

Модуляционная неустойчивость волнового пакета в периодически-неоднородном нелинейном волоконном световоде

И.О.Золотовский, Д.И.Семенцов

Исследованы условия возникновения модуляционной неустойчивости волнового пакета, состоящего из двух однонаправленных сильновзаимодействующих мод, распространяющихся в двухмодовом волоконном световоде. Линейная связь между модами обеспечивается условиями фазового синхронизма с учетом периодичности вдоль оси световода, нелинейная связь – кросс-модуляционным взаимодействием. Рассмотрено влияние начальных условий возбуждения световода на дальнейшее развитие модуляционной неустойчивости. Выявлена возможность существования модуляционной неустойчивости в области нормальной материальной дисперсии волокна.

Ключевые слова: нелинейный волоконный световод, оптический импульс, модуляционная неустойчивость.

Неустойчивость квазинепрерывного излучения к временной модуляции впервые была рассмотрена в [1], где показано, что в нелинейном одномодовом волоконном световоде модуляционная неустойчивость (МН) волны возникает вследствие самовоздействия только в области аномальной дисперсии. В [2] МН экспериментально наблюдалась в волокнах с нелинейностью керровского типа. В [3–5] было показано, что она возможна в средах с нелинейностью, отличной от керровской. В [4, 5] исследовалось влияние на МН дисперсии высших порядков в отсутствие дисперсии второго порядка.

В области частот, соответствующих нормальной дисперсии, может иметь место МН, обусловленная кросс-модуляцией [6, 7]. Так, в работах [8, 9] экспериментально продемонстрирована модуляционная неустойчивость, возникающая из-за фазовой кросс-модуляции в двухмодовом нелинейном волокне, в том числе в области нормальной дисперсии. Большой интерес представляют эффекты, связанные с неустойчивостью волновых пакетов, причина которых – относительно длительное взаимодействие коротких световых импульсов, распространяющихся по нелинейным световодам. В частности, неустойчивость подобного типа может иметь место в системах, состоящих из двух распределенно-связанных световодов, либо в двухмодовых волокнах с сильной линейной и нелинейной связью между модами.

Сильная связь между однонаправленными модами может быть достигнута в длиннопериодных волоконных решетках, которые в последнее время создаются в германосиликатных световодах путем их бокового облучения УФ излучением [10, 11]. В отличие от традиционных брэгговских решеток, связывающих основную моду световода с противоположно направленной модой [12] и имеющих период Λ порядка длины волны в среде, период предложенных фотоиндуцированных решеток составля-

ет 100–500 мкм и они могут эффективно связывать однонаправленные собственные моды волоконного световода. Анализ линейных и нелинейных режимов преобразования оптических мод в таких световодах указывает на их уникальные дисперсионные свойства [13], позволяющие добиваться эффективной компрессии распространяющегося в световоде импульса [14, 15].

В настоящей работе исследуются особенности возникновения модуляционной неустойчивости волнового пакета, распространяющегося в двухмодовом периодическом волоконном световоде при различных типах его возбуждения с учетом дисперсионных эффектов первого и второго порядков, а также нелинейных самомодуляционных и кросс-модуляционных эффектов.

Пусть на вход двухмодового периодического по длине волокна подается световой импульс длительностью τ_0 с пиковым значением входной амплитуды A_0 . Эффективная связь между распространяющимися в волокне модами имеет место при условии их фазового синхронизма, которое с учетом периодичности волокна и его импульсного возбуждения должно выполняться на центральной частоте:

$$\beta_1(\omega_0) - \beta_2(\omega_0) - \frac{2\pi}{\Lambda} = 0. \quad (1)$$

В однородном по длине двухмодовом волокне выполнение условия фазового синхронизма $\beta_1(\omega) - \beta_2(\omega) = 0$ не может быть реализовано ввиду различия констант распространения в диапазоне рабочих частот (например, для мод LP₀₁ и LP₀₂). Использование периодичности позволяет легко добиться выполнения условия фазового синхронизма. В области параметров, где это условие близко к выполнению, уравнения связанных волн для временных огибающих мод в импульсе, записанные в координатах бегущего времени $\tau = t - z/u$ (u – групповая скорость волнового пакета), с учетом межмодовой расстройки групповых скоростей, материальной дисперсии и нелинейных эффектов – фазовой самомодуляции и кросс-модуляции – могут быть представлены следующим образом [13]:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial A_1}{\partial z} - \frac{1}{v} \frac{\partial A_1}{\partial \tau} - i \frac{d \partial^2 A_1}{2 \partial \tau^2} \\ & = -i \sigma_{12} A_2 - i R \left(\gamma_{11} |A_1|^2 + 2 \gamma_{12} |A_2|^2 \right) A_1, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial A_2}{\partial z} + \frac{1}{v} \frac{\partial A_2}{\partial \tau} - i \frac{d \partial^2 A_2}{2 \partial \tau^2} \\ & = -i \sigma_{21}^* A_1 - i R \left(2 \gamma_{21} |A_1|^2 + \gamma_{22} |A_2|^2 \right) A_2. \end{aligned}$$

Здесь $v^{-1} = (u_1 - u_2)/2u^2$; $u_j = (\partial \beta_j / \partial \omega)_0^{-1}$ – групповая скорость j -й моды; $2u = u_1 + u_2$; d – материальная дисперсия волокна; R – параметр нелинейности световода;

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= \left(k^2 \varepsilon_0 m \int f(r) U_i^* U_j r dr \right) \left(2 \beta_i \int U_i^* U_i r dr \right)^{-1}, \\ \gamma_{ij} &= \left(\int U_i^2 U_j^2 r dr \right) \left(\int U_i^2 r dr \right)^{-1}, \end{aligned} \quad (3)$$

– коэффициенты межмодовой связи σ_{ij} и параметры фазовой самомодуляции γ_{ii} и кросс-модуляции γ_{ij} , определяемые соответствующими интегралами перекрытия профильных функций $U(r)$ волноводных мод; ε_0 – диэлектрическая проницаемость на оси волокна; функция $f(r)$ определяет распределение диэлектрической проницаемости по сечению волокна, а параметр $m \ll 1$ – глубину модуляции оптической неоднородности по длине волокна; $k = \omega/c$ – волновое число.

Уравнения (2) должны решаться совместно с начальными условиями для временных огибающих мод A_j , которые определяются условиями возбуждения световода. Достаточно общий вид начальных условий представляется соотношением $A_2(\tau, 0) = \xi A_1(\tau, 0)$, где параметр ξ определяет тип возбуждения волокна. При $\xi = \pm 1$ имеет место симметричное или антисимметричное возбуждение волокна, а при $\xi = 0$ или $\xi^{-1} = 0$ реализуется его одномодовое возбуждение.

Введем характерные длины: дисперсионную ($L_d = \tau_0^2 |d|^{-1}$), групповой расстройки ($L_g = \tau_0 v$), нелинейного ($L_n = |R A_0^2|^{-1}$) или межмодового ($L_\sigma = |\sigma|^{-1}$) взаимодействий, где $2\sigma = \sigma_{12} + \sigma_{21}^*$.

В рассматриваемом нами случае $L_\sigma \ll L_d, L_g, L_n$, поэтому в отсутствие потерь изменение мощности импульса на длине L_σ , обусловленное материальной дисперсией волокна, дисперсией групповых скоростей мод и кубической нелинейностью, пренебрежимо мало. Поэтому можно считать, что на длине L_σ с достаточной степенью точности выполняется условие $|A_1|^2 + |A_2|^2 = \text{const}$, из которого следует справедливость соотношений $\sigma_{12} \simeq \sigma_{21}^* = \sigma$, $\gamma_{11} \simeq \gamma_{22} = \gamma_{\text{sm}}$ и $2\gamma_{21} \simeq 2\gamma_{12} = \gamma_{\text{cm}}$. Решение уравнений (2) в условиях фазового синхронизма мод будем искать в приближении медленно меняющихся амплитуд. Представим временную огибающую соответствующей моды в виде суммы двух парциальных импульсов:

$$A_j = (-1)^{j+1} a_1(\tau, z) \exp(i\sigma z) + a_2(\tau, z) \exp(-i\sigma z), \quad (4)$$

где a_f – амплитуды, медленно меняющиеся с координа-

той z . Подставляя (4) в (2), получаем следующие уравнения для амплитуд парциальных импульсов ($f = 1, 2$):

$$\frac{\partial a_f}{\partial z} - \frac{i D_f}{2} \frac{\partial^2 a_f}{\partial \tau^2} + i \left(\chi |a_f|^2 + 2 R \gamma_{\text{sm}} |a_{3-f}|^2 \right) a_f = 0, \quad (5)$$

где $\chi = R(\gamma_{\text{cm}} + \gamma_{\text{sm}})$. Из (4) и (5) следует, что исходный импульс может быть представлен в виде комбинации парциальных импульсов a_1 и a_2 , для которых эффективная дисперсия волокна определяется выражением

$$D_f = (-1)^f d_m + d, \quad (6)$$

где $d_m = 1/v^2 \sigma$ – межмодовая дисперсия групповых скоростей мод. Знак материальной дисперсии d определяется типом реализуемой материальной дисперсии волокна на центральной частоте импульса – нормальной или аномальной. При соответствующем подборе параметров v , σ и d для одного из парциальных импульсов в волокне можно создать волноведущую среду с нулевой эффективной дисперсией, для которой на рабочей частоте выполняется условие $D_f = 0$.

Запишем решение уравнений (5) для случая возникновения малых временных возмущений на фоне достаточно мощного квазинепрерывного излучения накачки. Если длительность вводимого в световод волнового пакета достаточно велика и применимо квазимонохроматическое приближение для волны накачки (т. е. для нее пренебрежимо малы дисперсионные члены, что представляется корректным при $\tau_0 \gg 10^{-10}$ с), решение уравнений (5) для амплитуд парциальных импульсов можно записать в виде

$$a_f(z, \tau) = [a_{f0} + \Delta a_f(z, \tau)] \exp \left[-i(\chi a_{f0}^2 + 2R\gamma_{\text{sm}} a_{3-f0}^2) z \right], \quad (7)$$

где Δa_f – комплексная амплитуда возмущения, причем $a_{f0} \gg |\Delta a_f|$.

Подставляя (7) в уравнения (5) и линеаризуя их по малым возмущениям Δa_f , получаем систему уравнений для возмущений:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial z} \Delta a_f - \frac{i D_f}{2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \Delta a_f = -i \chi a_{f0}^2 (\Delta a_f + a_f^*) \\ & - 2i R \gamma_{\text{sm}} a_{10} a_{20} (\Delta a_{3-f} + \Delta a_{3-f}^*). \end{aligned} \quad (8)$$

С учетом условий ввода излучения в волокно для начальных амплитуд парциальных импульсов имеем

$$a_{f0}^2 = \frac{I_0 \left[1 + (-1)^f \xi \right]^2}{4(1 + \xi^2)}, \quad (9)$$

где I_0 – интенсивность вводимого импульса. Для дальнейшего рассмотрения особый интерес представляют симметричный ($\xi = 1, f = 2$) и антисимметричный ($\xi = -1, f = 1$) типы возбуждения волокна, при которых распространяющийся импульс представлен только одним из парциальных импульсов. В этом случае в соответствии с (9) произведение $a_{10} a_{20} = 0$ и система уравнений (8) вырождается в систему двух одинаковых уравнений для возмущений:

$$\frac{\partial}{\partial z} \Delta a_f - \frac{iD_f}{2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \Delta a_f = -i\chi a_{f0}^2 (\Delta a_f + \Delta a_f^*), \quad f = 1, 2. \quad (10)$$

Для гармонических возмущений решение этой системы будем искать в виде

$$\Delta a_f = b_f \cos(hz - \Omega\tau) + il_f \sin(hz - \Omega\tau), \quad (11)$$

где h и Ω – волновое число и частота возмущения. Подставляя (11) в (10), получаем систему двух однородных алгебраических уравнений для амплитуд b_f и l_f , решение которой приводит к следующему дисперсионному соотношению:

$$h_f = \pm \chi I_0 \frac{\Omega}{\Omega_f} \left(\frac{\Omega^2}{\Omega_f^2} + \text{sign } D_f \right)^{1/2}, \quad (12)$$

где $\Omega_f^2 = 2\chi I_0 / |D_f|$. Из (12) следует, что устойчивость стационарного состояния зависит от того, положительной или отрицательной эффективной дисперсией описывается распространяющийся парциальный импульс. При $D_f > 0$ волновое число h_f действительно при всех значениях Ω и стационарное состояние импульса устойчиво относительно малых возмущений. При $D_f < 0$ и $|\Omega| < \Omega_f$ волновое число h_f становится мнимым и возмущение $\Delta a_f(z, \tau)$ экспоненциально нарастает по z . При этом коэффициент усиления возмущения определяется соотношением

$$G_f = 2\text{Im}(h_f) = 2\chi I_0 \frac{\Omega}{\Omega_f} \left[1 - \left(\frac{\Omega}{\Omega_f} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (13)$$

Максимальный коэффициент усиления $G_f = \chi I_0$ достигается на частоте $|\Omega_m| = \Omega_f / \sqrt{2}$. Важной особенностью рассмотренного случая является то, что режим МН может наблюдаться в области частот, соответствующих нормальной материальной дисперсии d световода.

На рис.1 приведены зависимости коэффициента усиления возмущения G_f от модуля частоты возмущения $|\Omega|$, полученные для эффективной дисперсии $D_f = -10^{-26} \text{ с}^2/\text{м}$ и параметра $\chi I_0 = 0.5, 1, 1.5, 2 \text{ м}^{-1}$ при симметричном (либо антисимметричном) возбуждении волокна. Видно, что ширина области МН $\Delta\Omega$ и максимальное значение G_f

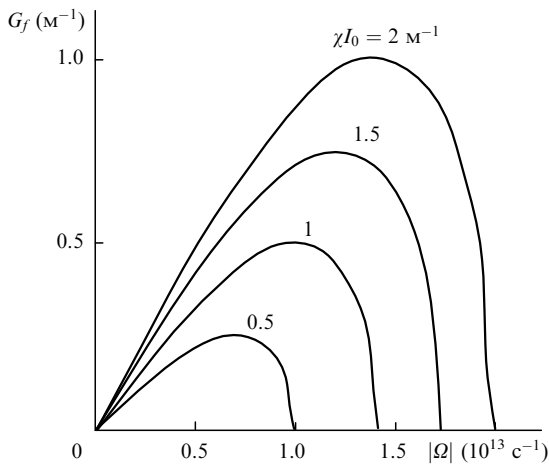


Рис.1. Зависимости коэффициента усиления G_f от модуля частоты возмущения $|\Omega|$ при симметричном или антисимметричном возбуждении световода для $D_f = -10^{-26} \text{ с}^2/\text{м}$ при разных χI_0 .

растут с увеличением интенсивности вводимого излучения или параметра нелинейности. При этом максимум коэффициента усиления смещается в область больших частот возмущения.

Поскольку эффективная дисперсия парциального импульса D_f имеет разные значения для антисимметричного и симметричного ($f = 1, 2$) типов возбуждения волокна при одних и тех же значениях материальной дисперсии d , то ширина области МН и максимальный коэффициент усиления для этих двух типов возбуждения различны. Более того, при $|d| < d_m$ МН для симметричного возбуждения световода вообще не наблюдается, тогда как для антисимметричного возбуждения она может быть реализована.

На рис.2 приведена зависимость G_f от параметра χI_0 , полученная для $D_f = -10^{-26} \text{ с}^2/\text{м}$ и $|\Omega| = (0.5 - 2) \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$. Видно, что с увеличением частоты возмущения пороговая интенсивность (нелинейность), при которой возникает МН, также растет.

В общем случае для $\xi \neq \pm 1$ распространяющийся в волокне импульс уже нельзя представить только одним из парциальных импульсов, поэтому необходимо решать неукороченную систему связанных уравнений (8). При выборе решений в виде (11) приходим к общему дисперсионному уравнению:

$$h^4 - (K_1 + K_2)h^2 + K_1K_2 - F = 0,$$

$$K_f = 0.25D_f\Omega^2(D_f\Omega^2 + 4\chi a_{f0}^2), \quad (14)$$

$$F = 4D_1D_2R^2\gamma_{sm}^2\Omega^4a_{10}^2a_{20}^2.$$

Уравнение (14) имеет следующее решение:

$$h_{\pm}^2 = 0.5 \left\{ K_1 + K_2 \pm \left[(K_1 - K_2)^2 + 4F \right]^{1/2} \right\}. \quad (15)$$

Модуляционной неустойчивости импульса соответствуют области значений параметров, где одно из волновых чисел h_{\pm} либо каждое из них является мнимым. Остановимся на случае одномодового возбуждения воло-

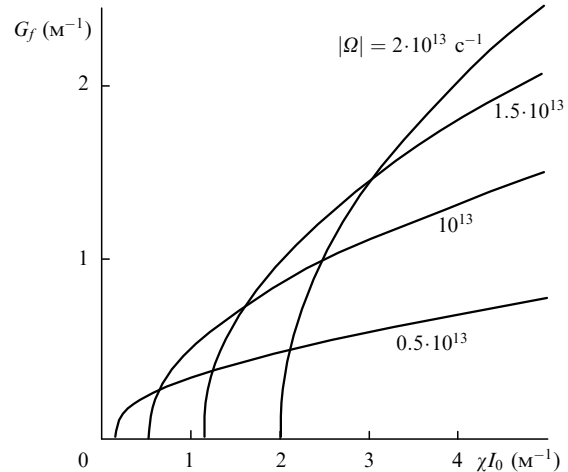


Рис.2. Зависимости коэффициента усиления G_f от параметра χI_0 при симметричном или антисимметричном возбуждении световода для $D_f = -10^{-26} \text{ с}^2/\text{м}$ при разных $|\Omega|$.

на, для которого $\xi = 0$ либо $\xi^{-1} = 0$, и $a_{10}^2 = a_{20}^2 = I_0/4$. При этом

$$h_{\pm}^2 = \frac{\Omega^2}{4} \left\{ \Omega^2 (d^2 + d_m^2) + \chi I_0 d \pm 2 \left[d_m^2 (\Omega^2 d + \chi I_0/2)^2 + \gamma_{sm}^2 R^2 I_0^2 (d^2 - d_m^2) \right]^{1/2} \right\}. \quad (16)$$

Рассмотрим некоторые частные случаи значений материальной и межмодовой дисперсии. Вблизи нулевого значения материальной дисперсии ($d \approx 0$) получаем

$$h_{\pm}^2 = \frac{\Omega^2}{4} \left[\Omega^2 d_m^2 \pm I_0 d_m (\chi^2 - 4\gamma_{sm}^2 R^2)^{1/2} \right], \quad (17)$$

откуда следует, что при интенсивности вводимого излучения

$$I_0 > \Omega^2 d_m (\chi^2 - 4\gamma_{sm}^2 R^2)^{-1/2} \quad (18)$$

волновое число h_- становится мнимым и соответствующее возмущение приводит к МН. При $d_m \rightarrow 0$, что возможно при сильном межмодовом взаимодействии, $h \approx 0.5\Omega^2 d_m$ и МН не реализуется.

Весьма интересным с практической точки зрения является случай $|d| = d_m$, соответствующий нулевому значению эффективной дисперсии D_f для одного из парциальных импульсов. Из (16) в этом случае при $d > 0$ имеем

$$h_{+}^2 = \Omega^2 d (\Omega^2 d + 0.5\chi I_0), \quad h_{-} = 0; \quad (19)$$

при $d < 0$

$$h_{-}^2 = \Omega^2 |d| (\Omega^2 |d| - 0.5\chi I_0), \quad h_{+} = 0. \quad (20)$$

Из полученных соотношений следует, что МН реализуется при аномальной материальной дисперсии ($d < 0$). Волновое число h_- становится мнимым в полосе частот $|\Omega| < (\chi I_0/2|d|)^{1/2}$. При этом максимальный коэффициент усиления возмущения $G_{\max} = \chi I_0/2$ на частоте $|\Omega_m| = (\chi I_0/2|d|)^{1/2}$, что в два раза меньше G_{\max} при двухмодовом возбуждении.

Рассмотрим теперь условия возникновения МН в случае сильного смещения несущей частоты в фиолетовую область излучения, где реализуется нормальная материальная дисперсия среды ($d > 0$). Если $d > d_m$, то для обоих парциальных импульсов эффективная дисперсия $D_{1,2} > 0$. Условие возникновения МН в этом случае, согласно (15), определяется неравенством $F > K_1 K_2$, которое с учетом выражений для F и K_f дает условие $\gamma_{sm} > \gamma_{cm}$. При этом МН имеет место для возмущений в частотном интервале

$$|\Omega| < \Omega_s = \left\{ \left[(g_1 + g_2)^2 + A \right]^{1/2} - g_1 - g_2 \right\}, \quad (21)$$

где

$$g_f = \frac{\chi I_0}{2D_f} \frac{[1 + (-1)^f \xi]^2}{1 + \xi^2};$$

$$A = (\gamma_{sm} - \gamma_{cm})(3\gamma_{sm} + \gamma_{cm}) \left(\frac{RI_0}{D_f} \frac{1 - \xi^2}{1 + \xi^2} \right)^2.$$

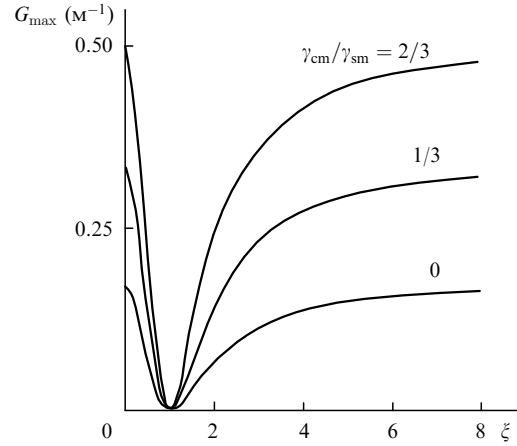


Рис.3. Зависимости коэффициента усиления G_{\max} от параметра ξ , характеризующего тип возбуждения волокна, для $d = 10^{-26}$ $\text{с}^2/\text{м}$, $d_m = 10^{-27}$ $\text{с}^2/\text{м}$ и $\gamma_{sm} RI_0 = 1$ м^{-1} при разных γ_{cm}/γ_{sm} .

Полагая $d \gg d_m$, можно считать $D_1 \approx D_2 \approx d$. В этом случае коэффициент усиления

$$G = d|\Omega| (\Omega_s^2 - \Omega^2)^{1/2}.$$

Максимальное усиление возмущения $G_{\max} = d\Omega_s^2/2$ достигается на частоте возмущения $\Omega_m = \Omega_s/\sqrt{2}$.

На рис.3 представлены зависимости G_{\max} от параметра ξ , характеризующего тип возбуждения волокна, полученные для $d = 10^{-26}$ $\text{с}^2/\text{м}$, $d_m = 10^{-27}$ $\text{с}^2/\text{м}$, $\gamma_{sm} RI_0 = 1$ м^{-1} и отношения $\gamma_{cm}/\gamma_{sm} = 0, 1/3$ и $2/3$. Видно, что в рассматриваемом случае ($D_1 > 0$ и $D_2 > 0$) коэффициент усиления достигает максимального значения при одномодовом возбуждении волокна (ξ или $\xi^{-1} = 0$), тогда как для симметричного ($\xi = 1$) возбуждения $G = 0$ при всех значениях γ_{cm}/γ_{sm} . С ростом кросс-модуляционных нелинейных эффектов коэффициент усиления увеличивается.

Проведенный анализ показывает, что МН в периодических по длине волоконных световодах, а также в аналогичных системах с распределенной связью может возникать независимо от знака материальной дисперсии. При этом, несмотря на то, что общая картина развития МН в системах с линейной межмодовой связью и, в частности, в периодических ВС сходна с развитием МН в нелинейных двулучепреломляющих ВС, параметры (эффективная дисперсия, параметр нелинейности, амплитуды парциальных импульсов), определяющие динамику развития МН в подобного рода системах, имеют отличающийся от стандартного вид.

Так, эффективная дисперсия системы с реализованной межмодовой связью может существенно отличаться от материальной дисперсии для такого световода [15] и, в частности, становится отрицательной в диапазоне частот, соответствующем нормальной материальной дисперсии. Наиболее важным свойством эффективных параметров систем с реализуемой межмодовой связью является, на наш взгляд, их существенная зависимость от условий ввода излучения в световод, определяемых параметром ξ . Именно это свойство позволяет эффективно управлять динамикой МН в таких световодах и представляется наиболее полезным для возможных практических применений. Следует также отметить, что полученные выше результаты справедливы лишь для начальной стадии МН. Развитая стадия МН, при которой возмущение

$|\Delta a_f|$ становится сравнимым с a_{f0} , может быть проанализирована только численными методами.

1. Hasegawa A. *Optics Letts*, **9**, 288 (1984).
2. Tai A., Hasegawa A., Tomita A. *Phys.Rev.Letts*, **56**, 135 (1986).
3. Lyra M.L., Gouveia-Neto A.S. *Optics Comms*, **108**, 117 (1994).
4. Hickmann J.M., Cavalcanti S.B., Borges N.M., Gouveia E.A., Gouveia-Neto A.S. *Optics Letts*, **18**, 182 (1993).
5. Фын Лу, Лю Сю-Мин, Фын Ци-юань. *Квантовая электроника*, **27**, 269 (1999).
6. Agrawal G.P. *Phys.Rev.Letts*, **59**, 880 (1987).
7. Agrawal G.P. *Nonlinear fiber optics* (Boston, Academic Press, 1989, p. 392).
8. Dinda P.T., Millot G., Seve E., Haelterman M. *Optics Letts*, **21**, 1640 (1996).
9. Millot G., Pitois S., Dinda P.T., Haelterman M. *Optics Letts*, **22**, 1686 (1997).
10. Васильев С.А., Дианов Е.М., Курков А.С., Медведков О.И., Протопопов В.Н. *Квантовая электроника*, **24**, 151 (1997).
11. Васильев С.А., Дианов Е.М., Стародубов Д.С., Фролов А.А., Медведков О.И. *Квантовая электроника*, **24**, 160 (1997).
12. Galvanauskas A., Fermann M.E., Roman J.E. *Appl.Phys.Letts*, **66**, 1053 (1995).
13. Золотовский И.О., Семенцов Д.И. *Квантовая электроника*, **27**, 273 (1999).
14. Выслоух В.А., Геворкян Л.П. *Изв.АН СССР.Сер.физич.*, **55**, 323 (1991).
15. Золотовский И.О., Семенцов Д.И. *Оптика и спектроскопия*, **85**, 304 (1998).