

Стабилизация частоты излучения полупроводникового лазера модой шепчущей галереи

А.Н.Ораевский, А.В.Яровицкий, В.Л.Величанский

Рассмотрена модель стабилизации частоты лазера, учитывающая спектральное расщепление моды и зависимость ее добротности от связи с лазером. Показано, что режим стабилизации оптимален, когда коэффициент связи с модой шепчущей галереи больше критического, при котором мода расщепляется. Наличие амплитудно-фазовой корреляции в активной области лазера определяет максимальное значение параметра стабилизации из-за динамического ограничения уровня обратной связи. При большем уровне связи нарушается одночастотность генерации. Показано, что надлежащий выбор фазы обратной связи подавляет динамическую неустойчивость, что в принципе позволяет реализовать сильную связь с высокодобротным внешним резонатором.

Ключевые слова: стабилизация частоты, высокодобротный микрорезонатор, инжекционный лазер, мода шепчущей галереи, устойчивость одночастотного режима генерации.

1. Введение

Внешняя оптическая обратная связь обогащает динамику диодных лазеров [1–6] и дает возможность управлять длиной волны, поляризацией и модовым составом излучения. В частности, обратная связь позволяет на много порядков уменьшить ширину линии генерации. Для этого в основном используются два варианта оптической связи [7, 8]: сильная обратная связь при малом числе проходов и слабая связь в случае высокодобротной системы.

Наиболее привлекательный вариант – сильная связь лазера с высокодобротным интерферометром – традиционно считается недоступным из-за динамической неустойчивости. Во втором варианте оптической связи возможно использование трех типов опорных линий, формируемых внешними устройствами: резонансной линии интерферометра, чья ширина не зависит от режима работы лазера [9–13], линии атомного резонанса с шириной, зависящей от интенсивности лазерного поля в атомной ячейке [14–18], и резонансной линии моды шепчущей галереи (ШГ) кварцевой микросферы, ширина которой зависит от уровня связи (нагруженности резонатора) [19, 20].

В настоящей работе рассматривается третий случай, когда частота лазера «захватывается» модой ШГ микросферы. Основное внимание уделяется влиянию уровня связи моды ШГ с согласующим элементом на ее добротность, спектральный контур и фактор стабилизации частоты лазера.

Отметим, что высокая добротность внешнего резонатора может быть достигнута за счет либо большой его длины, либо использования зеркал высокого качества. Оба эти способа имеют недостатки. В первом случае миниатюрный диодный лазер превращается в систему зна-

чительных размеров. Конструирование же миниатюрного резонатора с высококачественными зеркалами является сложной технологической проблемой. В связи с этим для сужения линии и стабилизации частоты генерации диодного лазера представляет интерес использование мод ШГ диэлектрических микрочашиц, обладающих добротностью порядка 10^9 при диаметре не более 1 мм [19, 20].

2. Схема стабилизации и математическая модель

На рис. 1 представлена принципиальная схема лазера, стабилизируемого модой ШГ диэлектрического (кварцевого) шара. Лазер 1, связанный устройством ввода 2 с диэлектрическим микрочашицей 3, возбуждает волну шепчущей галереи F_+ , а сам захватывается волной ШГ F_- , бегущей в противоположном направлении. Волны F_+ и F_- связаны между собой рэлеевским рассеянием на неоднородностях плотности в кварце [20, 21].

Основные уравнения стабилизируемого лазера, записанные для медленных амплитуд полей, имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} + \frac{1}{2\tau} (1 + iA)E - \frac{1}{2\tau} (1 + i\alpha)g(n)E \\ = \frac{1}{2} K_1 F_-(t - \tau_1) \exp(i\omega\tau_1), \end{aligned} \quad (1a)$$

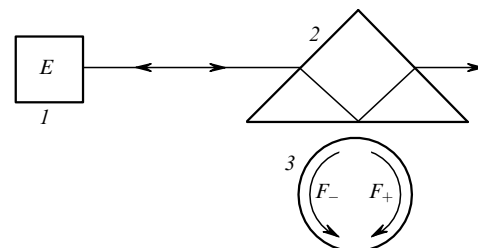


Рис. 1. Схема стабилизации: 1 – лазер; 2 – согласующая призма; 3 – внешний резонатор (диэлектрический шар).

$$\frac{dn}{dt} + \frac{1}{\tau_s} n = J - g(n) \frac{|E|^2}{8\pi\eta\omega}, \quad (16)$$

$$\frac{dF_-}{dt} + \frac{1}{2\tau_0} (1 + i\delta) F_- = \frac{i}{2} k F_+, \quad (1в)$$

$$\begin{aligned} \frac{dF_+}{dt} + \frac{1}{2\tau_0} (1 + i\delta) F_+ \\ = \frac{i}{2} k F_- + \frac{1}{2} K_2 E(t - \tau_1) \exp(i\omega\tau_1), \end{aligned} \quad (1г)$$

где E – комплексная амплитуда поля внутри лазера; ω – частота, генерируемая системой лазер – внешний микро-резонатор; F_+ – комплексная амплитуда поля волны ШГ, возбуждаемой лазером; F_- – комплексная амплитуда поля обратной волны ШГ; τ – время затухания поля в лазере; τ_1 – время прохождения сигнала от лазера до микрошара; τ_0 – время затухания моды ШГ; τ_s – время релаксации инверсной населенности в лазере; $(1 + i\alpha) \times g(n)$ – комплексный коэффициент усиления активной среды лазера; $\Delta \equiv (\omega_c - \omega)\tau$, $\delta \equiv (\omega_0 - \omega)\tau_0$ – нормированные отстройки; ω_c – собственная частота резонатора лазера при $g = 0$; ω_0 – собственная частота моды ШГ; K_1, K_2 – коэффициенты связи полей в лазере и микрорезонаторе; k – коэффициент связи мод ШГ за счет рассеяния.

Система уравнений (1) при $F_{\pm} = 0$ является стандартной для исследования динамики полупроводникового лазера [22]. При $F_{\pm} \neq 0$ модель описывает динамическую связь лазера с внешним резонатором. Модели подобного рода широко исследованы (см. [1–6] и цитируемую там литературу). Отличие представленной здесь модели от исследованных ранее состоит в том, что стабилизирующий элемент является двухмодовой системой и что уровень связи с микрошаром влияет на его добротность.

Введем действительные амплитуды и фазы

$$E = A \exp[i(\varphi - \omega\tau_1)], \quad F_- = B \exp(i\psi), \quad F_+ = C \exp(i\xi) \quad (2)$$

и перепишем уравнения (1) в вещественной форме:

$$\begin{aligned} 2 \frac{dA}{dt} + \frac{1}{\tau} [1 - g(n)] A = K_1 B(t - \tau_1) \\ \times \cos(\psi - \varphi + 2\omega\tau_1), \end{aligned} \quad (3а)$$

$$\begin{aligned} 2A \frac{d\varphi}{dt} + \frac{1}{\tau} [A - \alpha g(n)] A = K_1 B(t - \tau_1) \\ \times \sin(\psi - \varphi + 2\omega\tau_1), \end{aligned} \quad (3б)$$

$$2 \frac{dB}{dt} + \frac{1}{\tau_0} B = -kC \sin(\xi - \psi), \quad (3в)$$

$$2B \frac{d\psi}{dt} + \frac{\delta}{\tau_0} B = kC \cos(\xi - \psi), \quad (3г)$$

$$\begin{aligned} 2 \frac{dC}{dt} + \frac{1}{\tau_0} C = -kB \sin(\psi - \xi) \\ + K_2 A(t - \tau_1) \cos(\varphi - \xi), \end{aligned} \quad (3д)$$

$$\begin{aligned} 2C \frac{d\xi}{dt} + \frac{\delta}{\tau_0} C = kB \cos(\psi - \xi) \\ + K_2 A(t - \tau_1) \sin(\varphi - \xi), \end{aligned} \quad (3е)$$

$$\frac{dn}{dt} + \frac{1}{\tau_s} n = J - g(n) \frac{A^2}{8\pi\eta\omega}. \quad (3ж)$$

Тогда стационарные режимы системы будут определяться уравнениями

$$\frac{1}{\tau} [1 - g(n)] A = K_1 B \cos(\psi - \varphi + 2\omega\tau_1), \quad (4а)$$

$$\frac{1}{\tau} [A - \alpha g(n)] A = K_1 B \sin(\psi - \varphi + 2\omega\tau_1), \quad (4б)$$

$$\frac{1}{\tau_0} B = -kC \sin(\xi - \psi), \quad (4в)$$

$$\frac{\delta}{\tau_0} B = kC \cos(\xi - \psi), \quad (4г)$$

$$\frac{1}{\tau_0} C = -kB \sin(\psi - \xi) + K_2 A \cos(\varphi - \xi), \quad (4д)$$

$$\frac{\delta}{\tau_0} C = kB \cos(\psi - \xi) + K_2 A \sin(\varphi - \xi), \quad (4е)$$

$$\frac{1}{\tau_s} n = J - g(n) \frac{A^2}{8\pi\eta\omega}. \quad (4ж)$$

Обозначив $\kappa \equiv k\tau_0$, $P \equiv K_1\tau$, $Q \equiv K_2\tau$, $\theta \equiv \tau_0/\tau$, из уравнений (4в–е) найдем

$$\sin(\xi - \psi) = -\frac{1}{(1 + \delta^2)^{1/2}}, \quad \cos(\xi - \psi) = \frac{\delta}{(1 + \delta^2)^{1/2}}, \quad (5)$$

$$\sin(\varphi - \xi) = \delta \frac{1 + \delta^2 - \kappa^2}{\{(1 + \delta^2)[(\delta^2 - 1 - \kappa^2)^2 + 4\delta^2]\}^{1/2}}, \quad (6)$$

$$\cos(\varphi - \xi) = \frac{1 + \delta^2 + \kappa^2}{\{(1 + \delta^2)[(\delta^2 - 1 - \kappa^2)^2 + 4\delta^2]\}^{1/2}},$$

$$\frac{B(\delta)^2}{A^2} = \frac{(\kappa Q)^2 \theta^2}{(\delta^2 - 1 - \kappa^2)^2 + 4\delta^2}, \quad (7)$$

$$\frac{C(\delta)^2}{A^2} = Q^2 \theta^2 \frac{1 + \delta^2}{(\delta^2 - 1 - \kappa^2)^2 + 4\delta^2}, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} A - \alpha = -P \frac{B(\delta)}{A} [\alpha \cos(\varphi - \psi - 2\omega\tau_1) \\ + \sin(\varphi - \psi - 2\omega\tau_1)]. \end{aligned} \quad (9)$$

Формула (7) описывает резонансные свойства волны B (здесь и далее волны обозначены в соответствии с (2)). Из (7) следует, что при параметре связи $\kappa > 1$ резонансная кривая волны имеет два максимума и минимум. Положение максимумов определяется соотношением

$$\delta = \pm(\kappa^2 - 1)^{1/2}, \quad (10)$$

а минимум находится в точке $\delta = 0$. Параметр $\kappa = 1$ является критическим: все три экстремума сливаются в один максимум. При дальнейшем уменьшении параметра связи κ резонансная кривая остается одногорбой (рис.2). Эти обстоятельства хорошо известны из теории двухконтурных связанных резонансных систем, широко применяющихся в классической радиотехнике.

Резонансная кривая волны C определяется формулой (8). Она также имеет два максимума и минимум, положение которых определяется соотношениями

$$\delta = \pm[\kappa(\kappa^2 + 4)^{1/2} - 1]^{1/2}, \quad \delta = 0. \quad (11)$$

При $\kappa = (\sqrt{5} - 2)^{1/2} \approx 0.486$ все три экстремума сливаются в один максимум. Дальнейшее уменьшение параметра κ оставляет резонансную кривую одногорбой. Таким образом, критические значения параметра κ различны для прямой (F_+) и обратной (F_-) волн.

На рис.2 приведены резонансные кривые для волн B и C , нормированные на амплитуду возбуждающей волны A , для $\kappa = 0.9$. При этом κ резонансная кривая волны B примерно в 1.8 раза уже, чем резонансная кривая волны C , причем кривая B одногорба, в то время как кривая C – двугорба. В литературе по двухконтурным системам на это обстоятельство обычно не обращается внимания. Далее мы ограничимся случаем, когда для захвата (стабилизации) лазера используется обратная волна B .

Добротность нагруженного микрорезонатора не может превышать некоторого максимального значения Q_{\max} , определяемого собственными потерями [23]. Для нагруженного резонатора добротность Q определяется соотношением

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_{\max}} + \frac{1}{Q_c}, \quad (12)$$

где Q_c – «добротность нагружения», которая неограниченно растет при уменьшении связи с элементом ввода. Введенным компонентам добротности соответствуют следующие времена: τ_{00} – время жизни фотона в ненагруженном микрорезонаторе и τ_c – в нагруженном резонаторе без собственных потерь, так что

$$Q = \omega\tau_0, \quad Q_{\max} = \omega\tau_{00}, \quad Q_c = \omega\tau_c. \quad (13)$$

Введенный выше безразмерный параметр $\kappa = k\tau_0$ (назовем его приведенной добротностью) характеризует отношение скорости рэлеевского рассеяния из моды в

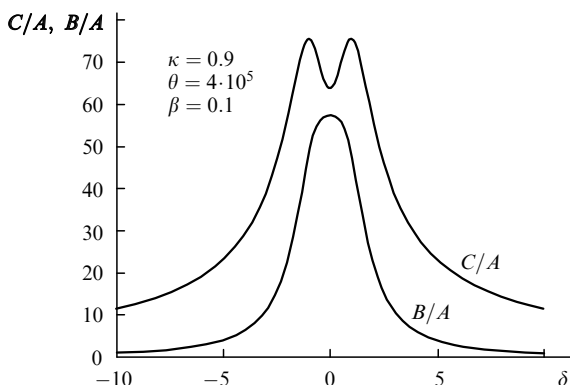


Рис.2. Резонансные кривые для прямой (C) и обратной (B) волн ШГ, нормированные на амплитуду возбуждающей волны A .

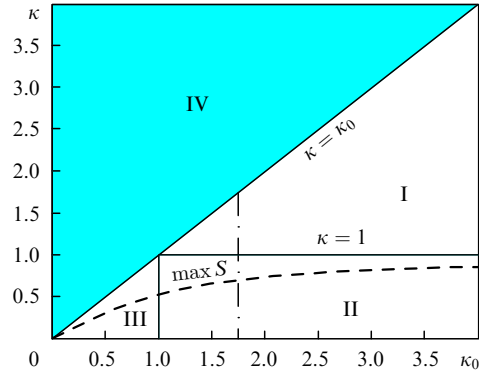


Рис.3. Диаграмма приведенных добротностей: I – закритическая область; II – докритическая область; III – область отсутствия критического режима; IV – область несуществующих значений приведенной добротности; вертикальная штрихпунктирная линия – нагрузочная характеристика микрорезонатора с $\kappa_0 = 1.75$, штриховая кривая – зависимость оптимальных значений κ от κ_0 .

моду к полным потерям в микрорезонаторе. Аналогично введем параметр $\kappa_0 = k\tau_{00}$ (собственная приведенная добротность) ($\kappa = Q/Q_R \equiv \omega\tau_0/\omega k^{-1}$, где $Q_R = \omega k^{-1}$). Микрорезонаторы из чистого кварца, исследованные в [20, 21], имели параметр κ_0 , равный соответственно 1.07 и 1.1. Параметр межволновой связи k составлял 2–3 МГц.

На рис.3 выделенная область IV ($\kappa > \kappa_0$) соответствует несуществующим значениям приведенной добротности, область I – закритическим значениям добротности. В области III всегда выполняется условие $\kappa < 1$ и критическая связь недостижима. Иными словами, расщепления спектра в низкодобротном резонаторе или при слабом рэлеевском рассеянии не наблюдается. Область II соответствует докритическим значениям добротности микрорезонаторов.

Изменение добротности микросферы с собственной добротностью κ_0 при изменении расстояния от нее до призмы ввода соответствует нагрузочной характеристике (12). Штрихпунктирной вертикальной линией на рис.3 показана нагрузочная характеристика микрорезонатора с $\kappa_0 = 1.75$.

В реальном эксперименте степень нагруженности микрорезонатора контролируется расстоянием d между ним и согласующей призмой полного внутреннего отражения. Как известно, плотность энергии поля моды вне шара уменьшается при удалении от его поверхности по закону $\exp[-4\pi d(n_q^2 - 1)^{1/2}/\lambda]$, где n_q – коэффициент преломления в кварце. Поэтому естественно предположить, что

$$Q_c = Q_{c\min} \exp\left[\frac{4\pi d(n_q^2 - 1)^{1/2}}{\lambda}\right], \quad (14)$$

где константа $Q_{c\min}$ имеет смысл минимальной добротности нагружения при соприкосновении шара и призмы. Именно такое выражение для нагруженной добротности было получено в работе [23].

3. Параметр стабилизации

Формула (9) определяет частоту стационарной генерации системы лазер–стабилизирующий резонатор, а соотношение $\Delta - \alpha = 0$ дает частоту генерации лазера без связи с внешним резонатором: $\omega_L = \omega_c - \alpha/\tau$. В ре-

зультате действия оптической обратной связи (ОС) частота генерации системы ω отклоняется от частоты генерации в свободном режиме. При правильном выборе фазы ООС частота системы затягивается к частоте внешнего резонатора. Степень затягивания определяется параметром стабилизации

$$S(\delta, \kappa) = \frac{d\omega_c}{d\omega} = 1 - \frac{\tau_0}{\tau} \frac{d\Delta}{d\delta}. \quad (15)$$

Если частота свободной генерации лазера ω_c изменяется на величину $\varepsilon < \Delta\Omega$, т.е. остается в пределах области стабилизации $\Delta\Omega$ (рис.4), то частота стабилизированного лазера ω отклоняется лишь на величину ε/S .

При изменении частоты системы в пределах резонанса микрорезонатора ($\omega_0 \pm \pi/2\tau_0$) фаза обратной волны изменяется на величину порядка единицы. Изменение фазы $2\omega\tau_1$, входящей в соотношение (9), дает при этом добавку порядка τ_1/τ_0 . При добротностях свыше 10^8 и расстояниях между сферой и лазером до 10 см она не превышает 1 %, поэтому будем считать эту фазу постоянной величиной.

Формула (9) при подстановке в нее значений тригонометрических функций достаточно громоздка. Рассмотрим случай $2\omega\tau_1 = -\arctan(1/\alpha) + \pi n, n = 0, 1, 2, \dots$. Выбор указанной фазы задержки обеспечивает оптимальное влияние синфазной и квадратурной компонент сигнала обратной связи (см. разд.4). При этом стабилизационная кривая $\delta(\Delta_L)$ является антисимметричной, а параметр стабилизации – симметричной функцией отстройки с экстремумом при $\delta = 0$. Используя результаты Приложения, а также (12) и (13), имеем

$$\Delta_L = -2\beta(\alpha^2 + 1)^{1/2} \frac{\kappa\delta}{(\delta^2 - 1 - \kappa^2)^2 + 4\delta^2} \left(1 - \frac{\kappa}{\kappa_0}\right), \quad (16)$$

где $\Delta_L \equiv (\omega_c - \alpha/\tau - \omega)\tau_0$; β – параметр геометрического согласования по интенсивности (см.(П7)). При этом параметр стабилизации

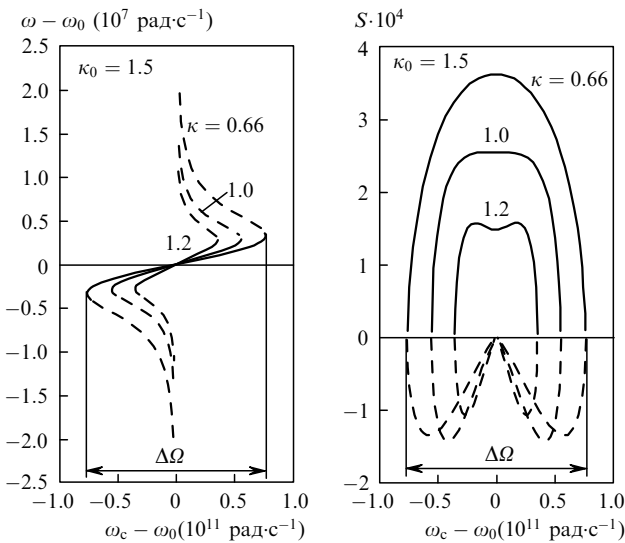


Рис.4. Стабилизационная кривая $\omega(\omega_c)$ и параметр стабилизации $S(\omega_c)$ для микрорезонатора с $\kappa_0 = 1.5$ при различных условиях нагружения – оптимальном по параметру стабилизации ($\kappa = 0.66$), критическом ($\kappa = 1.0$) и закритическом ($\kappa = 1.2$); $\theta \approx 4 \cdot 10^5$, $\beta = 0.1$, $\alpha = 4$, $\tan(2\omega\tau_1) = -1/\alpha$; $\Delta\Omega$ – область стабилизации.

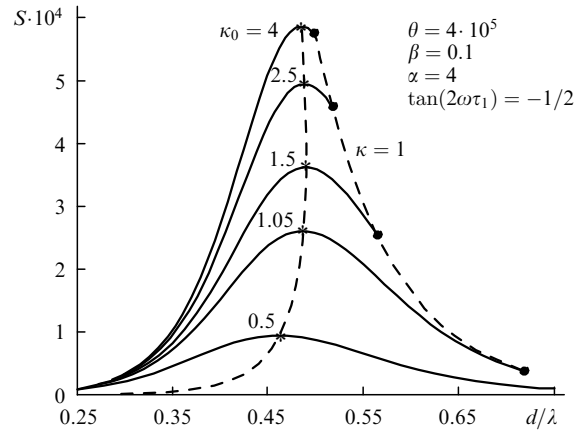


Рис.5. Зависимость параметра стабилизации S при нулевой отстройке от расстояния d между согласующей призмой и микрорезонатором для различных значений его собственной добротности.

$$S(\delta, \kappa) = 1 + 2\beta(\alpha^2 + 1)^{1/2} \theta \kappa \left(1 - \frac{\kappa}{\kappa_0}\right) \times \frac{(\delta^2 - 1 - \kappa^2)^2 - [4(\delta^2 - 1 - \kappa^2) + 1]\delta^2}{[(\delta^2 - 1 - \kappa^2)^2 + 4\delta^2]^2}. \quad (17)$$

На рис.4 представлены зависимости $\omega(\omega_c)$ и $S(\omega_c)$ в соответствии с формулами (16) и (17) при $\kappa_0 = 1.5$. Для параметров β и α в этом и последующих примерах приняты $\beta = 0.1$ и $\alpha = 4$.

Параметр стабилизации при нулевой отстройке

$$S(\delta = 0, \kappa) = 1 + 2\beta(\alpha^2 + 1)^{1/2} \left(1 - \frac{\kappa}{\kappa_0}\right) \frac{\kappa\theta}{(1 + \kappa^2)^2} \quad (18a)$$

достигает максимума в точке, являющейся единственным вещественным решением кубического уравнения $\kappa^3 - 2\kappa_0\kappa^2 - 3\kappa + 2\kappa_0 = 0$ в интервале $\kappa \in [0, \kappa_0]$. На рис.3 кривой $\max S$ представлена зависимость оптимальных значений κ от κ_0 .

На рис.5 приведено параметрическое семейство зависимостей параметра стабилизации $S(\delta = 0, \kappa)$ от расстояния d между сферой и резонатором для различных κ_0 . Мы использовали зависимость (14) для добротности нагружения. Звездочками отмечены точки, в которых для данного микрорезонатора достигается максимум параметра стабилизации при нулевой отстройке $S_{\max}(\delta = 0, \kappa_0)$. Кружками отмечены точки, в которых достигается критическая связь и параметр стабилизации

$$S_{cr}(\delta = 0, \kappa = 1) = 1 + \frac{\beta(\alpha^2 + 1)^{1/2}}{2k\tau} \left(1 - \frac{1}{\kappa_0}\right) < S_{\max}(\delta = 0). \quad (18б)$$

Можно показать, что для микрорезонатора с любой собственной приведенной добротностью κ_0 параметр стабилизации достигает максимума в докритической области (см. рис.3 и 5). При расстояниях, превышающих критические ($\kappa > 1$), зависимость параметра стабилизации $S(\delta, \kappa)$ от отстройки становится двугорбой в соответствии со спектральным расщеплением обратной волны B (см. рис.4). При этом выражение (18а) перестает описывать максимально возможное S . Тем не менее S в максимумах спектральных компонент (10) не превышает

$S_{\max}(\delta = 0, \kappa_0)$ и быстро убывает с увеличением расстояния.

Такая зависимость параметра стабилизации от расстояния имеет простое физическое объяснение. При малых расстояниях между призмой и шаром его добротность невелика, а при больших – близка к максимальной, но при этом ослабевает связь с лазером. Поэтому существует оптимальное расстояние, при котором S максимально. Интересно отметить (см. рис.5), что в сравнительно широком диапазоне собственных добротностей это оптимальное расстояние практически не меняется и имеет слабо выраженный максимум.

Стабилизация не только затягивает частоту генерации к частоте резонатора ω_0 . Она уменьшает флуктуации частоты в стабилизированном лазере по сравнению с флуктуациями частоты в свободном режиме, сужая спектральную ширину генерируемого излучения. Квадрат параметра стабилизации показывает, во сколько раз спектр генерации лазера с ООС уже спектра нестабилизированного лазера (для случая белого частотного шума). При $\beta \approx 0.1$ и добротности внешнего резонатора $\sim 10^8 - 10^9$ параметр стабилизации может достигать $\sim 10^4 - 10^5$. Однако устойчивость режима стабилизации ограничивает возможное значение этого параметра.

4. Устойчивость режима стабилизации

Устойчивость режима стабилизации лазера одномодовым высокодобротным резонатором проанализирована в работах [11, 12]. Оказалось, что режим стационарной генерации устойчив, если

$$\frac{S}{\tau_0} < \Omega_r, \quad (19)$$

где Ω_r – частота релаксационных пульсаций лазера [24].

Это условие справедливо тогда, когда частота лазера равна резонансной частоте опорного интерферометра (в нашем случае – частоте моды ШГ шара), а набег фазы $2\omega\tau_1$ обеспечивает оптимальное подавление частотных флуктуаций. При сужении линии лазера в представляющем интерес докритическом режиме резонанс остается одnogорбым и условие (19) определяет максимальный уровень связи. Однако в эксперименте [25] со сферическим микрорезонатором, расстояние от которого до лазера было уменьшено до ~ 1 см, обнаружено, что допустимый уровень связи может быть больше, чем следует из (19). Это приводит к заметным изменениям порога генерации и к проявлению дополнительной селективности составного резонатора. Мы покажем ниже, что механизм неустойчивости из-за амплитудно-фазовой связи в усиливающей среде [11, 12] может быть «выключен».

Ограничимся случаем нулевой отстройки, когда частота лазера совпадает с резонансной частотой моды ШГ. Сначала, следуя [11, 12], дадим качественное объяснение ограничения уровня связи (19). Поле в лазере складывается из собственного поля E и поля Φ_- , возвращающегося в лазер из внешнего резонатора. При настройке на вершину резонанса фаза Φ_- сдвинута относительно фазы собственного поля на $2\omega\tau_1 - \pi/2$. Флуктуации частоты лазера приводят только к флуктуациям фазы поля Φ_- относительно фазы собственного поля E , тогда как амплитудные флуктуации поля Φ_- в первом приближении отсутствуют. При условии $2\omega\tau_1 = 2\pi n$ поле Φ_- квадра-

турно собственному полю. Фазовые флуктуации поля Φ_- в первом приближении преобразуются в амплитудные флуктуации суммарного поля. Однако из-за амплитудно-фазовой связи эти флуктуации переходят в фазовые с коэффициентом преобразования α . Итак, шумовые флуктуации частоты лазера в результате действия обратной связи приводят к флуктуациям его фазы, а значит, и частоты. При использовании резонанса пропускания знак обратной связи – отрицательный, т.е. вторичные флуктуации подавляют исходные. Заметим, что такое подавление частотного шума сопровождается ростом амплитудных шумов.

Описанный механизм подавления флуктуаций аналогичен работе системы АПЧ. Роль управляющего элемента выполняет активная область лазера, преобразующая флуктуации амплитуды поля во флуктуации его фазы. Данный исполнительный элемент имеет собственный резонанс на частоте релаксационных колебаний, и при увеличении усиления (уровня связи) система самовозбуждается на частоте релаксационных колебаний. Эту «релаксационную α -неустойчивость» и отражает условие (19).

Если же набег фазы между микрорезонатором и лазером удовлетворяет условию $2\omega\tau_1 = 2\pi n + \pi/2$, то поле Φ_- в среднем синфазно полю E . Флуктуации фазы поля Φ_- , вызванные частотными шумами лазера, в первом приближении вызывают только флуктуации фазы суммарного поля. При синфазной конфигурации полей вторичное изменение фазы уменьшает первичное и имеет место подавление частотных шумов. Важно, что амплитудно-фазовое преобразование в этом не участвует, фактор α не дает вклада и ограничение (19) не работает.

Приведенная выше модель дает при $2\omega\tau_1 = 2\pi n$

$$S \approx 2\beta \left(1 - \frac{\kappa}{\kappa_0}\right) \frac{\alpha\kappa\theta}{(1 + \kappa^2)^2} < \Omega_r\tau_0. \quad (20)$$

Если же $2\omega\tau_1 = 2\pi n + \pi/2$, то

$$S \approx 2\beta \left(1 - \frac{\kappa}{\kappa_0}\right) \frac{\kappa\theta}{(1 + \kappa^2)^2} < \Omega_r\tau_0. \quad (21)$$

Отметим, что для заданного уровня связи β максимальное S реализуется при рассмотренной выше оптимальной комбинации вкладов синфазной и квадратурной компонент $2\omega\tau_1 = -\arctan(1/\alpha)$, когда амплитудно-фазовая связь и условие (19) проявляются наиболее сильно.

Таким образом, фаза обратной связи определяет устойчивость режима стабилизации (знак обратной связи) и механизм ее нарушения. При выполнении условия $2\omega\tau_1 = -\arctan(1/\alpha)$ максимальный уровень связи и оптимизированный параметр стабилизации S ограничены. С другой стороны, специальным подбором фазы ООС можно исключить механизм амплитудно-фазовой корреляции и тем самым снять требование (19). Это открывает возможность совмещения высокой добротности резонатора и сильной обратной связи, т.е. позволяет получить еще большее S и обеспечить предельно возможное подавление шумов для оптического метода.

Использование обычных конфокальных интерферометров приводит к большому расстоянию между ними и лазером. Неизбежный дрейф этого расстояния меняет фазу обратной связи и нарушает режим стабилизации, поэтому в большинстве работ оно дополнительно ак-

тивно стабилизируется. Рабочая точка при такой стабилизации не соответствует условию синфазности и условие (19) остается в силе.

В [25] малое расстояние между лазером и микрорезонатором позволило работать в режиме пассивной стабилизации набега фазы $2\omega\tau_1$. Система «самоопределялась» в выборе фазы обратной связи. При этом удалось реализовать устойчивый режим генерации и в случае, когда уровень связи значительно выше, чем допускает условие (19). В рамках вышеизложенной модели можно показать, что и при ненулевой отстройке частоты системы в пределах резонанса моды ШГ можно подобрать такую фазу обратной связи, что в некоторой ее окрестности механизм релаксационной α -неустойчивости будет значительно ослаблен.

5. Заключение

Таким образом, представленная в настоящей работе модель описывает расщепление спектра мод ШГ. В изготовленных из качественного плавленого кварца микросферах расщепление волны, бегущей по резонатору вперед, наступает при добротности выше $0.4 - 0.6 \cdot 10^9$, для волны, бегущей назад, – при добротности выше $0.8 - 1.2 \cdot 10^9$. Получена оценка для параметра стабилизации частоты полупроводникового лазера высококогерентным излучением обратной волны моды ШГ. При этом максимальный параметр стабилизации $\sim 10^4$ достигается при докритическом нагружении микрорезонатора, т. е. при добротности ниже порога расщепления в обратной волне. Максимальное значение параметра стабилизации при традиционном выборе фазы ограничено релаксационной α -неустойчивостью. Однако при заданной частоте генерации системы вблизи резонанса моды ШГ существует диапазон значений фазы ООС, в котором указанный механизм неустойчивости значительно ослаблен. Таким образом, впервые открывается возможность совмещения высокой добротности внешнего интерферометра и сильной связи с ним.

В приведенной модели не учтено смещение резонанса микрорезонатора из-за вариаций температуры, давления и изменения зазора между микросферой и призмой (близость призмы с другим показателем преломления изменяет эффективный показатель преломления в области согласования).

Авторы оставляют рассмотрение этих вопросов и детальный анализ устойчивости в режиме сильной ООС для дальнейшего исследования. Авторы выражают благодарность В.В.Васильеву и Н.Б.Абрахаму за обсуждение результатов. Работа была выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 99-02-16359, 99-02-16532, 00-15-96789), INTAS 9731566 и ФЦНТП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития науки и техники гражданского назначения» проект 08.01.005ф направления «Лазерная физика».

Приложение

Для определения вещественного коэффициента связи K_1 рассмотрим стационарный случай, когда а) в собственном резонаторе диодного лазера резонансные потери компенсируются усилением, т. е. $g = 0$, и б) в микрорезонаторе возбуждена волна с амплитудой F_- и поток энергии этой волны поступает в резонатор лазера. Тогда

из стационарного уравнения (1а) при условии а) и нулевой отстройке $\Delta = 0$ имеем

$$|E| = K_1 \tau |F_-|. \quad (\text{П1})$$

С другой стороны, условие б), выражающее сохранение энергии в системе, дает равенство

$$\gamma^2 \frac{|F_-|^2 V_0}{8\pi \tau_c} = \frac{|E|^2 V_L}{8\pi \tau}, \quad (\text{П2})$$

где V_0 – объем моды микрорезонатора; V_L – объем моды лазера; γ – коэффициент, учитывающий пропускание согласующей оптики и перекрытие полей мод лазера и микрорезонатора в пространстве согласующей призмы; τ_c – время жизни фотона (см. формулы (12), (13)). Из (П1) и (П2) следует

$$K_1 = \gamma \left(\frac{V_0}{V_L} \right)^{1/2} \frac{1}{(\tau\tau_c)^{1/2}}. \quad (\text{П3})$$

Для определения K_2 рассмотрим возбуждение моды микрорезонатора полем E , генерируемым в лазере. Амплитуду поля E_0 в пятне ввода сечением S_c на гипотенузе призмы определим из равенства мощности, выходящей из лазера, и мощности светового потока в пятне ввода

$$\vartheta \gamma^2 \frac{|E|^2 V_L}{8\pi \tau} = \frac{|E_0|^2 S_c c}{8\pi}, \quad (\text{П4})$$

где ϑ – эффективность вывода лазерного излучения, учитывающая коэффициенты отражения зеркал лазера и распределенные потери; c – скорость света. Соотношение для коэффициента связи K_2' между амплитудой падающего на пятно ввода поля E_0 и амплитудой волны F_+ было получено в модели кольцевого резонатора [26]. Из формул (3) и (4) работы [26] следует (в наших обозначениях)

$$K_2' \approx \frac{1}{(\tau_c \tau_0')^{1/2}}, \quad (\text{П5})$$

где τ_0' – время обхода микрорезонатора.

Из (П4) и (П5) для K_2 и произведения коэффициентов связи имеем:

$$K_2 = K_2' \frac{|E|}{|E_0|} = \gamma \left(\frac{\vartheta \tau_c'}{\tau_0'} \right)^{1/2} \left(\frac{V_L}{V_0} \frac{1}{(\tau\tau_c)^{1/2}} \right), \quad \tau_c' = \frac{V_0}{S_c c}, \quad (\text{П6})$$

$$K_1 K_2 = \frac{\beta}{\tau\tau_c}, \quad \beta = \gamma^2 \left(\frac{\vartheta \tau_c'}{\tau_0'} \right)^{1/2}. \quad (\text{П7})$$

- Lang R., Kobayashi K. *IEEE J. Quantum Electron.*, **16**, 347 (1980).
- Agraval G.P. *IEEE J. Quantum Electron.*, **20**, 468 (1984).
- Spano P., Piazzolla S., Tamburini M. *IEEE J. Quantum Electron.*, **20**, 4, 350 (1984).
- Olsen H., Osmundsen J.H., Tromborg B. *IEEE J. Quantum Electron.*, **22**, 6, 762 (1986).
- Tromborg B., Mork J. *IEEE Photonics Techn. Letts*, **2**, 549 (1990).
- Cohen J.S., Lenstra D. *IEEE J. Quantum Electron.*, **25**, 1143 (1990).
- Величанский В.Л., Зибров А.С., Каргопольцев В.С., Молочев В.И., Никитин В.В., Саутенков В.А., Харисов Г.Г., Тюриков Д.А. *Письма в ЖТФ*, **4**, 1087 (1978).
- Беленов Э.М., Величанский В.Л., Зибров А.С., Никитин В.В., Саутенков В.А., Усков А.В. *Квантовая электроника*, **10**, 1232 (1983).
- Dahmani B., Hollberg L., Drullinger R. *Optics Letts*, **12**, 876 (1987).

10. Li H., Telle H.R. *IEEE J.Quantum Electron.*, **25**, 257 (1989).
11. Li H., Abraham N.B. *IEEE J.Quantum Electron.*, **25**, 1782 (1989).
12. Laurent Ph., Clairon A., Breant Ch. *IEEE J.Quantum Electron.*, **25**, 1131 (1989).
13. Paul Th.J., Swanson E. *Optics Letts*, **18**, 1241 (1993).
14. Беленов Э.М., Величанский В.Л., Зибров А.С., Пак Г.Т., Петракова Т.В., Сенков Н.В., Саутенков В.А., Усков А.В., Чернышов А.К. *Квантовая электроника*, **15**, 1730 (1988).
15. Lee W.D., Campbell J.C. *Appl.Phys.Letts*, **58**, 995 (1991).
16. Lee W.D., Campbell J.C. *Appl.Phys.Letts*, **60**, 1544 (1992).
17. Iannelli J.M., Shevy Y., Kitching J., Yariv A. *IEEE J.Quantum Electron.*, **29**, 1253 (1993).
18. Cuneo C.J., Maki J.J., McIntyre D.H. *Appl.Phys.Letts*, **64**, 2625 (1994).
19. Васильев В.В., Величанский В.Л., Городецкий М.Л., Ильченко В.С., Хольберг Л., Яровицкий А.В. *Квантовая электроника*, **23**, 675 (1996).
20. Vassiliev V.V., Velichansky V.L., Ilchenko V.S., Gorodetsky V.S., Hollberg M.L., Yarovitsky A.V. *Optics Comms*, **158**, 305 (1998).
21. Weiss D.S., Sandoghar V., Hare J., Lefevre-Seguin V., Raimond J.-M., Haroch S. *Optics Letts*, **20**, 1835 (1995).
22. Ривлин Л.А., Семенов А.Т., Якубович С.Д. В кн. *Динамика и спектры излучения полупроводниковых лазеров* (М., Радио и связь, 1983).
23. Городецкий М.Л. *Канд.дис.* (МГУ, 1993).
24. Ораевский А.Н. *Прикладная нелинейная динамика*, **4**, № 1, 1 (1996).
25. Vassiliev V.V., П'ина S.M., Velichansky V.L. *Electron. Letts* (в печати).
26. Gorodetsky M.L., Ilchenko V.S. *J.Opt.Soc.Amer.B*, **16**, 147 (1999).