

Неоднаправленный энергообмен при стационарном двухволновом взаимодействии в кубическом гиротропном фоторефрактивном кристалле в постоянном электрическом поле

Р.В.Литвинов, С.М.Шандаров

Рассмотрено стационарное двухволновое взаимодействие на пропускающей фоторефрактивной решетке, сформированной в кубическом гиротропном кристалле группы симметрии 23, находящемся во внешнем постоянном электрическом поле. Для произвольных ориентаций кристалла и поляризации падающих на кристалл световых пучков в приближении неустойчивой накачки получено аналитическое решение уравнений связанных волн. Показана возможность неоднаправленного вклада в энергообмен между волнами за счет локальной составляющей фоторефрактивной решетки, который в частном случае распространения световых волн с длиной волны 633 нм в плоскости (001) кристалла $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ и ориентации вектора решетки вдоль оси $[\bar{1}10]$ значительно превышает обычный однонаправленный. На основе численного интегрирования полной системы уравнений связанных волн исследована зависимость коэффициента двухволнового усиления от коэффициента модуляции интерференционной картины на входной грани кристалла.

Ключевые слова: фоторефрактивная решетка, двухволновое взаимодействие, гиротропный кристалл.

1. Введение

Взаимодействие двух световых волн на сформированных ими в фоторефрактивном кристалле динамических фазовых голограммах исследуется более 30 лет [1–9]. Результаты этих исследований используются при усилении слабых световых сигналов, записи, хранении и считывании информации [8, 9]. Интерес к двухволновому взаимодействию в настоящее время [10–17] вызван тем, что используемые в приложениях современной фоторефрактивной оптики сложные многоволновые взаимодействия [8, 9, 18, 19] являются набором двухволновых процессов, связанных между собой.

Решетка диэлектрической проницаемости, сформированная при взаимодействии двух плоских световых волн в фоторефрактивном кристалле, в общем случае оказывается смещенной относительно интерференционной картины. Это смещение зависит от механизма переноса возбужденных светом носителей заряда, за счет которого в кристалле наводится электрическое поле [8, 9, 18]. При стационарном двухволновом взаимодействии на фоторефрактивной решетке диффузионного типа такое смещение составляет четверть пространственного периода – $\Lambda/4$. Анализ уравнений связанных волн в пренебрежении преобразованием поляризационной структуры светового поля в процессе взаимодействия показывает, что такой нелокальный фоторефрактивный отклик приводит к перераспределению энергии между

взаимодействующими волнами, оставляя неизменными их фазы.

Фоторефрактивная решетка, сформированная за счет линейного фотогальванического эффекта, сдвинута относительно интерференционной картины на $\Lambda/2$. Такой локальный отклик приводит к изменению фаз взаимодействующих волн, не изменяя их интенсивностей [3–5, 7–9, 18]. Энергообмен между световыми волнами на локальной решетке возможен при нестационарном взаимодействии, например при записи или считывании фоторефрактивной голограммы [4, 6]. Из скалярной теории стационарного взаимодействия двух плоских световых волн при нелокальном фоторефрактивном отклике среды следует, что в пренебрежении фотогальваническим эффектом и решеткой поглощения направление перекачки энергии от одной волны к другой зависит только от ориентации вектора фоторефрактивной решетки \mathbf{K} относительно кристаллофизической системы координат, а изменение соотношения интенсивностей пучков не влияет на направление энергообмена [3–5, 7–9].

Исследования нестационарных механизмов формирования фоторефрактивных голограмм в кубических фоторефрактивных кристаллах $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$, $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$, $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$, GaAs и др. при наличии статической решетки световой интенсивности во внешнем переменном электрическом поле или бегущей решетки в постоянном поле [8, 9] показали сильное влияние векторного характера двухволнового взаимодействия на эффективность перекачки энергии [10–17]. Анализ уравнений связанных волн с учетом преобразования поляризационной структуры светового поля за счет взаимодействия при наличии естественного циркулярного и наведенного внешним полем линейного двулучепреломления проведен в недавних работах [10, 13, 17]. Было показано, что энергообмен

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Россия, 634050 Томск, просп. Ленина, 40; e-mail: shand@stack.ru

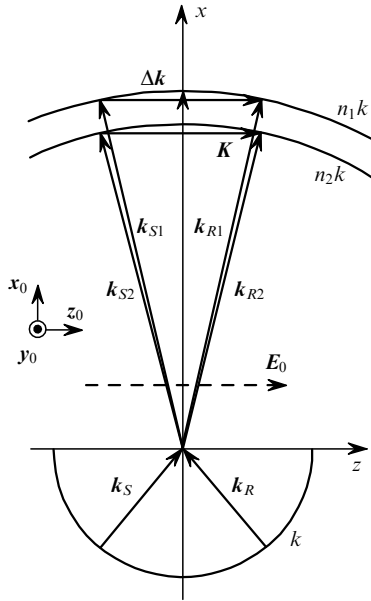


Рис.1. Векторная диаграмма двухволнового взаимодействия на пропускающей фоторефрактивной решетке в кубическом гиротропном кристалле во внешнем постоянном электрическом поле (k_S, k_R – волновые векторы падающих волн; $|k_{R1,R2}| = |k_{S1,S2}| = n_{1,2}k$).

между световыми волнами, взаимодействующими на нелокальной фоторефрактивной решетке, содержит и неоднаправленную составляющую, которая всегда усиливает слабую волну. Этот результат нашел свое экспериментальное подтверждение в работе [14].

В настоящей работе рассматривается стационарный энергообмен при взаимодействии двух плоских монохроматических световых волн на содержащей локальную и нелокальную компоненты пропускающей фоторефрактивной решетке, которая сформирована в кубическом гиротропном кристалле группы симметрии 23, находящемся во внешнем постоянном электрическом поле, с учетом преобразования поляризации структуры светового поля за счет взаимодействия волн. Для простоты мы пренебрегли поглощением световой энергии и дополнительным вкладом фотоупругого и пьезоэлектрического эффектов в модуляцию оптических свойств среды.

2. Теоретическая модель

Векторная диаграмма симметричного двухволнового взаимодействия показана на рис.1 для случая, когда внешнее электрическое поле E_0 приложено вдоль вектора решетки. Вследствие естественного циркулярного и наведенного внешним полем линейного двулучепреломления световое поле в кристалле может быть представлено в виде суперпозиции четырех плоских волн, которые в параосиальном приближении записываются в форме

$$\tilde{S}_{1,2} = S_{1,2}(x)e_{1,2} \exp[i(\omega t - n_{1,2}kx + Kz/2)], \tag{1}$$

$$\tilde{R}_{1,2} = R_{1,2}(x)e_{1,2} \exp[i(\omega t - n_{1,2}kx - Kz/2)],$$

где $n_{1,2}$ и $e_{1,2}$ – показатели преломления и нормированные векторы поляризации собственных волн среды, отвечающих направлению распространения вдоль нормали (оси x) к границе кристалла; $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число света в вакууме; $K = 2\pi/\Lambda$. Амплитуды собственных волн $S_j(x)$ и $R_j(x)$ считаются зависящими от x вследствие их взаимодействия. Аналитические выражения для параметров волн $n_{1,2}$ и $e_{1,2}$ при произвольной ориентации внешнего поля и ортогонального к нему направления нормали к границе относительно осей кристалла приведены в работах [10, 20]. Для двух рассмотренных ниже частных случаев взаимодействия, когда вектор фоторефрактивной решетки K ориентирован вдоль оси $[001]$ и световые волны распространяются в плоскости $(\bar{1}10)$ (продольная геометрия) или когда $K \parallel [\bar{1}10]$ и волны распространяются в плоскости (001) (поперечная геометрия), $n_{1,2}$ и $e_{1,2}$ могут быть получены при помощи формул, приведенных в табл.1.

Отметим, что в отсутствие внешнего поля ($E_0 = 0$) собственные волны являются циркулярно поляризованными с противоположным направлением вращения, а отвечающие им волновые поверхности представляют собой сферы с радиусами $nk \pm \rho$.

Возмущения диэлектрической проницаемости, наведенные внешним электрическим полем ($E_0 \neq 0$) за счет линейного электрооптического эффекта, изменяют поляризацию собственных волн с круговой на эллиптическую, сохраняя первоначальное направление вращения. В случае продольной геометрии эллипсы поляризации вытянуты вдоль координатных осей $y \parallel [\bar{1}10]$ и $z \parallel [001]$ соответственно. В случае поперечной геометрии эти эллипсы вытянуты вдоль прямых, составляющих углы $+45^\circ$ и -45° с осью $z \parallel [\bar{1}10]$. Волновые поверхности трансформируются в эллипсоиды, которые, в отличие от волновых поверхностей негиротропных сред [21], не имеют общих точек. В случае продольной геометрии сечение этих поверхностей плоскостью падения световых волн $(\bar{1}10)$ дает эллипсы, вытянутые вдоль направления приложения внешнего поля – оси $[001]$. В случае поперечной геометрии подобное сечение плоскостью (001) дает эллипсы, вытянутые вдоль нормали $x_0 \parallel [110]$ к границе кристалла.

В стационарном режиме двухволнового взаимодействия амплитуда поля пространственного заряда в ли-

Табл.1. Показатели преломления и векторы поляризации собственных волн, а также тензорные свертки, определяющие связь между световыми волнами одинакового (g_{11} и g_{22}) и разного (g_{12} и $g_{21} = g_{12}$) типов, для двух частных ориентаций двухволнового взаимодействия в кубическом гиротропном фоторефрактивном кристалле симметрии 23.

Геометрия	Показатели преломления	Векторы поляризации	Тензорные свертки
Продольная: $x \parallel [110], z \parallel [001]$	$n_{1,2} = n + (\delta n/2) \pm \Delta n$	$e_1 = (y_0 + irz_0)/(1 + r^2)^{1/2}$ $e_2 = (ry_0 - irz_0)/(1 + r^2)^{1/2}$	$g_{11} = (\rho/k)^2/(\delta n \Delta n - 2\Delta n^2),$ $g_{22} = -1 - g_{11}, g_{12} = -\rho/(2\Delta nk)$
Поперечная: $x \parallel [110], z \parallel [\bar{1}10]$	$n_{1,2} = n \pm [(\rho/k)^2 + \delta n^2]^{1/2}$	$e_1 = [\exp(-i\varphi)y_0 + iz_0]/\sqrt{2}$ $e_2 = [y_0 - i \exp(i\varphi)z_0]/\sqrt{2}$	$g_{11} = -\delta n/[(\rho/k)^2 + \delta n^2]^{1/2},$ $g_{22} = -g_{11}, g_{12} = 1/[(\delta nk/\rho) + i]$

Примечания: $\Delta n = [(\rho/k)^2 + (\delta n/2)^2]^{1/2}; r = (k/\rho)[\Delta n - (\delta n/2)]; \varphi = \arctan(\delta nk/\rho); \delta n = n^3 r_{41} E_0/2; n$ – показатель преломления невозмущенного кристалла; r_{41} – электрооптический коэффициент; ρ – удельное вращение плоскости поляризации; y_0 и z_0 – орты системы координат.

нейном приближении по коэффициенту модуляции интерференционной картины $m(x)$, образованной плоскими монохроматическими световыми волнами (1), может быть записана в виде [8, 9]

$$E_1(x) = -m(x)(E' + iE''), \quad (2)$$

где

$$m(x) = 2 \frac{S_1(x)R_1^*(x) + S_2(x)R_2^*(x)}{I_0}; \quad (3)$$

$$E' = \frac{E_0 E_q^2}{(E_q + E_d)^2 + E_0^2}; \quad E'' = E_q \frac{E_d(E_q + E_d) + E_0^2}{(E_q + E_d)^2 + E_0^2}; \quad (4)$$

$$I_0 = \sum_{j=1}^2 |S_j(x)|^2 + |R_j(x)|^2$$

– нормированная на коэффициент $n/240\pi$, размерность которого 1 См, средняя световая интенсивность; E_0 – напряженность приложенного поля ($\mathbf{E}_0 = E_0 \mathbf{z}_0$); $E_d = 2\pi k_B T / Ae$ – диффузионное поле; $E_q = eN_a A / 2\pi \varepsilon$ – поле насыщения ловушек; N_a – концентрация акцепторов в кристалле; T – абсолютная температура; e – элементарный электрический заряд; ε – статическая диэлектрическая проницаемость кристалла.

Уравнения связанных волн можно получить из волнового уравнения для гиротропных сред методом медленно меняющихся амплитуд. С учетом известных соотношений для возмущений оптических свойств кристалла за счет линейного электрооптического эффекта находим

$$\frac{dS_1(x)}{dx} = \frac{\pi n^3 r_{41}(E'' - iE')}{2\lambda} m(x) \times [g_{11}R_1(x) + g_{12} \exp(i\Delta kx)R_2(x)], \quad (5)$$

$$\frac{dS_2(x)}{dx} = \frac{\pi n^3 r_{41}(E'' - iE')}{2\lambda} m(x) \times [g_{12}^* \exp(-i\Delta kx)R_1(x) + g_{22}R_2(x)], \quad (6)$$

$$\frac{dR_1(x)}{dx} = -\frac{\pi n^3 r_{41}(E'' + iE')}{2\lambda} m^*(x) \times [g_{11}S_1(x) + g_{12} \exp(i\Delta kx)S_2(x)], \quad (7)$$

$$\frac{dR_2(x)}{dx} = -\frac{\pi n^3 r_{41}(E'' + iE')}{2\lambda} m^*(x) \times [g_{12}^* \exp(-i\Delta kx)S_1(x) + g_{22}S_2(x)], \quad (8)$$

где $\Delta k = (n_1 - n_2)k$. При произвольной ориентации кристалла и вектора решетки тензорные свертки, описывающие вклад во взаимодействие внутримодовых (g_{11}, g_{22}) и межмодовых (g_{12}) процессов, можно рассчитать, используя приведенные в работах [10, 20] соотношения. Для частных случаев продольной и поперечной геометрии эти свертки приведены в табл.1.

Уравнения связанных волн (5)–(8) имеют интеграл

$$|S_1|^2 + |S_2|^2 + |R_1|^2 + |R_2|^2 = I_0, \quad (9)$$

соответствующий фундаментальному закону сохранения энергии светового поля при ее перераспределении между взаимодействующими пучками в непоглощающей среде.

3. Взаимодействие в приближении заданной волны накачки

Для анализа рассматриваемого взаимодействия при малых коэффициентах модуляции интерференционной картины $m(x) \ll 1$ можно использовать приближение заданного светового поля волны накачки и считать скалярные амплитуды $R_j(x)$ не зависящими от x ($R_1(x) = R_1(0) \equiv R_{10}$ и $R_2(x) = R_2(0) \equiv R_{20}$). В этом случае из уравнений (5) и (6) может быть получено следующее выражение для коэффициента модуляции:

$$m(x) = m_0 \exp\left[\frac{\pi n^3 r_{\text{eff}}(x)(E'' - iE')x}{\lambda}\right], \quad (10)$$

где m_0 – коэффициент модуляции при $x = 0$;

$$r_{\text{eff}}(x) = r_{41} \left\{ \eta_{\text{in}} - 2 \text{Im} \left[\eta_{\text{inter}} \frac{1 - \exp(i\Delta kx)}{\Delta kx} \right] \right\}. \quad (11)$$

– эффективный электрооптический коэффициент. Параметры $\eta_{\text{in}} = (g_{11}|R_{10}|^2 + g_{22}|R_{20}|^2)/I_0$ и $\eta_{\text{inter}} = g_{12}R_{10}^* \times R_{20}/I_0$ описывают соответственно вклад внутримодовых и межмодовых процессов во взаимодействие и определяют пространственную зависимость коэффициента модуляции и амплитуды поля пространственного заряда (см. формулу (2)). Заметим, что фоторефрактивная решетка с амплитудой, пропорциональной $E_1(x)$, сдвинута относительно интерференционной картины с коэффициентом модуляции $m(x)$ и содержит локальную и нелокальную компоненты, амплитуды которых пропорциональны E' и E'' .

Интегрирование уравнений (5) и (6) с учетом соотношений (10) и (11) позволяет получить векторную амплитуду $\mathbf{S}(x) = S_1(x)\mathbf{e}_1 + S_2(x)\mathbf{e}_2 \exp(i\Delta kx)$ суммарного светового поля сигнальной волны в виде

$$\mathbf{S}(x) = \mathbf{S}_{\parallel}(x) + \frac{m_0}{2} \left\{ \left[\exp\left(\frac{\pi n^3 r_{\text{eff}}(x)(E'' - iE')x}{\lambda}\right) - 1 \right] \mathbf{R}_{\parallel}(x) + \frac{\pi n^3 r_{41}(E'' - iE')}{\lambda} X(x) \mathbf{R}_{\perp}(x) \right\}, \quad (12)$$

где

$$X(x) = \int_0^x g(\zeta) \exp\left[\frac{\pi n^3 r_{\text{eff}}(\zeta)(E'' - iE')\zeta}{\lambda}\right] d\zeta; \quad (13)$$

$$g(\zeta) = (g_{11} - g_{22}) \frac{R_{10}R_{20}}{I_{R0}} + g_{12} \frac{R_{20}^2}{I_{R0}} \exp(i\Delta k\zeta) - g_{12}^* \frac{R_{10}^2}{I_{R0}} \exp(-i\Delta k\zeta); \quad (14)$$

$\mathbf{R}_{\parallel}(x) = R_{10}\mathbf{e}_1 + R_{20}\mathbf{e}_2 \exp(i\Delta kx)$ и $\mathbf{S}_{\parallel}(x) = S_{10}\mathbf{e}_1 + S_{20}\mathbf{e}_2 \times \exp(i\Delta kx)$ – векторы поляризации волны накачки и сигнальной волны в отсутствие взаимодействия в кристалле соответственно; $I_{R0} = |R_{10}|^2 + |R_{20}|^2 \approx I_0$. Вектор $\mathbf{R}_{\perp}(x) = R_{20}^*\mathbf{e}_1 - R_{10}^*\mathbf{e}_2 \exp(i\Delta kx)$ характеризует составляющую светового поля сигнальной волны, ортогональную поляризации состоянию поля накачки $\mathbf{R}_{\parallel}(x)$ ($\mathbf{R}_{\parallel}(x)\mathbf{R}_{\perp}^*(x) = 0$).

Полученные выражения (12)–(14) описывают поляризационную структуру $\mathbf{S}(x)$ слабой световой волны при взаимодействии с сильной волной накачки на сформированной в кубическом гиротропном кристалле во внешнем постоянном электрическом поле фоторефрактивной решетке, содержащей как локальную ($\sim E'$), так и нелокальную ($\sim E''$) компоненту. Они справедливы в общем случае произвольной поляризации световых волн, падающих на входную грань образца произвольной ориентации, и не накладывают ограничений на направление внешнего поля, если оно приложено ортогонально оси x ($\mathbf{E}_0 \parallel \mathbf{K}$).

Следует отметить, что появление в поляризационной структуре $\mathbf{S}(x)$ составляющей с вектором поляризации $\mathbf{R}_{\perp}(x)$ обусловлено не только межмодовыми процессами с условиями синхронизма $\mathbf{k}_{S1} = \mathbf{k}_{R2} - \mathbf{K} + \Delta \mathbf{k}$ и $\mathbf{k}_{S2} = \mathbf{k}_{R1} - \mathbf{K} - \Delta \mathbf{k}$ (см. рис.1), протекающими с преобразованием типа поляризационного состояния ($\mathbf{e}_2 \rightarrow \mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_1 \rightarrow \mathbf{e}_2$), но и внутримодовыми процессами ($\mathbf{k}_{S1} = \mathbf{k}_{R1} - \mathbf{K}$ и $\mathbf{k}_{S2} = \mathbf{k}_{R2} - \mathbf{K}$), идущими без изменения поляризационного состояния. Причиной влияния внутримодовых процессов на поляризационную составляющую слабого светового поля $\sim \mathbf{R}_{\perp}(x)$ является их различная эффективность, определяемая тензорными свертками g_{11} и g_{22} (см. табл.1). Эту часть поляризационной составляющей с вектором $\mathbf{R}_{\perp}(x)$ в формуле (14) описывает слагаемое, пропорциональное разности $g_{11} - g_{22}$.

При одинаковой поляризации падающих на кристалл световых волн поляризационное состояние сигнальной волны $\mathbf{S}_{\parallel}(x)$ в отсутствие взаимодействия совпадает с поляризационным состоянием волны накачки $\mathbf{R}_{\parallel}(x)$. При условии $m(x) \ll 1$ можно считать, что $m_0 \approx 2(I_{S0}/I_{R0})^{1/2}$ и справедливы соотношения $\mathbf{R}_{\parallel}(x) = 2\mathbf{S}_{\parallel}(x)/m_0$ и $\mathbf{R}_{\perp}(x) = 2\mathbf{S}_{\perp}(x)/m_0$. Если можно пренебречь локальной компонентой поля пространственного заряда ($E' = 0$), то структура формулы (12) становится аналогичной структуре соотношений, полученных в работах [10, 14, 17].

Коэффициент двухволнового усиления $\Gamma = \ln(I_S/I_{S0})$ слабой сигнальной волны по интенсивности I_S ($I_{S0} = |S_{10}|^2 + |S_{20}|^2$) при одинаковой поляризации падающих на кристалл пучков можно представить в виде суммы двух составляющих:

$$\Gamma(x) = \Gamma_{\parallel}(x) + \Gamma_{\perp}(x), \quad (15)$$

где

$$\Gamma_{\parallel}(x) = \frac{2\pi n^3 r_{\text{eff}}(x) E''}{\lambda}, \quad (16)$$

$$\Gamma_{\perp}(x) = \frac{1}{x} \ln \left\{ 1 + \left| \frac{\pi n^3 r_{41} (E' + iE'')}{\lambda} X(x) \right. \right. \\ \left. \left. \times \exp \left[-\frac{\pi n^3 r_{\text{eff}}(x) E''}{\lambda} x \right] \right|^2 \right\}. \quad (17)$$

Первая составляющая определяет вклад в интенсивность слабого светового поля компоненты с вектором поляризации $\mathbf{S}_{\parallel}(x)$ и описывает обычный однонаправленный энергообмен, за счет которого слабая световая волна может как усиливаться (при положительном $\Gamma_{\parallel}(x)$), так и ослабляться (при отрицательном $\Gamma_{\parallel}(x)$). Коэффициент $\Gamma_{\parallel}(x)$ определяется только нелокальной компонентой E'' поля пространственного заряда. Особенностью однонаправленной перекачки энергии является изменение ее направления (изменение знака $\Gamma_{\parallel}(x)$) при повороте образца (см. рис.1) относительно оси x на 180° . Модуль $|\Gamma_{\parallel}(x)|$ при таком повороте не изменяется.

Вторая составляющая коэффициента усиления определяет вклад в интенсивность слабого светового поля компоненты с вектором поляризации $\mathbf{S}_{\perp}(x)$, ортогональной к вектору $\mathbf{S}_{\parallel}(x)$. Этот вклад является неоднаправленным, т. к. $\Gamma_{\perp}(x) > 0$ всегда. Коэффициент $\Gamma_{\perp}(x)$ определяется как локальной (E'), так и нелокальной (E'') компонентами поля пространственного заряда. За счет неоднаправленного энергообмена слабая сигнальная волна может эффективно усиливаться даже и в случае чисто локального фоторефрактивного отклика кристалла, когда $E'' = 0$. Составляющая Γ_{\perp} , в отличие от Γ_{\parallel} , зависит как от произведения эффективного электрооптического коэффициента на толщину образца $r_{\text{eff}}(d)d$ ($x = d$), так и от поведения произведения $r_{\text{eff}}(\xi)\xi$ на интервале $0 \leq \xi \leq d$, определяющего интеграл $X(d)$ (см. формулу (13)). Показатели экспоненциальных сомножителей в формуле (17), пропорциональные указанным произведениям, имеют противоположные по знаку реальные части. При этом экспонента в подынтегральном выражении для интеграла $X(d)$ умножена на периодическую функцию $g(\xi)$ (см. формулу (14)). Следовательно, при повороте образца на 180° относительно оси x , который приводит к изменению как знака эффективного электрооптического коэффициента $r_{\text{eff}}(\xi)$, так и знака функции $g(\xi)$, составляющая $\Gamma_{\perp}(d)$ изменяется.

На рис.2 показаны зависимости суммарного коэффициента усиления Γ (кривые 1) и его составляющих Γ_{\parallel} (кривые 2) и Γ_{\perp} (кривые 3) от толщины образца d при продольной геометрии взаимодействия в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ с типичными параметрами $n = 2.58$, $\rho = 6$ угл.град.мм $^{-1}$, $r_{41} = -5$ пм/В на длине световой волны $\lambda = 633$ нм. При расчетах световые волны на границе $x = 0$ считались линейно поляризованными ортогонально плоскости падения, а напряженность внешнего поля E_0 принималась положительной и равной 10 кВ/см. Сплошные кривые на рис.2 соответствуют ориентации образца, при которой положительное направление оси z в выбранной нами системе координат (см. рис.1) совпадает с кристаллографической осью [001]. Штриховые кривые соответствуют ориентации образца, получающейся из предыдущей поворотом его вокруг оси x на 180° . В этом случае ось z направлена вдоль оси $[00\bar{1}]$ кристалла.

Кривые на рис.2,а рассчитаны для образца с концентрацией акцепторов $N_a = 10^{21}$ м $^{-3}$ и для пространственного периода решетки $\Lambda = 17$ мкм, при котором нелокальная компонента поля пространственного заряда максимальна ($E'' = 5$ кВ/см), а обычный (однонаправленный) энергообмен имеет большую эффективность ($\Gamma_{\parallel} \approx 4.3$ см $^{-1}$), слабо зависящую от d (см. кривые 2). Это связано с тем, что при продольной геометрии взаимодействия ($\mathbf{K} \parallel [001]$) основной вклад в эффективный электрооптический коэффициент

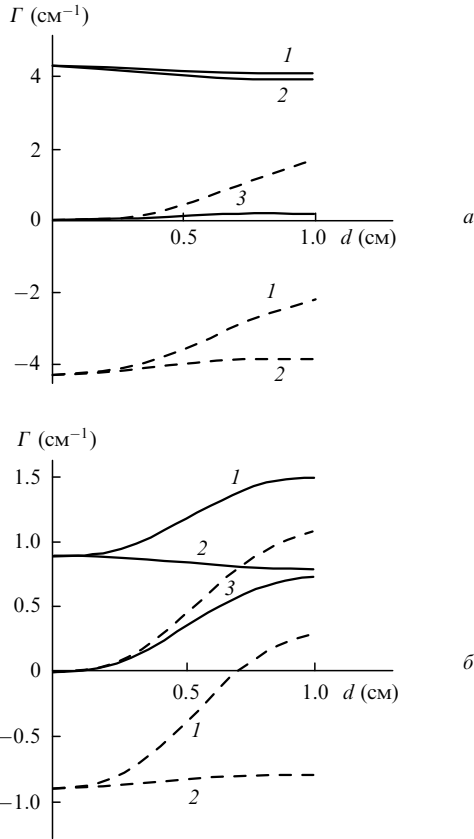


Рис.2. Зависимости коэффициента двухволнового усиления (Γ), его однонаправленной (2) и неоднаправленной (3) составляющих от толщины образца кристалла $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ для продольной геометрии взаимодействия при концентрации акцептора $N_a = 10^{21}$ (а) и 10^{22} м^{-3} (б).

$$r_{\text{eff}}^{[001]}(x) = -\frac{r_{41}}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{1 + (\beta/2)^2} \times \left[\left(\frac{\beta}{2} \right)^2 + \frac{\sin[2\rho x [1 + (\beta/2)^2]^{1/2}]}{2\rho x [1 + (\beta/2)^2]^{1/2}} \right] \right\}, \quad (18)$$

где $\beta = \pi n^3 r_{41} E_0 / (\rho \lambda)$, дает внутримодовый процесс. Ему соответствует член $[1 + 2(\beta/2)^2] / [1 + (\beta/2)^2]$, не зависящий от координаты x и при большом внешнем поле ($E_0 \sim 10$ кВ/см) близкий к 2. Вклад межмодового процесса определяется членом $\sin\{2\rho x [1 + (\beta/2)^2]^{1/2}\} / \{2\rho x \times [1 + (\beta/2)^2]^{3/2}\}$, который не превышает 0.16. Таким образом, отклонение поляризационного состояния взаимодействующих волн от оптимального вследствие оптической активности и наведенного внешним полем линейного двулучепреломления приводит к незначительному уменьшению как $r_{\text{eff}}^{[001]}$, так и Γ_{\parallel} с ростом толщины образца.

В случае продольной геометрии взаимодействия основная зависимость от координаты в произведении $r_{\text{eff}}^{[001]}(x)x$ определяется линейной функцией. Коэффициент Γ_{\perp}^+ , соответствующий ориентации образца, при которой ось z совпадает с кристаллографическим направлением $[001]$, а коэффициент $r_{\text{eff}}(x)$ является положительным (сплошная кривая 3 на рис.2,а), меньше коэффициента Γ_{\perp}^- , соответствующего другой ориентации, при которой ось z совпадает с кристаллографическим направлением $[00\bar{1}]$, а коэффициент $r_{\text{eff}}(x)$ отрицателен (штриховая кривая 3 на рис.2,а). При выполнении усло-

вия $|2\pi n^3 r_{\text{eff}}(x) E'' x / \lambda| \ll 1$ неоднаправленная составляющая Γ_{\perp} суммарного коэффициента усиления растет пропорционально x^2 .

Коэффициент Γ_{\perp}^+ достигает своего максимума $\Gamma_{\perp \text{max}}^+ = 0.17 \text{ см}^{-1}$ при $x \approx 0.78 \text{ см}$ и затем уменьшается до нуля при $x \rightarrow \infty$, вследствие чего суммарный коэффициент усиления $\Gamma(x)$ для первой ориентации мало отличается от своей положительной однонаправленной составляющей. В случае второй ориентации коэффициент Γ_{\perp}^- монотонно растет с увеличением x , достигая максимума $\Gamma_{\perp \text{max}}^- \approx 3.57 \text{ см}^{-1}$ при $x \sim 10 \text{ см}$. Таким образом, при взаимодействии в толстых образцах, ориентированных так, что положительное направление оси z совпадает с кристаллографической осью $[00\bar{1}]$, положительная неоднаправленная составляющая сравнима с отрицательной однонаправленной составляющей, а модуль суммарного коэффициента усиления $\Gamma(x)$ мал, например $\Gamma(0.1) \approx 0.33 \text{ см}^{-1}$.

Кривые на рис.2,а соответствуют напряженности локальной компоненты $E' = 5.2$ кВ/см, которая меньше ее максимума $E'_{\text{max}} = E_0$, достигаемого при больших напряженностях поля насыщения ловушек $E_q \gg E_0$ (см. формулу (3)). Кривые на рис.2,б рассчитаны для образца с концентрацией акцепторов $N_a = 10^{22} \text{ м}^{-3}$. В данном случае $E' = 9.9$ кВ/см, что практически равно E_0 , а напряженность нелокальной компоненты $E'' = 1$ кВ/см меньше напряженности, соответствующей рассмотренному выше случаю, приблизительно в 5 раз. Следствием этого является уменьшение однонаправленной составляющей Γ_{\parallel} суммарного коэффициента усиления Γ и увеличение относительного вклада неоднаправленной компоненты Γ_{\perp} , что приводит к сильной зависимости коэффициента Γ от толщины образца уже при $d \geq 2$ мм. При $d \geq 7.5$ мм составляющая Γ_{\perp}^- становится больше, чем $|\Gamma_{\parallel}|$, и слабая световая волна усиливается при обеих ориентациях образца. В данном случае, в отличие от предыдущего, максимальный положительный общий коэффициент усиления $\Gamma \approx 1.9 \text{ см}^{-1}$ достигается не в тонком, а в толстом образце с $d \approx 0.92 \text{ см}$.

Зависимости величин Γ , Γ_{\parallel} и Γ_{\perp} от толщины образца d , рассчитанные для поперечной геометрии взаимодействия показаны на рис.3. Сплошные кривые на рис.3 соответствуют ориентации образца, при которой положительное направление оси z совпадает с кристаллографической осью $[110]$, а штриховые – ориентации образца, при которой ось z направлена вдоль оси $[1\bar{1}0]$ кристалла. При этой геометрии и линейной, ортогональной плоскости падения, поляризации световых волн на границе $x = 0$ фоторефрактивная решетка формируется только за счет межмодовых процессов, а в выражении для эффективного электрооптического коэффициента

$$r_{\text{eff}}^{[110]}(x) = r_{41} \frac{\sin^2[\rho x (1 + \beta^2)^{1/2}]}{\rho x (1 + \beta^2)} \quad (19)$$

отсутствует не зависящий от x член.

При увеличении толщины образца величина $r_{\text{eff}}^{[110]}$ немонотонно уменьшается, поэтому для толстых образцов вклад однонаправленной составляющей Γ_{\parallel} в суммарный коэффициент усиления мал по сравнению со вкладом неоднаправленной компоненты Γ_{\perp} . Из сравнения рис.3,а и б видно, что при поперечной геометрии, в отличие от продольной (см. рис.2), увеличение локальной компоненты E' амплитуды поля пространственного заряда увели-

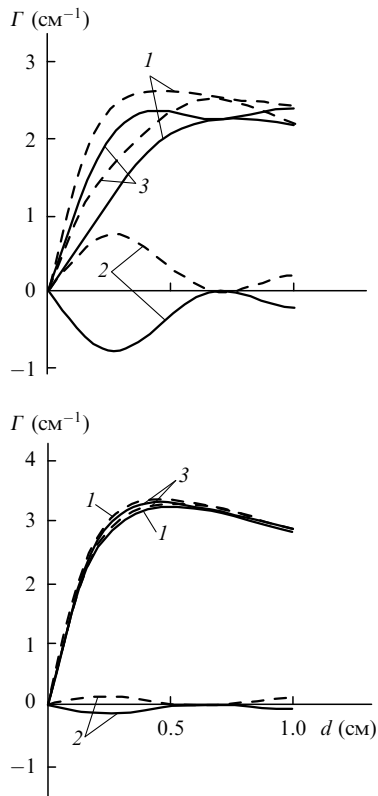


Рис.3. Зависимости коэффициента двухволнового усиления (1), его однонаправленной (2) и неоднаправленной (3) составляющих от толщины образца кристалла $\text{Vi}_{12}\text{TiO}_{20}$ для поперечной геометрии взаимодействия при концентрации акцептора $N_a = 10^{21}$ (а) и 10^{22} м^{-3} (б).

чивает и общий коэффициент двухволнового усиления $\Gamma(d)$. Коэффициент Γ_{\perp}^+ при положительном эффективном электрооптическом коэффициенте $r_{\text{eff}}(x)$ (штриховая кривая 3) может быть как больше, так и меньше коэффициента Γ_{\perp}^- при отрицательном $r_{\text{eff}}(x)$ (сплошная кривая 3).

4. Влияние внешнего электрического поля на эффективность перекачки энергии при поперечной геометрии

Характерной особенностью поперечной геометрии взаимодействия при большом внешнем электрическом поле $E_0 \sim 10 \text{ кВ/см}$ является усиление слабой сигнальной волны при обеих ориентациях образца, получающихся друг из друга его поворотом вокруг вертикальной оси (см. рис.3). Однако при уменьшении E_0 такая неоднаправленность перекачки энергии нарушается. Численный анализ показывает, что для приведенных выше параметров кристалла $\text{Vi}_{12}\text{TiO}_{20}$ и используемого в расчетах значения пространственного периода фоторефрактивной решетки $\Lambda = 17 \text{ мкм}$ неоднаправленный энергообмен становится возможным при всех x , если напряженность внешнего поля превышает $E_{\text{min}} = 1.73 \text{ кВ/см}$.

На рис.4 для случая, когда положительное направление оси z совпадает с кристаллографической осью $[1\bar{1}0]$, $d = 1 \text{ см}$ и концентрация акцепторов $N_a = 10^{21} \text{ м}^{-3}$, показана зависимость суммарного коэффициента двухволнового усиления Γ , его однонаправленной (Γ_{\parallel}) и неоднаправленной (Γ_{\perp}) составляющих от напряженности внешнего электрического поля E_0 . При линейной, ортогональной плоскости падения, поляризации волны накачки на границе $x = 0$ эффективный электрооптический

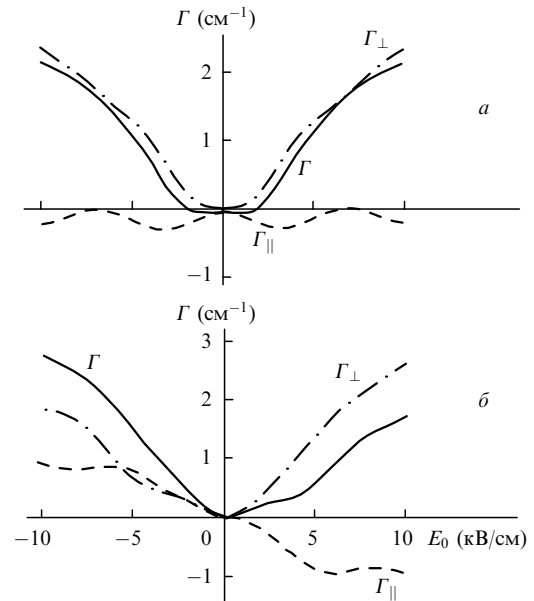


Рис.4. Зависимости коэффициента двухволнового усиления Γ , его однонаправленной (Γ_{\parallel}) и неоднаправленной (Γ_{\perp}) составляющих от напряженности внешнего электрического поля для поперечной геометрии взаимодействия в кристалле $\text{Vi}_{12}\text{TiO}_{20}$ толщиной 1 см в случае линейной (а) и циркулярной (б) поляризации падающих волн.

коэффициент (19) является симметричной функцией E_0 ($r_{\text{eff}}(E_0) = r_{\text{eff}}(-E_0)$), а интеграл (13) – антисимметричной ($X(E_0) = -X(-E_0)$). В этом случае (см. формулы (16) и (17)) обе составляющие коэффициента Γ являются симметричными функциями E_0 , что демонстрирует рис.4,а. Видно, что составляющая Γ_{\perp} при небольших внешних полях $|E_0| < 1.73 \text{ кВ/см}$ меньше модуля составляющей Γ_{\parallel} , которая является отрицательной. В этой области значений E_0 сигнальная волна ослабляется за счет взаимодействия с опорной. Если положительное направление оси z совпадает с кристаллографической осью $[1\bar{1}0]$, то сигнальная волна усиливается за счет как однонаправленного, так и неоднаправленного энергообмена. При этой ориентации образца $\Gamma > 0$ для всех E_0 .

При правой (rig) или левой (lef) круговой поляризации падающих на кристалл волн эффективный электрооптический коэффициент может быть представлен в форме

$$r_{\text{eff rig, eff lef}}^{[110]}(x) = \pm r_{41} \frac{\beta}{1 + \beta^2} \left\{ 1 - \frac{\sin[2\rho x(1 + \beta^2)^{1/2}]}{2\rho x(1 + \beta^2)^{1/2}} \right\}, \quad (20)$$

из которой следует, что он является антисимметричной функцией внешнего поля ($\beta_0 \sim E_0$). При этом зависимости от E_0 коэффициента двухволнового усиления Γ и его неоднаправленной составляющей Γ_{\perp} на рис.4,б содержат как симметричные, так и антисимметричные компоненты. В области положительных E_0 коэффициент Γ_{\perp} больше модуля коэффициента Γ_{\parallel} , который здесь отрицателен, и слабая световая волна усиливается при любом E_0 . Эффективность перекачки энергии при отрицательном внешнем поле E_0 выше, а при положительном – ниже, чем при линейной поляризации падающих на кристалл волн (ср. с рис.4,а). При круговой поляризации падающих волн перекачка энергии остается неоднаправленной при любой толщине образца d и любом E_0 . В этом случае поворот образца вокруг оси $[110]$ на 180° не изменяет коэффициента двухволнового усиления.

5. Энергообмен при произвольном коэффициенте модуляции

Применение полученных выше общих соотношений для анализа поляризационной структуры и интенсивности слабой сигнальной волны при ее взаимодействии с опорной волной на фоторефрактивной решетке в кубическом гиротропном кристалле во внешнем постоянном электрическом поле ограничено приближением заданного светового поля волны накачки. Это приближение справедливо при малом коэффициенте модуляции интерференционной картины $m(x) \ll 1$. Полная система уравнений связанных волн (5)–(8) была получена в пренебрежении нелинейными по $m(x)$ поправками к амплитуде поля пространственного заряда, поэтому ее численное интегрирование не дает описания всей картины взаимодействия при больших коэффициентах модуляции. Однако экстраполяция решений этих уравнений на случай $m(x) \sim 1$ позволяет проследить характер изменений, происходящих при выравнивании интенсивностей взаимодействующих световых волн.

На рис.5 для разных коэффициентов модуляции m_0 на границе $x = 0$ показаны зависимости коэффициента двухволнового усиления от длины взаимодействия, рассчитанные по известной формуле [4, 8, 9]

$$\Gamma_{sd} = \frac{1}{x} \ln \left[\frac{|S_1^{sd}(x)|^2 + |S_2^{sd}(x)|^2}{|S_{10}|^2 + |S_{20}|^2} \frac{|R_{10}|^2 + |R_{20}|^2}{|R_1^{sd}(x)|^2 + |R_2^{sd}(x)|^2} \right], \quad (21)$$

где индекс sd означает, что скалярные амплитуды собственных волн являются решением самосогласованной задачи самодифракции (3), (5)–(8) и удовлетворяют закону сохранения энергии (9). Расчеты сделаны для поперечной геометрии при концентрации акцепторов $N_a = 10^{21} \text{ м}^{-3}$ и приведенных выше параметрах кристалла $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$. На рис.5, как и на рис.3, сплошные кривые соответствуют ориентации образца, при которой положительное направление оси z совпадает с кристаллографической осью $[110]$, а штриховые – ориентации образца, при которой ось z направлена вдоль оси $[1\bar{1}0]$ кристалла.

Как видно из рис.5, неоднаправленный энергообмен наблюдается при всех $m_0 < 1$ и только при $m_0 = 1$ зависимости коэффициента двухволнового усиления Γ_{sd} , рассчитанные для противоположных направлений оси z , симметричны относительно оси абсцисс. Это соответ-

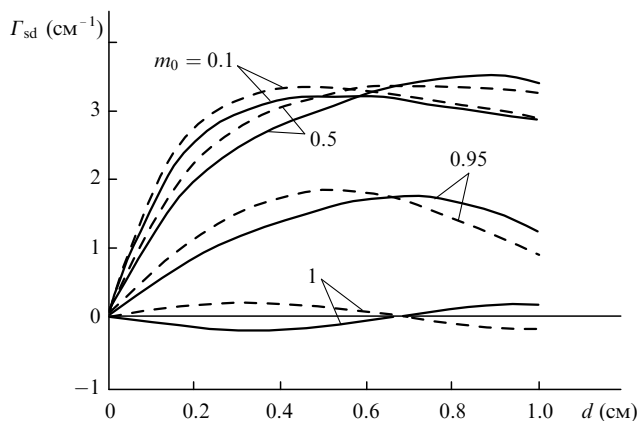


Рис.5. Зависимости коэффициента двухволнового усиления от толщины образца кристалла $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ для разных коэффициентов модуляции m_0 интерференционной решетки на входной грани в случае линейной поляризации падающей волны.

ствует исчезновению неоднаправленной перекачки энергии при равных интенсивностях падающих на кристалл волн.

Следует отметить немонотонную зависимость величины Γ_{sd} от m_0 для образцов толщиной $d > 0.55$ см, которая, как показал численный анализ, обусловлена вкладом в энергообмен локальной компоненты (E') поля пространственного заряда. Немонотонная зависимость коэффициента двухволнового усиления от отношения интенсивностей световых пучков на входной грани образца не является характерной для большинства экспериментальных и теоретических исследований двухволнового взаимодействия в фоторефрактивных кристаллах [8, 9, 22, 23]. Исключение здесь составляют эксперименты по двухволновому взаимодействию в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ во внешнем меандровом поле, проведенные авторами недавней работы [24]. Однако наличие точки перегиба в зависимости $\Gamma(m_0)$ связывается в этой работе с влиянием нелинейных по коэффициенту модуляции поправок к амплитуде первой гармоники поля пространственного заряда.

6. Заключение

Таким образом, анализ стационарного симметричного двухволнового взаимодействия в кубическом гиротропном кристалле показал возможность эффективного энергообмена на несмещенной составляющей пропускающей фоторефрактивной решетки. Вклад такого энергообмена в интенсивность слабой световой волны всегда положителен и обусловлен появлением в ее поляризационной структуре компоненты, поляризация которой ортогональна поляризации сильной волны накачки. В частном случае взаимодействия в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$, когда вектор решетки ориентирован вдоль оси $[\bar{1}10]$ и световые волны, распространяющиеся в плоскости (001), поляризованы ортогонально этой плоскости или имеют круговую поляризацию, коэффициент неоднаправленной перекачки энергии может превышать коэффициент однонаправленной при любой толщине образца, если внешнее поле превышает пороговое, определяемое фоторефрактивными параметрами образца и пространственным периодом решетки. При одинаковой интенсивности световых волн на границе кристалла вклад неоднаправленного энергообмена в коэффициент двухволнового усиления равен нулю.

1. Chen F.S. *Appl. Phys.*, **40**, 3389 (1969).
2. Vahey D.W. *Appl. Phys.*, **46**, 3510 (1975).
3. Kukhtarev N.V., Markov V.B., Odulov S.G. *Optics Comms*, **23**, 338 (1977).
4. Стурман Б.И. *ЖТФ*, **48**, 1010 (1978).
5. Kukhtarev N.V., Markov V.B., Odulov S.G., Soskin M.S., Vinetskiy V.L. *Ferroelectrics*, **22**, 949 (1979).
6. Кухтарев Н.В., Марков В.Б., Одулов С.Г. *ЖТФ*, **50**, 1905 (1980).
7. Solymar L., Heaton J.M. *Optics Comms*, **51**, 338 (1984).
8. Gunter P., Huignard J.P. (Eds) *Photorefractive materials and their applications* (Berlin–Heidelberg, Springer-Verlag, 1988, v. I, 1989, v. II).
9. Петров М.П., Степанов С.И., Хоменко А.В. *Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике* (С.-Пб., Наука, 1992).
10. Литвинов Р.В., Шандаров С.М. *Оптика и спектроскопия*, **83**, 334 (1997).
11. Shamonina E., Kamenov V.P., Ringhofer K.H., Cedilink G., Kiesling A., Kowarschic R. *J. Opt. Soc. Amer. B*, **15**, 2552 (1998).
12. Shepelevich V.V., Hu Y., Firsov A., Shamonina E., Ringhofer K.H. *Appl. Phys. B*, **68**, 923 (1999).

13. Hu Y., Ringhofer K.H., Sturman V.I. *Appl.Phys.B*, **68**, 931 (1999).
14. Красноперов В.Ю., Литвинов Р.В., Шандаров С.М. *ФТТ*, **41**, 632 (1999).
15. Sturman V.I., Podivilov E.V., Ringhofer K.H., Shamonina E., Kamenov V.P., Nippolainen E., Prokfiiev V.V., Kamshilin A.A. *Phys.Rev.E*, **60**, 3332 (1999).
16. Шепелевич В.В., Фирсов А.А. *Квантовая электроника*, **30**, 60 (2000).
17. Литвинов Р.В., Шандаров С.М., Чистяков С.Г. *ФТТ*, **42**, 1397 (2000).
18. Одулов С.Г., Соскин М.С., Хижняк А.И. *Лазеры на динамических решетках* (М., Наука, 1990).
19. Yeh P. *Proc.IEEE*, **80**, 436 (1992).
20. Литвинов Р.В., Полковников С.И., Шандаров С.М. *Квантовая электроника*, **31**, 167 (2001).
21. Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П. *Основы кристаллофизики* (М., Наука, 1975).
22. Millerd J.E., Garmire E.M., Klein M.B., Wecher B.A., Strohkendl F.P., Brost G.A. *J.Opt.Soc.Amer.B*, **9**, 1449 (1992).
23. Кобозев О.В., Мандель А.Е., Шандаров С.М., Петров С.А., Каргин Ю.Ф. *Квантовая электроника*, **30**, 514 (2000).
24. Шандаров С.М., Красноперов В.Ю., Каргашов В.А., Веретенников С.Ю., Мандель А.Е., Каргин Ю.Ф., Литвинов Р.В., Питченко С.Н. *Неорганические материалы*, **37**, 728 (2001).