическое усреднение. Статистическое усреднение связано с вычислением средних типа

$$\left\langle \frac{\partial^\mu}{\eta^\mu} \delta\chi(\mathbf{r}) \frac{\partial^\nu}{\eta^\nu} \delta\chi(\mathbf{r}') \right\rangle, \quad (\text{П3})$$

где η есть x или z ; $\mu, \nu = 0, 1, 2$. Для их вычисления мы воспользовались соотношением

$$\begin{aligned} \int dx \int dx' \frac{\partial^{\mu+\nu} \delta(x-x')}{\partial x^\mu \partial x'^\nu} f(x, x') \\ = (-1)^{\mu+\nu} \int dx \int dx' \delta(x-x') \frac{\partial^{\mu+\nu} f(x, x')}{\partial x^\mu \partial x'^\nu}, \end{aligned} \quad (\text{П4})$$

которое можно вывести, если использовать представление Фурье случайной величины $\delta\chi(\mathbf{r})$:

$$\begin{aligned} \delta\chi(\mathbf{r}) = \int \delta\chi_{\mathbf{q}} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) d\mathbf{q}, \\ \frac{\partial^\mu}{\partial z^\mu} \delta\chi(\mathbf{r}) = \int (iq_z)^\mu \delta\chi_{\mathbf{q}} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) d\mathbf{q}. \end{aligned} \quad (\text{П5})$$

При этом следует иметь в виду, что если $\langle \delta\chi(\mathbf{r})\delta\chi(\mathbf{r}') \rangle = S\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$, то $\langle \delta\chi_{\mathbf{q}}\delta\chi_{\mathbf{q}'}(\mathbf{r}') \rangle = [S/(2\pi)^3]\delta(\mathbf{q} + \mathbf{q}')$. В процессе

расчетов предполагалось, что $E_p = \langle E_p \rangle + \delta E_p$, $E_c = \langle E_c \rangle + \delta E_c$, и пренебрегалось членами третьего порядка малости типа $\langle \delta E_{p,c} \delta \chi(r) \delta \chi(r') \rangle$. В результате всех расчетов, проведенных для определения волнового числа k_p , получено уравнение (17).

При выводе уравнения (17) возникает член $\langle E_p \mathbf{j}_p(r) \rangle$, который описывает экстинкцию [6, 7] и учтен введением коэффициента экстинкции κ .

1. Lorentz H.A. *Wiedem. Ann.*, **9**, 641 (1880); **11**, 70 (1881).
2. Dowling J.P., Bowden C.M. *Phys. Rev. Letts*, **70**, 1421 (1993).
3. Scully M.O. *Phys. Rev. Letts*, **67**, 1855 (1991).
4. Scully M.O., Zhu Shi-Yao. *Optics Comms*, **87**, 134 (1992).
5. Zibrov A.S., Lukin M.D., Hollberg L., Nikinov D.E., Scully M.O., Robinson H.G., Velichansky V.L. *Phys. Rev. Letts*, **76**, 3935 (1996).
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Электродинамика сплошных сред* (М., Наука, 1985, с.562–589).
7. Jackson J.D. *Classical electrodynamics* (NY, Singapore, Toronto, John Waley & Sons, Inc., 1998).
8. Богатов А.П., Бурмистров И.С. *Квантовая электроника*, **27**, 223 (1999).
9. *Физическая энциклопедия* (М., Сов.энциклопедия, 1990, т.2).
10. E.D.Palik (Ed.) *Handbook of optical constant of solids* (NY, London, Tokyo, Academic Press, 1985).
11. Ривлин Л.А. *ЖЭТФ*, **20**, 416 (1965).
12. Воропаев Н.Д., Ораевский А.Н. *Изв. ВУЗов. Сер. Радиофизика*, **8**, 409 (1965).
13. Hau L.V., Harris S.E. et al. *Nature*, **397**, 594 (1999).
14. Kush M.M., Sautenkov V.A. et al. *Phys. Rev. Letts*, **82**, 5229 (1999).
15. Вайнштейн Л.А. *Электромагнитные волны* (М., Сов.радио, 1957).

A.N.Oraevskii, I.E.Protsenko, A.Botero. On the control of the virtual refractive index.

A method for controlling the refractive index that is based on the backward rescattering of the scattered and amplified electromagnetic waves is proposed and analysed. The resulting field is a superposition of the initial (probe) wave and the rescattered wave. The effective wave number of the superposition wave can be varied by varying the gain. This variation in the wave number can also be treated as a variation in the refractive index, although the physical properties of the medium do not change. The effective refractive index for the superposition wave propagating in such a device was called the virtual refractive index.