

Преобразование порядка бесселевых пучков в одноосных кристаллах

Н.А.Хило*, Е.С.Петрова*, А.А.Рыжевич**

Теоретически и экспериментально исследована оптическая трансформация порядка бесселева светового пучка из нулевого во второй при распространении вдоль оптической оси одноосного кристалла. Показано, что при соответствующем подборе длины кристалла или угла конусности падающего пучка возможно практически полное преобразование энергии входного поля в бесселев пучок второго порядка.

Ключевые слова: бесселевы световые пучки, одноосные кристаллы, конускопические фигуры.

Введение

Бесселевы световые пучки (БСП) являются отдельным объектом исследования в оптике уже 15 лет, начиная с работ [1, 2], в которых было показано, что данные пучки описываются строгими решениями уравнения Гельмгольца и обладают замечательным свойством непрерывного самовоспроизведения своего профиля, которое называют бездифракционностью. К настоящему времени достаточно подробно изучены, главным образом, БСП нулевого порядка (см., напр., [3–6]). В первую очередь это объясняется возможностями практического применения данных пучков вследствие наличия в них глубокого фокуса, т. е. узкого, относительно интенсивного центрального максимума, бездифракционного на больших расстояниях. Важно также, что поля с глубоким фокусом формируются в простой схеме на основе аксикона, что было известно задолго до появления работ [1, 2] (см. [7–11]). Кроме указанной особенности пространственной структуры, существенна также структура фурье-спектра БСП: конус волновых векторов бесселевых пучков позволяет осуществлять с их помощью различные векторные взаимодействия в нелинейной оптике (см., напр., [12]).

В последнее время появились новые возможности использования свойства бездифракционности БСП. Они связаны с применением БСП для удержания холодных атомов и управления их движением [13–16], причем определенные преимущества имеет вариант с локализацией атомов в области нулевой интенсивности. Здесь могут быть использованы либо БСП высших порядков, либо кольцевые пучки, формирующиеся в дальней зоне ограниченного БСП произвольного порядка. При этом в первом случае может быть получена оптическая ловушка с поперечным размером в несколько длин волн, если используемые БСП имеют достаточно большой угол конусности.

Таким образом, актуальной является задача получения БСП высших порядков. В настоящее время для этой цели применяются в основном голограммы [14, 17, 18]. Главным достоинством голографического метода является его универсальность, позволяющая формировать БСП заданного порядка или же их суперпозиции, а недостаток заключается в относительно невысокой эффективности, составляющей ~40%. Второй метод получения БСП высших порядков состоит в преобразовании высших мод Лагерра–Гаусса аксиконом. Это преобразование аналогично преобразованию основной моды, т. е. гауссова пучка, для получения БСП нулевого порядка [19, 20].

Недавно было проведено систематическое исследование данного метода и подтверждена его высокая эффективность [16]. Этот вывод относится, однако, к конечному этапу преобразования, связанному с использованием аксикона. В целом же ограничение данного метода в настоящее время обусловлено соответственно ограниченной эффективностью схемы получения мод Лагерра–Гаусса высших порядков. В работах [16, 19] моды Лагерра–Гаусса формировались голограммами, а в работе [20] – двухосным кристаллом. Применение кристалла позволило достигнуть эффективности преобразования около 60%.

Этап получения высших мод Лагерра–Гаусса исключается в ранее предложенном нами двухэтапном методе, основанном на использовании аксикона и двухосного кристалла [21]. В такой схеме может быть достигнуто практически полное преобразование основной лазерной моды в БСП первого порядка. Недостаток данного метода обусловлен необходимостью n -кратного каскадирования оптической схемы для получения БСП n -го порядка.

В настоящей работе проводится дальнейшее исследование трансформации порядка бесселевых пучков анизотропными кристаллами, в частности возможности применения для этой цели одноосных кристаллов.

1. Теоретическая модель

Определим преломленное поле, возбуждаемое БСП, падающим из изотропной среды на одноосный кристалл в направлении его оптической оси c (рис.1). Уравнения Максвелла для одноосного кристалла имеют два реше-

*Отдел оптических проблем информатики НАН Белоруссии, 220141 Минск, ул. Купревича, 1, корп. 2

**Институт физики им. Б.И.Степанова НАН Белоруссии, 220072 Минск, просп. Ф.Скорины, 68; эл.почта: tol@dragon.bas-net.by

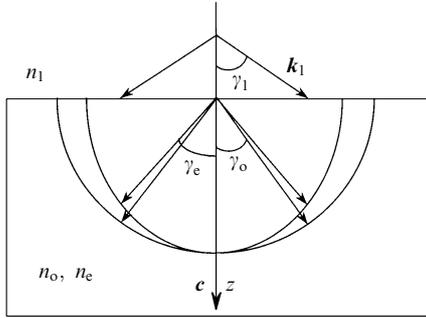


Рис.1. Ориентация волновых векторов падающего и двух преломленных на границе одноосного кристалла БСП.

ния, соответствующие обыкновенной (о) и необыкновенной (е) плоским волнам. Векторы напряженности электрического поля, отвечающие этим решениям, могут быть представлены в виде

$$\hat{E}_{o,e}(R) = E_{o,e}(\rho) \exp(ik_{o,e}z + im\varphi), \quad (1)$$

где $R = (\rho, \varphi, z)$ – цилиндрические координаты; m – целое число. Компоненты векторных амплитуд $E_{o,e}$ выражаются через функции Бесселя первого рода m -го порядка $J_m(q\rho)$ и их производные $J'_m(q\rho) = \partial J_m(q\rho)/\partial(q\rho)$ следующим образом:

$$E_{o\rho} = \frac{im}{q\rho} J_m(q\rho), \quad E_{o\varphi} = -J'_m(q\rho), \quad E_{oz} = 0 \quad (2)$$

для обыкновенного пучка и

$$E_{e\rho} = i(\cos \gamma_e) J'_m(q\rho), \quad E_{e\varphi} = -(\cos \gamma_e) \frac{m}{q\rho} J_m(q\rho),$$

$$E_{ez} = (\sin \gamma_e) \frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_e} J_m(q\rho) \quad (3)$$

для необыкновенного пучка. Параметр конусности q , равный радиальной компоненте волновых векторов БСП, в силу граничных условий непрерывен на границе раздела. Для обоих пучков в кристалле он равен параметру конусности $q = k_1 \sin \gamma_1$ падающего пучка, где $k_1 = n_1 \omega/c$; n_1 – показатель преломления изотропной среды (см. рис.1). Продольные компоненты волновых векторов $k_{o,z} = k_0 n_o \cos \gamma_o$, $k_{e,z} = k_0 n_e(\gamma_e) \cos \gamma_e$ связаны с радиальной компонентой q соотношениями

$$q^2 + k_{oz}^2 = k_0^2 n_o^2, \quad q^2 + k_{ez}^2 = k_0^2 n_e^2(\gamma_e),$$

где $n_o^2 = \varepsilon_o$; $n_e^2(\gamma) = \varepsilon_o \varepsilon_e / (\varepsilon_o \sin^2 \gamma + \varepsilon_e \cos^2 \gamma)$; ε_o и $\varepsilon_e = n_e^2$ – главные значения тензора диэлектрической проницаемости кристалла; $k_0 = \omega/c$.

Из формул (2), (3) видно, что аналогично случаю плоской волны обыкновенной и необыкновенной поляризации вектор поляризации БСП имеет ненулевые φ - и ρ -компоненты только при $m = 0$ (рис.2). Для БСП высших порядков появляются также компоненты, ортогональные указанным выше.

Для возбуждения в кристалле полей (2), (3), которые характеризуются однородным азимутальным распределением интенсивности, падающий пучок должен быть циркулярно поляризованным [21]. В общем случае векторных БСП данному условию удовлетворяют пучки,

поперечная составляющая вектора напряженности электрического поля которых имеет вид

$$\hat{E}_{\perp}^{\pm}(R) = iA_1 \left[\frac{(\mathbf{e}_{\rho} \pm i\tau \mathbf{e}_{\varphi})}{(1 + \tau^2)^{1/2}} \frac{m}{q\rho} J_m(q\rho) \pm \frac{(\tau \mathbf{e}_{\rho} \pm i\mathbf{e}_{\varphi})}{(1 + \tau^2)^{1/2}} J'_m(q\rho) \right] \exp[i(k_z z + m\varphi)], \quad (4)$$

где $\mathbf{e}_{\rho, \varphi}$ – орты цилиндрической системы координат; $\tau = \cos \gamma_1$; A_1 – постоянный амплитудный множитель. Продольные компоненты поля пучков (4)

$$E_z^{\pm} = \pm A (\sin \gamma) J_m(q\rho).$$

Из (4) видно, что при малых углах конусности ($\gamma_1 \rightarrow 0$) поляризация поля близка к правой (+) или левой (–) циркулярной поляризации (квазициркулярная поляризация). Как показывает численная оценка, эллиптичность τ поля (4) близка к единице вплоть до угла $\gamma_1 \sim 20^\circ$.

Для определенности будем считать, что на кристалл падает правополяризованный БСП (4). Для нахождения амплитуд $A_{o,e}$ двух преломленных пучков необходимо решить граничную задачу, в которой падающая, отраженная и преломленная волны удовлетворяют условию непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей. Ее решение дает для амплитудных коэффициентов преломления $t_{o,e} = A_{o,e}/A_1$ следующие выражения:

$$t_o = \frac{2n_1}{n_1 \cos \gamma_1 + n_o \cos \gamma_o} \frac{\cos \gamma_1}{(1 + \cos^2 \gamma_1)^{1/2}}, \quad (5)$$

$$t_e = \frac{2n_1}{n_1 \cos \gamma_e + n_o^2 \cos \gamma_1 / n_e(\gamma_e) \cos \gamma_e} \frac{\cos \gamma_1}{(1 + \cos^2 \gamma_1)^{1/2}}. \quad (6)$$

Таким образом, в кристалле возбуждается суперпозиция о- и е-поляризованных БСП, поперечная составляющая вектора напряженности электрического поля которой есть

$$\hat{E}_{\perp}(R) = t_o \mathbf{E}_{o\perp}(\rho) \exp(ik_{oz}z + im\varphi) + t_e \mathbf{E}_{e\perp}(\rho) \exp(ik_{ez}z + im\varphi), \quad (7)$$

где в соответствии с (2), (3)

$$\mathbf{E}_{o\perp}(\rho) = i\mathbf{e}_{\rho} \frac{m}{q\rho} J_m(q\rho) - \mathbf{e}_{\varphi} J'_m(q\rho), \quad (8)$$

$$\mathbf{E}_{e\perp}(\rho) = i(\cos \gamma_e) \mathbf{e}_{\rho} J'_m(q\rho) - (\cos \gamma_e) \mathbf{e}_{\varphi} \frac{m}{q\rho} J_m(q\rho). \quad (9)$$

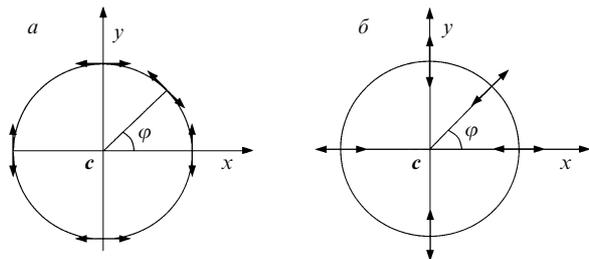


Рис.2. Ориентация векторов поляризации БСП нулевого порядка в одноосном кристалле в зависимости от азимутальной координаты φ при вращении вокруг оптической оси c для обыкновенной (а) и необыкновенной (б) волн.

Численная оценка коэффициентов $t_{o,e}$ (5), (6) показывает, что в пределах углов конусности падающего пучка, в которых его поляризация может считаться циркулярной, отличие отношения t_o/t_e от единицы не превышает 3%. Тогда, полагая в (7) $t_o = t_e$ и вводя обозначение $k_{z,o,e} = k_z \pm \Delta k/2$, имеем

$$\begin{aligned} \hat{E}_\perp(R) = t_e & \left[E_{o\perp}(\rho) \exp\left(i \frac{\Delta kz}{2}\right) \right. \\ & \left. + E_{e\perp}(\rho) \exp\left(-i \frac{\Delta kz}{2}\right) \right] \exp(ik_z z + im\varphi). \end{aligned} \quad (10)$$

Подставляя в (10) векторные амплитуды из (8), (9) и опуская несущественный фазовый множитель $\exp(ik_z z)$, получаем

$$\begin{aligned} \hat{E}_\perp(R) = t & \left[\left(\cos \frac{\Delta kz}{2} \right) J_{m-1}(q\rho) e_+ \exp(-i\varphi) \right. \\ & \left. + i \left(\sin \frac{\Delta kz}{2} \right) J_{m+1}(q\rho) e_- \exp(i\varphi) \right] \exp(im\varphi). \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь $t = 2n_1/(n_1 + n_o)$ – френелевский амплитудный коэффициент прохождения; $e_\pm = (e_1 \pm e_2)/\sqrt{2}$ – орты правой и левой циркулярной поляризации.

При падении на одноосный кристалл левополяризованного пучка поперечная компонента преломленного поля находится аналогично:

$$\begin{aligned} \hat{E}_\perp(R) = t & \left[\left(\cos \frac{\Delta kz}{2} \right) J_{m+1}(q\rho) e_- \exp(i\varphi) \right. \\ & \left. + i \left(\sin \frac{\Delta kz}{2} \right) J_{m-1}(q\rho) e_+ \exp(-i\varphi) \right] \exp(im\varphi). \end{aligned} \quad (12)$$

Формулы (11), (12) позволяют исследовать поля, возбуждаемые в кристалле БСП циркулярной поляризации, а также различными их линейными комбинациями.

2. Анализ теоретических результатов

Для анализа полученных выражений запишем вектор напряженности электрического поля падающего пучка (4) в парааксиальном приближении:

$$\hat{E}_1^\pm(R) = ie_\pm J_{m\mp 1}(q\rho) \exp[i(k_z z + (m \mp 1)\varphi)]. \quad (13)$$

Сравнение (11) и (12) с (13) показывает, что первые слабые в (11), (12) описывают падающее поле. Таким образом, в обоих случаях преломленное поле представляет собой суперпозицию падающего БСП и БСП с ортогональной поляризацией. Амплитуды данных пучков осциллируют по мере их распространения в кристалле как $\cos(\Delta kz/2)$ и $\sin(\Delta kz/2)$. Важнейшая особенность (11), (12) состоит в том, что порядок БСП с поляризацией, ортогональной поляризации падающего БСП, отличается на две единицы от порядка падающего БСП.

В частном случае $m = 1$, когда входное правополяризованное поле (13) является БСП нулевого порядка, из (11) находим

$$\begin{aligned} \hat{E}_\perp(R) = t & \left[\left(\cos \frac{\Delta kz}{2} \right) J_0(q\rho) e_+ \right. \\ & \left. + i \left(\sin \frac{\Delta kz}{2} \right) J_2(q\rho) e_- \exp(2i\varphi) \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

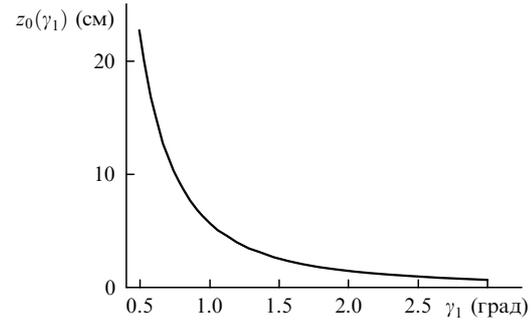


Рис.3. Зависимость полупериода преобразования порядка бесселева пучка от угла конусности в кристалле KDP при $n_o = 1.51$, $n_e = 1.47$, $n_1 = 1$.

Интенсивность поля (14)

$$\begin{aligned} I(\rho, z) = |\hat{E}_\perp(\rho, z)|^2 \\ = t^2 \left[\left(\cos^2 \frac{\Delta kz}{2} \right) J_0^2(q\rho) + \left(\sin^2 \frac{\Delta kz}{2} \right) J_2^2(q\rho) \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

Для падающего левополяризованного БСП нулевого порядка ($m = -1$) из (12) имеем

$$\begin{aligned} \hat{E}_\perp(R) = t & \left[\left(\cos \frac{\Delta kz}{2} \right) J_0(q\rho) e_- \right. \\ & \left. + i \left(\sin \frac{\Delta kz}{2} \right) J_2(q\rho) e_+ \exp(-2i\varphi) \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

Интенсивность поля (16) также описывается формулой (15).

Преломленные поля (14), (16) являются суперпозицией циркулярно поляризованных пучков нулевого и второго порядков. При $\Delta kz_n/2 = \pi/2 + \pi n$ прошедшее через кристалл поле будет являться БСП соответственно второго и минус второго порядков.

Таким образом, в пренебрежении отраженным полем имеет место полное преобразование БСП нулевого порядка в БСП второго порядка. Зависимость полупериода осцилляции интенсивности $z_0 = \pi/\Delta k(\gamma_1)$ от угла конусности для кристалла KDP показана на рис.3. Видно, что с увеличением угла γ_1 полупериод z_0 резко уменьшается. Так, для кристалла толщиной 2.5 см полная перекачка энергии реализуется при $\gamma_1 \approx 1.7^\circ$.

Полученные выше результаты позволяют рассчитать преобразование структуры и линейно поляризованного входного пучка. Данный пучок вида $\hat{E}_1 = [\hat{E}_{1\perp}^+(m=1) + \hat{E}_{1\perp}^-(m=-1)]/\sqrt{2}$ является суперпозицией право- и левополяризованных БСП (4). Подставив сюда векторные амплитуды из (4), при $\tau = 1$ получим

$$\hat{E}_1(\rho, z) = e_1 J_0(q\rho) \exp(ik_z z), \quad (17)$$

т.е. линейно поляризованный по оси x БСП нулевого порядка. Поле в кристалле находится суммированием (14) и (16):

$$\begin{aligned} \hat{E}_\perp(R) = t & \left[\left(\cos \frac{\Delta kz}{2} \right) J_0(q\rho) e_+ \right. \\ & \left. + i \left(\sin \frac{\Delta kz}{2} \right) J_2(q\rho) (e_1 \cos 2\varphi + e_2 \sin 2\varphi) \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

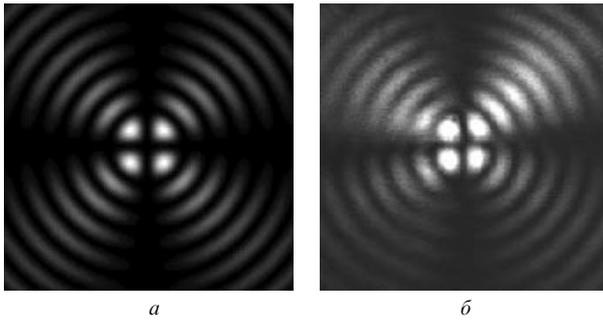


Рис.4. Рассчитанная по формуле (19) (а) и полученная экспериментально (б) структура распределения интенсивности азимутально-модулированного БСП второго порядка.

В оптической схеме со скрещенными поляризатором и анализатором интенсивность компоненты проходящего поля (18), поляризованной вдоль e_2 ,

$$I(R) = t^2 J_2^2(q\rho) \sin^2(\Delta kz/2) \sin^2 2\varphi. \quad (19)$$

Кроме того, из (18) следует, что при условии $\sin(\Delta kz/2) = 1$ компонента поля, поляризованная вдоль e_1 , есть $itJ_2(q\rho) \cos 2\varphi$, т.е. является азимутально-модулированным БСП второго порядка.

3. Сравнение с экспериментом

Как для циркулярной, так и для линейной поляризации излучения на входе одноосный кристалл преобразует БСП нулевого порядка в БСП второго порядка. В случае циркулярной поляризации входного поля выходной пучок содержит винтовую дислокацию волнового фронта второго порядка. При изменении направления циркулярной поляризации знак винтовой дислокации изменяется. Если же входной пучок поляризован линейно, то выходной БСП второго порядка является амплитудно-модулированным по азимутальной координате. Структура распределения интенсивности для этого случая иллюстрируется рис.4,а, где показан результат численного расчета поля по формуле (19). Видно, что наглядным критерием порядка бesselевой функции здесь является число лепестков в распределении выходной интенсивности.

Данный теоретический результат проверялся экспериментально. Схема экспериментальной установки показана на рис.5. Коллимированный пучок гелий-неонового лазера диаметром 4 мм преобразовывался в БСП нулевого порядка с углом конусности $\sim 0.65^\circ$ посредством аксикона 4 и направлялся на одноосный кристалл KDP 6 длиной 26 мм. Из прошедшего через кристалл поля анализатором 3 выделялось излучение с поляризацией, ортогональной поляризации падающего излучения. С помощью аксикона 5 кольцевое поле преобразо-

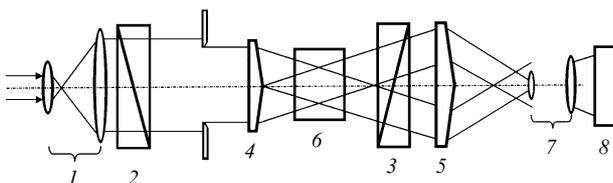


Рис.5. Оптическая схема эксперимента:

1 – 20-кратный телескоп; 2, 3 – скрещенные поляризатор и анализатор; 4, 5 – аксиконы с углами при основании конусной поверхности ~ 1.3 и 2.5° соответственно; 6 – одноосный кристалл KDP; 7 – микроскоп; 8 – ПЗС-матрица.

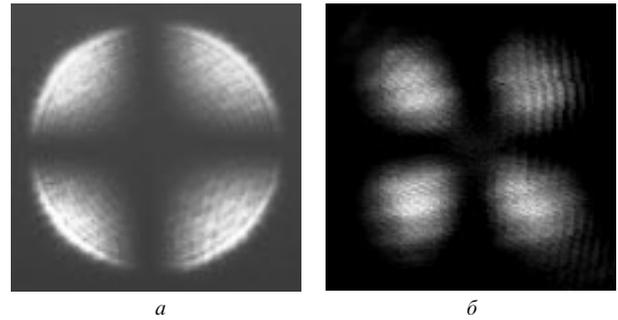


Рис.6. Коноскопическая фигура гауссова пучка (а) и структура распределения интенсивности однокольцевого лаггерр-гауссова пучка второго порядка (б).

вывалось в БСП второго порядка с углом конусности $\sim 0.6^\circ$, и ПЗС-матрицей 8 регистрировалась его поперечная структура. На рис.4,б показано зарегистрированное распределение интенсивности, подтверждающее теоретический результат (формула (19)). Эффективность преобразования была относительно небольшой ($\sim 10\%$) и определялась параметрами имевшихся в нашем распоряжении аксиконов и кристалла.

Важным является вопрос соотношения рассчитанных выше полей с известными коноскопическими картинками. Данные картины получаются в случае линейно поляризованного входного гауссова пучка в схеме со скрещенными поляризатором и анализатором [22]. На рис.6,а показана коноскопическая картина, полученная для гауссова входного пучка в схеме на рис.5, в которой аксиконы были заменены сферическими линзами. Видно, что основное различие коноскопических картин, возникающих при освещении бesselевым и гауссовым пучками, заключается в радиальном распределении интенсивности.

Качественно это различие можно объяснить, представив гауссов пучок в виде суперпозиции бesselевых пучков нулевого порядка с различными углами конусности. Каждый из таких парциальных БСП будет формировать свою коноскопическую картину так, как описано выше. Наблюдаемая при этом картина будет суперпозицией большого числа коноскопических картин, что и приведет в общем случае к сложному радиальному распределению интенсивности.

Отметим, однако, что и освещение гауссовым пучком при его соответствующей фокусировке на кристалл позволит сформировать близкое к модовому выходное поле. На рис.6,б показан пример такого поля, полученного фокусировкой коллимированного гауссова пучка на кристалл линзой с фокусным расстоянием 7 см. В хорошем приближении данное поле является однокольцевой лаггерр-гауссовой модой второго порядка. При последующем прохождении этой моды через аксикон формируется БСП второго порядка, практически совпадающий с показанным на рис.4,б. Однако указанным способом, в отличие от предыдущего, получить полное преобразование исходного пучка в лаггерр-гауссов и бesselев пучки невозможно.

Заключение

Теоретическое и экспериментальное исследования преобразования порядка бesselева пучка в одноосных кристаллах показали, что входной циркулярно поляризованный БСП нулевого порядка при распространении

вдоль оптической оси кристалла трансформируется в БСП второго порядка. В случае линейной поляризации входного пучка осуществляется его преобразование в азимутально модулированный БСП второго порядка. Подбором толщины кристалла или угла конусности входного БСП можно достичь эффективности преобразования, близкой к 100 %. Каскадирование оптической схемы позволяет получать БСП более высоких четных порядков.

Выражаем благодарность А.Г.Мащенко за качественное изготовление кристалла KDP.

1. Durnin J. *J.Opt.Soc.Amer. A*, **2**, 110 (1985).
2. Durnin J. *J.Opt.Soc.Amer. A*, **4**, 651 (1987).
3. Durnin J., Miceli J.J., Jr., Eberly J.H. *Phys.Rev.Letts*, **58**, 1499 (1987).
4. Lin Y., Seka W., Eberly J.H., Huang H., Brown D.L. *Appl.Optics*, **31**, 2708 (1992).
5. Indebetouw G. *J.Opt.Soc.Amer. A*, **6**, 150 (1989).
6. Herman R.M., Wiggins T.A. *J.Opt.Soc.Amer. A*, **8**, 932 (1991).
7. McLeod J.H. *J.Opt.Soc.Amer. A*, **44**, 592 (1954).
8. Fujiwara S. *J.Opt.Soc.Amer. A*, **52**, 287 (1962).
9. Зельдович Б.Я., Пилипецкий Н.Ф. *Изв.вузов. Сер.Радиофизика*, **9**, 95 (1966).
10. Коробкин В.В., Полонский Л.Я., Попонин В.П., Пятницкий Л.Н. *Квантовая электроника*, **13**, 265 (1986).
11. Perez M.V., Gomez-Reino C., Cuadrado J.M. *Optica Acta*, **33**, 1161 (1986).
12. Белый В.Н., Казак Н.С., Хило Н.А. *Квантовая электроника*, **31**, 753 (2000).
13. Florjanczyk M., Tremblay R. *Optics Comms*, **73**, 448 (1989).
14. Paterson C., Smith R. *Optics Comms*, **124**, 121 (1996).
15. Manek I., Ovchinnikov Yu. V., Grimm R. *Optics Comms*, **147**, 67 (1998).
16. Arlt J., Dholakia K. *Optics Comms*, **177**, 297 (2000).
17. Vasara A., Turunen J., Friberg A.T. *J.Opt.Soc.Amer. A*, **6**, 1748 (1989).
18. Lee H.S., Steward B.W., Choi K., Fenichel H. *Phys.Rev. A*, **49**, 4922 (1994).
19. Matijosius A., Piskarskas A., Smilgevicus V., Stabinis A. *Тез. литовско-белорусского семинара* (Прейла, Литва, 1999, с.20).
20. Казак Н.С., Хило Н.А., Рыжевич А.А., Петрова Е.С. *Матер.IV конф. по лазерной физике и спектроскопии* (Гродно, Беларусь, 1999, ч.1, с.158).
21. Казак Н.С., Хило Н.А., Рыжевич А.А. *Квантовая электроника*, **29**, 184 (1999).
22. Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П. *Основы кристаллофизики* (М., Наука, 1975).