

# Простой метод оптимизации параметров комбинированной дифракционной решетки в схеме скользящего падения

С.В.Васильев, В.А.Сычугов

*Предложен метод оптимизации параметров комбинированных структур, состоящих из диэлектрической дифракционной решетки и металлического или многослойного диэлектрического зеркала. В основе метода лежит использование волноводных свойств комбинированной дифракционной решетки, его основным достоинством является возможность определения оптимальных параметров комбинированной решетки без решения задачи дифракции.*

**Ключевые слова:** многослойные волноводы, дифракционная решетка, дифракционная эффективность.

## Введение

С развитием лазерной техники существенно возросли требования к элементной базе лазерных устройств, в частности к лучевой стойкости и эффективности дифракционных решеток. При решении ряда задач, связанных с разработкой импульсных узкополосных лазеров и сверхъярких лазеров, использование традиционных металлических решеток становится затруднительным или невозможным.

Важным шагом на пути улучшения характеристик дифракционных решеток стало создание комбинированных решеток, впервые предложенных в работе [1]. Схема комбинированной дифракционной решетки приведена на рис. 1. Собственно решетка  $G$  сформирована в диэлектрическом слое, под решеткой лежит промежуточный слой диэлектрика  $S$ , затем металлическое или многослойное диэлектрическое зеркало  $M$ . Такие решетки обладают рядом важных с практической точки зрения свойств. В работах [2, 3] описаны комбинированные дифракционные решетки с предельно высокой дифракционной эффективностью и лучевой прочностью, предназначенные для компрессии импульсов. Статьи [4, 5] посвящены исследованию свойств комбинированных решеток при установке в схеме скользящего падения. В этих работах показано, что эффективность комбинированной решетки с металлическим зеркалом может существенно превышать эффективность стандартной решетки с металлическим покрытием при сравнимом уровне поглощения.

Если длина волны и угол падения излучения, показатели преломления материалов и профиль решетки заданы, то задача определения параметров решетки с максимальной эффективностью сводится к поиску оптимальных значений глубины решетки  $h^{(G)}$ , толщины промежуточного слоя  $h^{(S)}$  и, если речь идет о решетке с диэлектрическим зеркалом, толщины слоев зеркала  $h^{(M)}$ . Строгое решение задачи дифракции на комбинированной решетке требует значительного объема вычислений.

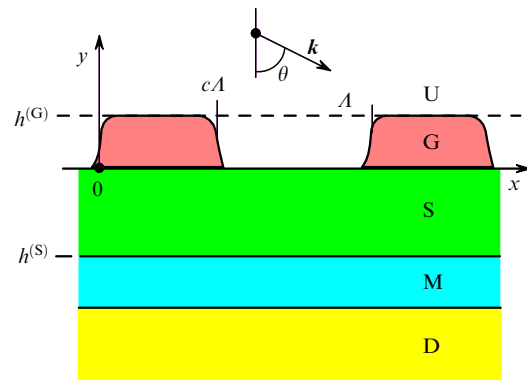


Рис. 1. Схема комбинированной дифракционной решетки: U – верхнее полупространство; G – слой дифракционной решетки; S – согласующий диэлектрический слой; M – металлическое или диэлектрическое зеркало; D – нижнее полупространство (подложка решетки);  $k$  – волновой вектор падающей волны;  $\theta$  – угол падения излучения;  $A$  – период решетки;  $c$  – фактор заполнения решетки.

Время расчета на современном персональном компьютере дифракционных эффективностей решетки с заданными параметрами составляет от нескольких секунд до нескольких десятков секунд. Наш опыт исследования комбинированных решеток показал, что зависимость дифракционной эффективности такой решетки от толщины слоев имеет большое число локальных экстремумов. Эти факторы делают крайне неэффективным использование методов численной оптимизации параметров комбинированной решетки с большим числом слоев.

В настоящей работе предлагается способ, позволяющий определять оптимальные параметры комбинированной решетки в аналитической форме или с помощью значительно меньших, чем в случае прямой оптимизации, вычислительных ресурсов. Для решения задачи использовался подход, основанный на волноводных свойствах комбинированной решетки. Волноводный характер взаимодействия света с комбинированной решеткой был продемонстрирован в работе [1], что позволило получить аналитическое выражение для эффективности металлдиэлектрической комбинированной решетки с малой глубиной гофра, работающей в автоколлимационном режиме. В настоящей работе проведено обобщение

волноводного подхода на случай более сложных структур и произвольных условий падения излучения.

## 1. Взаимодействие излучения с комбинированной дифракционной решеткой

Для проведения расчетов мы использовали так называемый модальный метод решения задачи дифракции на решетке. Его подробное описание можно найти в работе [6]. Остановимся на основных особенностях этого метода, которые помогут нам интерпретировать полученные результаты.

Пусть из верхнего полупространства U на решетку G падает плоская электромагнитная волна (см. рис.1). Распределение поля, возникающее в результате дифракции излучения на решетке, должно удовлетворять уравнению Гельмгольца

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2(x, y) \right] F(x, y) = 0, \quad (1)$$

условию квазипериодичности

$$\exp(ikAn^{(U)} \sin \theta) F(x, y) = F(x + A, y) \quad (2)$$

и условиями непрерывности на границах областей пространства с разными показателями преломления. Здесь функция  $F(x, y)$  в зависимости от поляризации совпадает либо с  $E$ - либо с  $H$ -компонентой поля;  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число для падающей волны;  $\theta$  – угол падения излучения на решетку;  $A$  – период решетки.

Решением задачи (1), (2) в верхнем (U) и нижнем (D) полупространствах являются так называемые разложения Рэлея

$$F^{(U)}(x, y) = r^{(i)} \exp(i\alpha_0 x - i\beta_0^{(U)} y) + \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} r_n \exp(i\alpha_n x + i\beta_n^{(U)} y), \quad (3)$$

$$F^{(D)}(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} t_n \exp(i\alpha_n x - i\beta_n^{(D)} y),$$

где  $\alpha_n = kn^{(U)} \sin \theta + (2\pi/A)n$ ;  $\beta_n^{(j)2} = k^2 n^{(j)2} - \alpha_n^2$ ;  $n$  – целое число;  $r^{(i)}$  – амплитуда падающей волны. Членам разложений с действительными коэффициентами соответствуют излучательные дифракционные порядки, уносящие энергию от решетки. Количество таких дифракционных порядков определяется соотношением между длиной волны излучения и периодом решетки, а также, если речь идет о дифракции в нижнее полупространство, коэффициентом преломления подложки решетки  $n^{(D)}$ .

Решением задачи (1), (2) в промежуточном слое S и слоях зеркала M также являются разложения Рэлея

$$F^{(S,M)}(x, y) = \sum_m \left[ a_m^{(S,M)} \exp(i\beta_m^{(S,M)} y) + b_m^{(S,M)} \exp(-i\beta_m^{(S,M)} y) \right] \exp(i\alpha_m x), \quad (4)$$

однако, в отличие от разложений (3), в них одновременно присутствуют члены, которые соответствуют волнам, распространяющимся как в положительном так и в отрицательном направлении оси  $y$ .

Если штрихи решетки имеют прямоугольную форму, то в уравнении (1) можно провести разделение перемен-

ных и получить аналитическое выражение для поля в области решетки G:

$$F^{(G)}(x, y) = \sum_m \left[ a_m^{(G)} \exp(i\mu_m y) + b_m^{(G)} \exp(-i\mu_m y) \right] u_m(x). \quad (5)$$

Константы  $\mu_m$  и вид функций  $u_m(x)$  в модальном разложении (5) определяются при решении задачи на собственные значения, возникающей при интегрировании уравнения (1) с учетом условия квазипериодичности (2) и условий непрерывности поля и его производной на границе полупериодов (при  $x = cA$ , где константа  $c$  характеризует заполнение решетки, см. рис.1). Коэффициенты  $\mu_m$  в (5) и  $\beta_n^{(j)}$  в (4) имеют сходный смысл. Число действительных коэффициентов ограничено числом излучательных дифракционных порядков, а их величина связана с эффективным показателем преломления соответствующей моды, возбуждаемой падающей волной в слоях решетки G, S и M.

После того как разложения поля во всех областях пространства получены, с помощью условий непрерывности на границах слоев комбинированной решетки строится система линейных уравнений для неизвестных модальных амплитуд  $a_m^{(j)}$ ,  $b_m^{(j)}$  и амплитуд дифракционных гармоник  $r_n$ ,  $t_n$ . Решив эту систему, мы можем определить дифракционную эффективность  $R_n$  и пропускание  $T_n$  решетки в различных порядках, а также интенсивность и фазу излучения в любой точке пространства.

## 2. Взаимодействие излучения с многослойным зеркалом

Взаимодействие излучения с многослойным зеркалом существенно проще, чем с дифракционной решеткой, и мы рассмотрим его более подробно. С помощью уравнения Гельмгольца (1) найдем выражения для поля во всех областях пространства:

$$F_{N+1}(x, y) = [r \exp(i\beta_{N+1} y) + r^{(i)} \exp(-i\beta_{N+1} y)] e(x),$$

$$\vdots$$

$$F_i(x, y) = [a_i \exp(i\beta_i y) + b_i \exp(-i\beta_i y)] e(x), \quad (6)$$

$$\vdots$$

$$F_0(x, y) = t \exp(-i\beta_0 y) e(x),$$

где  $e(x) = \exp(i\alpha x)$ ;  $\alpha = kn_{N+1} \sin \theta$ ;  $\beta_i^2 = k^2 n_i^2 - \alpha^2$ ;  $r^{(i)}$ ,  $r$  и  $t$  – амплитуды падающей, отраженной и прошедшей волн соответственно; индексом «0» обозначено нижнее полупространство, а индексом « $N+1$ » – верхнее. Для того чтобы найти неизвестные амплитуды  $r$  и  $t$ , воспользуемся условиями непрерывности на границах слоев:

$$F_i(x, \Sigma_i) = F_{i+1}(x, \Sigma_i), \quad (7)$$

$$\sigma_i F'_{yi}(x, \Sigma_i) = \sigma_{i+1} F'_{yi+1}(x, \Sigma_i),$$

где  $\sigma_i = 1/\mu_i$  для ТЕ- и  $\sigma_i = 1/\varepsilon_i$  для ТН- поляризации ( $\mu_j$  и  $\varepsilon_j$  здесь равны соответственно магнитной и диэлектрической проницаемости среды в  $j$ -й области пространства) и введено обозначение  $\Sigma_i = \sum_{j=0}^{j=i} h_j$ . После подстановки (2) в (3) и замены переменных придем к системе линейных уравнений

$$t = \tilde{a}_1 D_1^- + \tilde{b}_1 D_1^+,$$

$$\begin{aligned}
-\xi_0 t &= \tilde{a}_1 D_1^- - \tilde{b}_1 D_1^+, \\
&\vdots \\
\tilde{a}_i D_i^+ + \tilde{b}_i D_i^- &= \tilde{a}_{i+1} D_{i+1}^- + \tilde{b}_{i+1} D_{i+1}^+, \\
\xi_i (\tilde{a}_i D_i^+ - \tilde{b}_i D_i^-) &= \tilde{a}_{i+1} D_{i+1}^- - \tilde{b}_{i+1} D_{i+1}^+, \\
&\vdots \\
\tilde{a}_N D_N^+ + \tilde{b}_N D_N^- &= \tilde{r} + \tilde{r}^{(i)}, \\
\xi_N (\tilde{a}_N D_N^+ - \tilde{b}_N D_N^-) &= \tilde{r} - \tilde{r}^{(i)},
\end{aligned} \tag{8}$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned}
e_i &= \exp(i\beta_i h_i); \quad \tilde{a}_i = a_i \exp(i\beta_i \Sigma_{i-1}) (\tau_i^+ + \tau_i^-) \tau_i^+; \\
D_i^\pm &= \frac{\tau_i^\pm}{\tau_i^+ + \tau_i^-}; \quad \tilde{b}_i = b_i \exp(-i\beta_i \Sigma_{i-1}) (\tau_i^+ + \tau_i^-) \tau_i^-; \\
\tau_i^\pm &= \exp\left(\pm \frac{i\beta_i h_i}{2}\right); \quad \tilde{r} = r \exp(i\beta_{N+1} \Sigma_N); \\
\xi_i &= \frac{\sigma_i \beta_i}{\sigma_{i+1} \beta_{i+1}}; \quad \tilde{r}^{(i)} = r^{(i)} \exp(-i\beta_{N+1} \Sigma_N)
\end{aligned} \tag{9}$$

и считается, что  $\Sigma_0 = 0$ . Из уравнений (8) получим рекуррентные соотношения, позволяющие выразить все неизвестные амплитуды через амплитуду падающей волны:

$$\begin{aligned}
\tilde{r} &= \frac{\omega_N D_N^+ + D_N^- \chi_N}{\omega_N D_N^+ \chi_N + D_N^-} \tilde{r}^{(i)}, \quad \tilde{b}_{i-1} = \frac{\omega_i D_i^- + D_i^+}{\omega_{i-1} D_{i-1}^+ + D_{i-1}^-} \tilde{b}_i, \\
\tilde{b}_N &= \frac{2\tilde{r}^{(i)}}{(1 + \xi_N)(\omega_N D_N^+ \chi_N + D_N^-)}, \quad t = (\omega_1 D_1^- + D_1^+) \tilde{b}_1,
\end{aligned} \tag{10}$$

где

$$\begin{aligned}
\chi_i &= \frac{1 - \xi_i}{1 + \xi_i}; \quad \tilde{a}_i = \omega_i \tilde{b}_i; \quad \omega_1 = e_1 \chi_0; \\
\omega_{i+1} &= e_{i+1} \frac{\omega_i D_i^+ + D_i^- \chi_i}{\omega_i D_i^+ \chi_i + D_i^-}.
\end{aligned} \tag{11}$$

Таким образом, задача решена. С помощью выражений (9)–(11) можно определить амплитуды поля во всех областях пространства, а значит, и коэффициенты отражения и пропускания зеркала  $R$  и  $T$ .

### 3. Свойства простейшей комбинированной дифракционной решетки при установке в схеме скользящего падения

Начнем исследование комбинированных решеток со случая простейшей структуры, состоящей всего из двух слоев: слоя решетки  $G$  с прямоугольным профилем и сплошного слоя диэлектрика  $S$ . Пусть показатели преломления материала решетки  $n^{(G)}$  и сплошного слоя  $n^{(S)}$  равны 1.5, а верхнего и нижнего полупространств – единице. Соотношение между длиной волны излучения и периодом решетки примем равным  $3/2$ , при этом энергия от решетки удаляется в виде только зеркально-отражен-

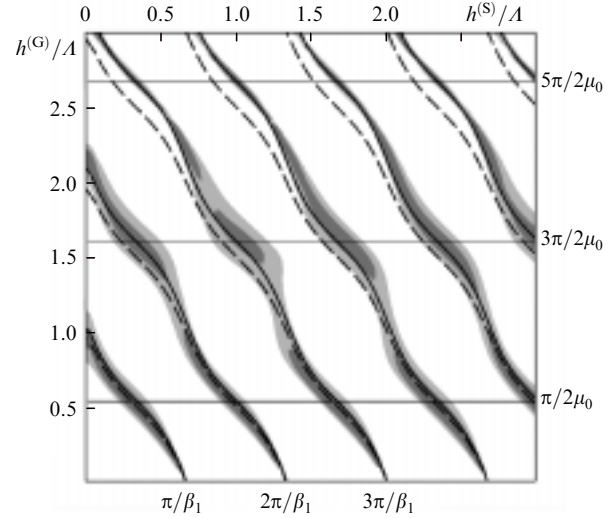


Рис.2. Распределение уровня дифракционной эффективности (показано серым цветом) двухслойной комбинированной решетки  $R_{-1}$  при различных глубине слоя решетки  $h^{(G)}$ , толщине слоя  $h^{(S)}$  и скользящем падении излучения на решетку ( $\theta = 89^\circ$ ), а также дисперсионные кривые двухслойного волновода с  $n^{(G)}$ , рассчитанные с помощью (16) (сплошные кривые) и эмпирической формулы (штриховые кривые).

ной компоненты и единственного дифракционного порядка (гармоники с номерами 0 и  $-1$  в рэлеевских разложениях (3)).

Исследуем зависимость дифракционной эффективности такой простейшей структуры от параметров  $h^{(G)}$  и  $h^{(S)}$  при установке решетки в схеме скользящего падения (угол падения излучения на решетку  $\theta = 89^\circ$ ). Карта уровней поверхности  $R_{-1}(h^{(S)}, h^{(G)})$  показана на рис.2 оттенками серого цвета. Видно, что зависимость имеют форму узких гребней, периодически расположенных на плоскости  $(h^{(S)}, h^{(G)})$ .

Чтобы проанализировать зависимость дифракционной эффективности от глубины решетки, используем модальное разложение (5). Поперечное распределение поля внутри решетки определяется множителями  $\exp(\pm i\mu_m y)$ . Как уже отмечалось в разд.2, в наборе  $\{\mu_m\}$  имеются несколько (в нашем случае – два) действительных коэффициентов ( $\mu_0$  и  $\mu_{-1}$ ), которые можно приписать нулевому и минус первому дифракционным порядкам. Поскольку этим модам соответствуют периодические по глубине решетки распределения поля, они должны вносить основной вклад в зависимость  $R_{-1}(h^{(G)})$ . Для проверки этого введем условие

$$\mu_m h_i^{(G)} = \pi/2 + \pi k, \quad k = 0, 1, \dots, \tag{12}$$

которое определяет толщину четвертьволнового слоя для  $m$ -й моды решетки. Горизонтальные линии на рис.2 проведены в соответствии с условием (12) для нулевой моды решетки (коэффициент  $\mu_0$ ). Видно, что эти прямые проходят через максимумы зависимости  $R_{-1}(h^{(S)}, h^{(G)})$ . Таким образом, характер зависимости  $R_{-1}(h^{(G)})$  определяется прежде всего нулевой модой решетки, поскольку при скользящем падении излучения она эффективнее возбуждается падающей волной, а условие (12) обеспечивает резонансность возбуждения. Отметим, однако, что влияние других мод решетки также может быть заметно. Например, для  $h^{(G)}$ , при которых условия (12) выполняются одновременно для двух мод, максимумы эффективности становятся более резкими (см. верхнюю

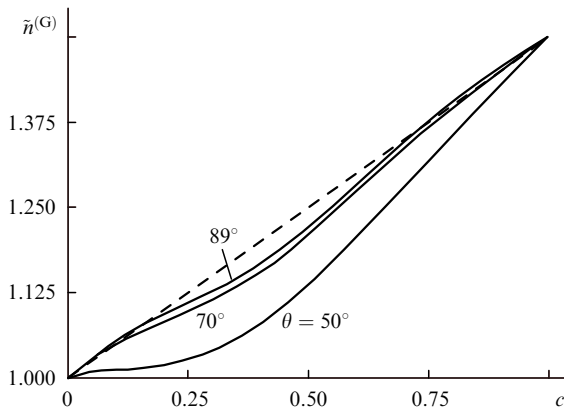


Рис.3. Зависимости усредненного показателя преломления аппроксимирующего решетку слоя  $\tilde{n}^{(G)}$  от фактора заполнения решетки  $c$  при углах падения излучения  $\theta = 50^\circ$  (автоколлимационный режим),  $70^\circ$  и  $89^\circ$ ; арифметическое усреднение показателя преломления по периоду решетки показано штриховой линией.

часть рис.2).

Теперь рассмотрим, как зависит дифракционная эффективность от соотношения между глубиной решетки  $h^{(G)}$  и толщиной слоя  $h^{(S)}$ . Для этого заменим решетку сплошным слоем диэлектрика и проанализируем, как взаимодействует с падающим излучением получившееся двухслойное зеркало  $\tilde{GS}$ . Поскольку выше мы выяснили, что основное влияние на эффективность дифракции оказывает нулевая мода решетки, используем для вычисления усредненного показателя преломления  $\tilde{n}^{(G)}$  аппроксимирующего решетку слоя коэффициент  $\mu_0$ . Для этого используем соотношение

$$\mu_0 = k \tilde{n}^{(G)} \cos \tilde{\theta} = k \left( \tilde{n}^{(G)2} - \sin^2 \theta \right)^{1/2}, \quad (13)$$

где  $\theta$  – угол падения излучения на решетку;  $\tilde{\theta}$  – «угол преломления» падающей волны в аппроксимирующем слое. Зависимости показателя преломления аппроксимирующего слоя  $\tilde{n}^{(G)}$  от фактора заполнения решетки  $c$ , рассчитанные для различных углов падения на решетку, показаны на рис.3. Здесь же штриховой линией приведена зависимость, полученная арифметическим усреднением  $n^{(G)}$  по периоду решетки:  $\tilde{n}^{(G)} = cn^{(G)} + (1 - c)$ . Видно, что при больших  $\theta$  показатель преломления  $\tilde{n}^{(G)}$  незначительно отличается от получаемого по этой эмпирической оценке.

Условие скользкого падения излучения позволяет рассматривать структуру  $\tilde{GS}$  как двухслойный интерферометр Льюммера – Герке, или, в современном понимании, как двухслойный диэлектрический волновод с небольшой утечкой. Известно, что взаимодействие излучения с такими структурами имеет резонансный характер. Возникновению резонанса соответствует максимум пропускания интерферометра, или возбуждение волноводной моды в нем. Для того чтобы записать условие резонанса в математической форме, воспользуемся результатами, полученными в разд.3. С помощью формул (9)–(11) найдем соотношение, связывающее амплитуды падающей и прошедшей волн:

$$t = 2r^{(i)} \left\{ c_1 c_2 \left( 1 + \frac{\beta_0}{\beta_3} \right) - s_1 s_2 \left( \frac{\beta_1}{\beta_2} + \frac{\beta_0 \beta_2}{\beta_3 \beta_1} \right) \right\}^{-1}, \quad (14)$$

$$- i \left[ s_1 c_2 \left( \frac{\beta_0}{\beta_1} + \frac{\beta_1}{\beta_3} \right) + c_1 s_2 \left( \frac{\beta_0}{\beta_2} + \frac{\beta_2}{\beta_3} \right) \right]^{-1}, \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} c_1 &= \cos(\beta_1 h^{(S)}); & s_1 &= \sin(\beta_1 h^{(S)}); \\ c_2 &= \cos(\beta_2 h^{(G)}); & s_2 &= \sin(\beta_2 h^{(G)}); \\ \beta_1 &= k(n^{(S)2} - \sin^2 \theta)^{1/2}; & \beta_0 &= k \cos \theta; \\ \beta_2 &= k(\tilde{n}^{(G)2} - \sin^2 \theta)^{1/2}; & \beta_3 &= k \cos \theta. \end{aligned} \quad (15)$$

Как известно, в максимумах пропускания интерферометра Льюммера – Герке фазы падающей и прошедшей волн совпадают, что означает равенство нулю мнимой части знаменателя дроби в выражении (14). Таким образом, из (14) получим условие поперечного резонанса в структуре  $\tilde{GS}$ :

$$\tan(\beta_1 h^{(S)}) \left( \frac{\beta_0}{\beta_1} + \frac{\beta_1}{\beta_3} \right) + \tan(\beta_2 h^{(G)}) \left( \frac{\beta_0}{\beta_2} + \frac{\beta_2}{\beta_3} \right) = 0. \quad (16)$$

Следует отметить, что выражение (16) совпадает с дисперсионным уравнением для диэлектрического двухслойного волновода с модами утечки, что говорит об эквивалентности волноводного подхода и способа описания многослойных структур, приведенного в разд.3.

Теперь мы можем сравнить резонансные свойства комбинированной решетки  $\tilde{GS}$  и волновода  $\tilde{GS}$ . Для этого на рис.2 проведены дисперсионные кривые, соответствующие решениям уравнения (16). Сплошные линии соответствуют дисперсионным кривым двухслойного волновода с показателем преломления решеточного слоя  $\tilde{n}^{(G)}$ , рассчитанным с помощью соотношения (13), а штриховые кривые приведены для  $\tilde{n}^{(G)}$ , рассчитанного по эмпирической формуле. Видно, что дисперсионные кривые практически идеально ложатся на гребни зависимости  $R_{-1}(h^{(S)}, h^{(G)})$ ; при этом для решеток небольшой глубины вполне можно ограничиться эмпирической оценкой для  $\tilde{n}^{(G)}$ .

Таким образом, мы приходим к выводу, что дифракционная эффективность двухслойной комбинированной решетки, установленной в схеме скользкого падения, будет велика в том случае, когда выполняется условие двойного резонанса: условие возбуждения волноводной моды в аппроксимирующей комбинированную решетку структуре (16) и условие резонанса в слое дифракционной решетки (12). Отметим, что увеличение показателя преломления материала решетки приводит к увеличению числа действительных коэффициентов в наборе  $\{\mu_m\}$ , т. е. к увеличению числа возбуждаемых поперечных мод. Это усложняет характер взаимодействия излучения с решеткой и затрудняет применение нашего подхода.

#### 4. Оптимизация параметров комбинированной решетки с металлическим зеркалом

Полученные для простейшей модели комбинированной решетки результаты позволяют перейти к исследованию более сложных и важных с практической точки зрения структур. Реальные дифракционные решетки наносятся на основу – подложку. Для снижения утечки из-

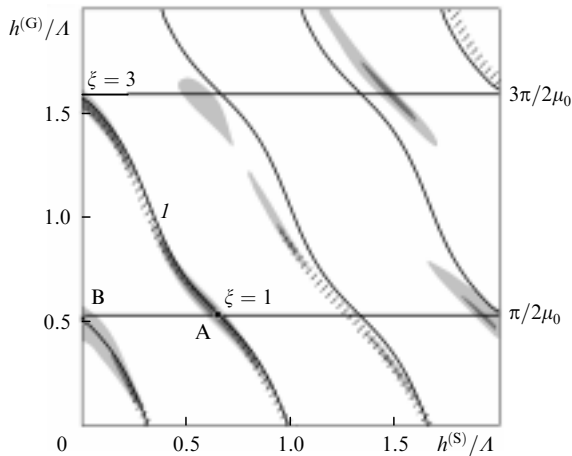


Рис.4. Распределение уровня дифракционной эффективности (показано серым цветом) и областей высокого поглощения света (штриховка) металлодиэлектрической комбинированной решетки при различных глубине слоя решетки  $h^{(G)}$  и толщине слоя  $h^{(S)}$ ,  $\theta = 89^\circ$ ,  $A = 1000$  нм,  $\lambda = 1500$  нм,  $c = 0.5$ , а также дисперсионные кривые волновода (сплошные кривые).

лучения из комбинированной решетки в подложку и, следовательно, обеспечения возможности резонансного взаимодействия излучения с решеткой можно использовать металлическое или диэлектрическое зеркало (см. рис.1). Рассмотрим комбинированную решетку, в которой роль зеркала  $M$  играет металлическая пленка. Пусть период решетки  $A = 1000$  нм, длина волны излучения  $\lambda = 1500$  нм, угол падения излучения  $\theta = 89^\circ$ ,  $n^{(G)} = n^{(S)} = 1.5$  (кварц),  $n^{(M)} = 1.4 + i15$  (алюминий), профиль решетки – прямоугольный с фактором заполнения  $c = 0.5$ .

Зависимость  $R_{-1}(h^{(S)}, h^{(G)})$  для решетки с алюминиевым зеркалом показана на рис.4. Уровни поверхности  $R_{-1}(h^{(S)}, h^{(G)})$  обозначены оттенками серого цвета, а области высокого поглощения решетки – штриховкой. Повторим для такой решетки описанную выше процедуру поиска оптимальных значений  $h^{(G)}$  и  $h^{(S)}$ . Показатель преломления верхнего слоя, аппроксимирующего решетку волновода, найдем с помощью соотношения (13). Поскольку показатель преломления подложки волновода комплексный, выделить в явном виде действительную и мнимую части в выражении (14) нельзя. Поэтому дисперсионное уравнение для двухслойного волновода на металлической подложке примет вид

$$\text{Im} \left\{ c_1 c_2 \left( 1 + \frac{\beta_0}{\beta_3} \right) - s_1 s_2 \left( \frac{\beta_1}{\beta_2} + \frac{\beta_0}{\beta_3} \frac{\beta_2}{\beta_1} \right) - i \left[ s_1 c_2 \left( \frac{\beta_0}{\beta_1} + \frac{\beta_1}{\beta_3} \right) + c_1 s_2 \left( \frac{\beta_0}{\beta_2} + \frac{\beta_2}{\beta_3} \right) \right] \right\} = 0. \quad (17)$$

Решения этого уравнения, соответствующие возбуждению волноводных мод в структуре GSM, показаны на рис.4 сплошными кривыми. Значения глубины решетки, при которых выполняется условие (12), отмечены горизонтальными прямыми. Видно, что дисперсионные кривые проходят через области высокой дифракционной эффективности. Таким образом, при использовании металлического зеркала волноводные свойства комбинированной решетки сохраняются.

При определении оптимальных параметров металлодиэлектрической комбинированной решетки не менее

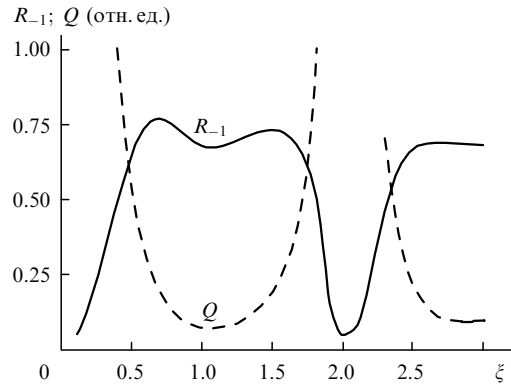


Рис.5. Зависимости дифракционной эффективности  $R_{-1}$  и отношения поглощение – эффективность металлодиэлектрической комбинированной решетки  $Q$  от положения точки  $(h^{(S)}, h^{(G)})$  на дисперсионной кривой  $I$  (см. рис.4).

важным, чем дифракционная эффективность, критерием является уровень поглощения излучения. Из рис.4 видно, что области высокого поглощения решетки совпадают с резонансами в волноводе GSM. На рис. 5 показано, как меняются дифракционная эффективность и отношение поглощения решетки к эффективности в зависимости от положения точки  $(h^{(S)}, h^{(G)})$  на дисперсионной кривой (кривая  $I$  на рис.4). По оси абсцисс отложена условная координата  $\xi$ , причем  $\xi = 1$  соответствует первому резонансу в слое решетки, а  $\xi = 3$  – второму. Как видно из рис.5, в точках двойного резонанса ( $\xi = 1, 3$ ) эффективность решетки несколько снижается, однако отношение поглощение – эффективность становится минимальным. В точках  $\xi = 0, 2$  мы имеем наименьшую эффективность решетки и наибольшее резонансное поглощение.

Таким образом, предлагаемый нами способ оптимизации оказывается вполне работоспособным для комбинированных решеток с металлическим зеркалом. Условие двойного резонанса позволяет определить параметры решетки с высокой эффективностью и оптимальным соотношением эффективность – поглощение.

В заключение этого раздела рассмотрим, как геометрические характеристики решетки влияют на ширину спектрального диапазона, в котором решетка сохраняет высокую эффективность. На рис.6 показаны зависимости дифракционной эффективности решетки от длины волны излучения, построенные для двух низших резонансов решетки (отмечены буквами А и В на рис.4). Видно, что

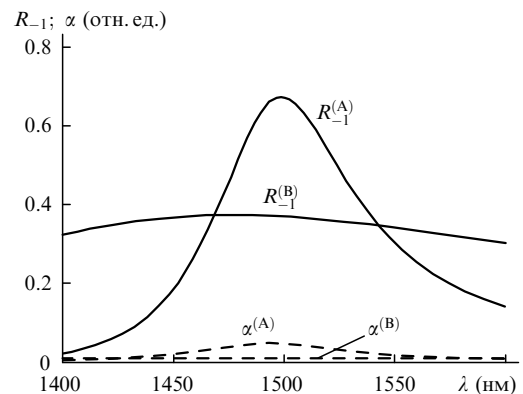


Рис.6. Зависимости дифракционной эффективности  $R_{-1}$  и поглощения  $\alpha$  металлодиэлектрической комбинированной решетки от длины волны излучения  $\lambda$  при параметрах решетки, соответствующих точкам А и В (рис.4).

дифракционная эффективность решетки с минимальной толщиной промежуточного слоя (точка В) сравнительно невелика, однако спектральный диапазон ее широк. При параметрах решетки, соответствующих точке А, резонансные свойства решетки проявляются сильнее, что приводит к росту дифракционной эффективности и сужению максимума эффективности на шкале длин волн.

### 5. Комбинированные решетки с многослойным диэлектрическим зеркалом

Основными недостатками комбинированных дифракционных решеток с металлическим зеркалом являются невысокая лучевая стойкость и заметный уровень поглощения, обусловленные конечной проводимостью металла. В связи с этим наибольший практический интерес представляют комбинированные решетки с многослойным диэлектрическим зеркалом. В простейшем случае может быть использовано зеркало, состоящее из чередующихся четвертьволновых слоев с высоким и низким показателями преломления. Как известно, толщина слоев такого зеркала  $h$  определяется из условия

$$h(n^2 - \sin^2 \psi)^{1/2} = \frac{\lambda}{4}, \tag{18}$$

где  $\lambda$  – длина волны излучения;  $n$  – показатель преломления материала слоя;  $\psi$  – угол падения излучения на зеркало. Наши расчеты показали, что конкретное значение угла  $\psi$  не оказывает решающего влияния на свойства комбинированной решетки.

На рис.7 приведены зависимости максимальной дифракционной эффективности комбинированной решетки от числа слоев зеркала  $N$  для значений  $\psi$ , равных углу падения излучения на решетку  $\theta = 89^\circ$ , углу дифракции  $\varphi = 30^\circ$  и среднему арифметическому углов падения и дифракции. Максимум дифракционной эффективности решетки определялся путем прямой численной оптимизации. Показатели преломления решетки G и промежуточного слоя S равнялись 1.5, показатели преломления слоев зеркала – 1.5 и 2.5, остальные параметры задачи были такими же, как в разд.4. Как видно из рис.7, эффективность комбинированной дифракционной решетки быстро растет с увеличением числа слоев  $N$  и практически достигает предельного значения при  $N \geq 20$ . Лучшими характеристиками обладает решетка с  $\psi = (\theta +$

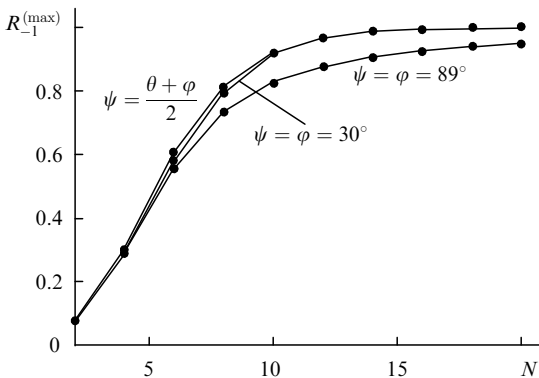


Рис.7. Зависимости максимальной дифракционной эффективности  $R_{-1}^{\max}$  комбинированной решетки с многослойным зеркалом от числа слоев зеркала  $N$  при углах падения излучения на зеркало  $\psi = \theta = 89^\circ$ ,  $\psi = \varphi = 30^\circ$ ,  $\psi = (\theta + \varphi)/2$ .

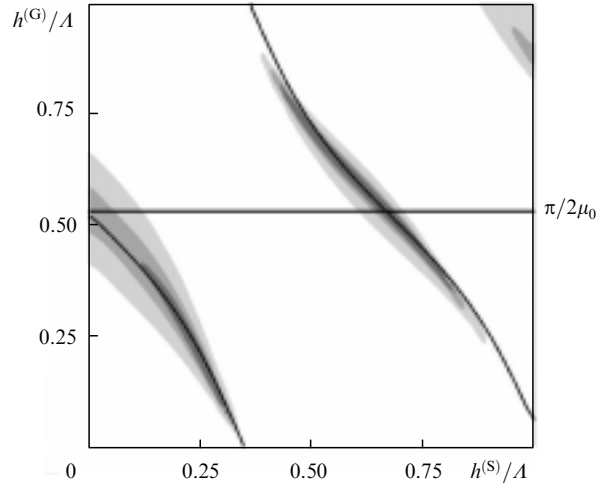


Рис.8. Распределение уровней дифракционной эффективности  $R_{-1}$  комбинированной решетки с многослойным зеркалом при различных параметрах  $h^{(G)}$  и  $h^{(S)}$ . Число слоев зеркала  $N = 20$ , угол падения излучения на зеркало  $\psi = (\theta + \varphi)/2$ .

$\varphi)/2$ , вероятно потому, что в этом случае зеркало имеет наивысшую отражательную способность как для падающего, так и для дифрагирующего излучения.

На рис.8 приведена карта уровней поверхности  $R_{-1}(h^{(S)}, h^{(G)})$  для комбинированной решетки с числом слоев зеркала  $N = 20$  и углом  $\psi = (\theta + \varphi)/2$ . Гофрированный слой комбинированной решетки аппроксимируем сплошным слоем диэлектрика. С увеличением числа слоев получить аналитические выражения для прошедшего и отраженного от зеркала излучения становится затруднительно, поэтому параметры зеркала определялись численно, с помощью рекуррентных соотношений (10), (11), полученных в разд.2.

Сплошными кривыми на рис.8 показаны области значений  $h^{(G)}$  и  $h^{(S)}$ , при которых фазы падающей и прошедшей через зеркало волн совпадают, т. е. выполняется условие поперечного резонанса. Видно, что совпадение резонансов волновода и областей высокой дифракционной эффективности решетки имеет место и в случае большого числа диэлектрических слоев.

На рис.9 приведены спектральные зависимости дифракционной эффективности комбинированных решеток с различным числом слоев зеркала  $N$ . Угол падения излучения на решетку составляет  $89^\circ$ , при этом дифракцион-

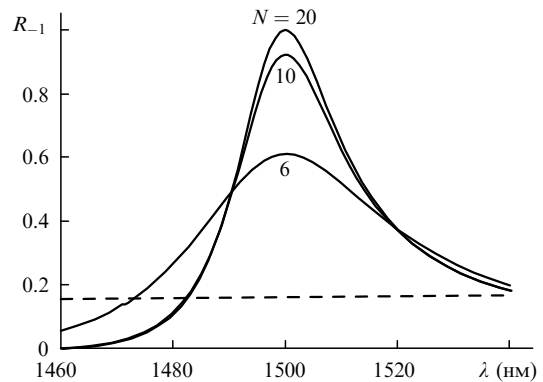


Рис.9. Спектральные зависимости дифракционной эффективности  $R_{-1}$  комбинированной решетки с многослойным зеркалом, содержащим различное число слоев  $N$  (сплошные кривые); штриховая линия – зависимость для алюминиевой решетки синусоидального профиля.

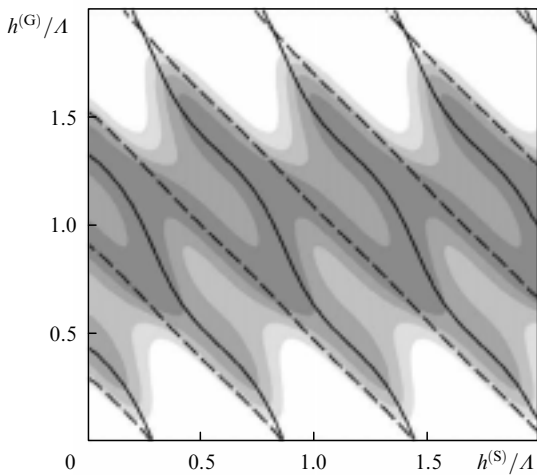


Рис.10. Распределение уровней дифракционной эффективности  $R_{-1}$  комбинированной решетки с многослойным зеркалом при различных параметрах  $h^{(G)}$  и  $h^{(S)}$  и установке решетки в автоколлимационном режиме ( $\psi = \theta = 49^\circ$ ).

ная эффективность комбинированной решетки с многослойным зеркалом достигает 100 %, что в несколько раз выше эффективности обычной решетки с металлическим покрытием (показана штриховой линией). Ширина пиков дифракционной эффективности диэлектрической комбинированной решетки меньше, чем металлодиэлектрической (см. рис.6). Возможно, этот недостаток чисто диэлектрической решетки удастся преодолеть путем выбора более сложного набора параметров многослойного зеркала.

При анализе свойств комбинированных решеток мы ограничились случаем скользкого падения излучения. С точки зрения волноводного подхода такая схема освещения означает малую утечку в волноводе, поэтому резонансный характер взаимодействия излучения с решеткой и ее волноводные свойства проявляются наиболее ярко. Однако наш подход оказывается вполне пригодным для исследования комбинированных решеток при различных условиях падения излучения.

На рис.10 приведена карта уровней поверхности  $R_{-1}(h^{(S)}, h^{(G)})$  для аналогичной приведенной на рис.8 диэлектрической комбинированной решетки, установленной в автоколлимационном режиме. Число слоев зеркала  $N = 20$ ,  $\psi = \theta \approx 49^\circ$ . Сплошными кривыми показаны области возбуждения волноводных мод многослойного волновода с показателем преломления аппроксимирующей решетки слоя  $\tilde{n}^{(G)}$ , соответствующим коэффициенту  $\mu_0$  в разложении (5), а штриховыми – коэффициенту

$\mu_{-1}$ . Из рис.10 следует, что волноводный характер взаимодействия излучения с решеткой сохраняется даже при значительном отклонении от режима скользкого падения. Однако в этом случае влияние различных мод, возбуждаемых в слое решетки, проявляется в равной степени.

## Заключение

Таким образом, в результате исследований свойств комбинированных дифракционных решеток, проведенных на основе модального подхода к решению задачи дифракции, было установлено, что высокая дифракционная эффективность решетки при работе в схеме скользкого падения обусловлена возникновением в комбинированной структуре поперечных резонансов. При этом показано, что резонансные свойства комбинированной решетки эквивалентны свойствам диэлектрического волновода. Совпадение резонансных свойств решетки и аппроксимирующего ее волновода позволяет определять оптимальные параметры комбинированной решетки путем решения дисперсионных уравнений для слоистых структур, а не задачи дифракции, что качественно упрощает процедуру оптимизации.

Показано, что волноводный характер взаимодействия излучения с комбинированной решеткой проявляется не только при ее установке в схеме скользкого падения, но и при работе в других режимах, например в режиме автоколлимации.

Использование аналогии между свойствами решетки и волновода представляется наиболее перспективным для исследования и оптимизации решеток, комбинированных с многослойным диэлектрическим зеркалом, поскольку прямая численная оптимизация таких структур затруднительна.

Авторы благодарят Б.А.Усиевича и С.К.Борисова за полезные дискуссии и выражают признательность РФФИ за финансовую поддержку (грант № 00-02-17442).

1. Свахин А.С., Сычугов В.А., Тихомиров А.Е. *ЖТФ*, **61**, № 9, 124 (1991).
2. Perry M.D., Boud R.D., Britten J.A., Decker D., Shore B.W., Shannon C., Sults E. *Optics Letts*, **20**, 940 (1995).
3. Shore B.W., Perry M.D., Britten J.A., Boud R.D., Feit M.D., Nguyen H.T., Chow R., Loomis G.E., Lifeng Li. *J. Opt Soc. Amer. A*, **14**, 1124 (1997).
4. Салахутдинов И.Ф., Сычугов В.А., Парье О. *Квантовая электроника*, **25**, 1009 (1998).
5. Васильев С.В. *Квантовая электроника*, **25**, 429 (1998).
6. Botten I.C., Craig M.S., McPhedran R.C., Adams J.L., Andrewartha J.R. *Optica Acta*, **28**, 413 (1981).