PACS 42.65.Ky; 42.70.Qs

Внутрирезонаторное квазисинхронное самопреобразование частоты оптического излучения в кристалле $Nd:Mg:LiNbO_3$ с регулярной доменной структурой

Г.Д.Лаптев*, А.А.Новиков**

Развита теория внутрирезонаторного квазисинхронного самопреобразования частот в активно-нелинейной среде с регулярной доменной структурой. Изучены процессы квазисинхронного самоудвоения частоты, самоделения частоты пополам и сложения частот с участием волны накачки в кристалле $Nd:Mg:LiNbO_3$ с регулярной доменной структурой. Исследованы зависимости эффективности нелинейно-оптических преобразований в рассматриваемых процессах от коэффициента отражения выходного зеркала и линейных потерь в среде.

***Ключевые слова**: самоудвоение и самоделение частоты, квазисинхронная генерация, активно-нелинейные кристаллы с регулярной доменной структурой.*

1. Введение

Широкое применение компактных и надежных лазеров, генерирующих в сине-зеленой, красной и ИК областях спектра, стимулирует исследования так называемых активно-нелинейных кристаллов, в которых ионы редкоземельных элементов (Nd, Er, Yb) обеспечивают активные (лазерные) свойства кристалла, а матрица выполняет роль нелинейной среды [1 – 4]. Последние достижения в области самопреобразования частоты связаны с появлением новых активно-нелинейных кристаллов, обладающих наряду с высокой нелинейностью и высокой концентрацией редкоземельных элементов высоким порогом оптического повреждения и хорошими механическими характеристиками [5 – 7].

Несомненный интерес представляет возможность использования в качестве активно-нелинейной среды кристалла с регулярной доменной структурой (РДС), позволяющей реализовывать квазисинхронные волновые взаимодействия. Достоинством такого кристалла является возможность некритичного по температуре фазового согласования взаимодействующих волн даже тогда, когда условия обычного фазового синхронизма невыполнимы [8, 9].

Использование селективной накачки в сочетании с техникой квазисинхронных волновых взаимодействий расширяет наши возможности, позволяя реализовать в активно-нелинейном кристалле различные трехчастотные волновые взаимодействия с участием лазерного излучения и волны накачки. Это обеспечивает новые схемные решения для лазеров с самопреобразованием частоты, которые могут применяться в системах оптической памяти, лазерных дисплеях, цифровой печати высокого разрешения, телекоммуникациях.

В настоящей работе представлена теория внутрирезонаторных трехчастотных волновых квазисинхронных взаимодействий в активно-нелинейном кристалле $Nd:Mg:LiNbO_3$ с РДС и детально проанализированы самоудвоение, деление пополам и сложение частот с участием волны накачки.

2. Теоретический подход и система уравнений

Анализ внутрирезонаторных трехчастотных волновых взаимодействий в активно-нелинейном кристалле $Nd:Mg:LiNbO_3$ с РДС проведем следующим образом. Вначале рассмотрим систему укороченных уравнений, описывающих нелинейные трехчастотные волновые взаимодействия в среде с РДС, а потом добавим в одно из уравнений этой системы слагаемое, ответственное за усиление рассматриваемой волны активной средой, и дополним полученную систему уравнением, описывающим динамику инверсной населенности в активной среде. С помощью полученной системы уравнений, учитывающей одновременно нелинейные и активные свойства кристалла, проанализируем три частных случая самопреобразования частоты в активно-нелинейной среде (самоудвоение частоты, самоделение частоты пополам и сложение частот с участием волны накачки). При анализе будем полагать, что активно-нелинейный кристалл с РДС помещен в резонатор, образованный нанесенными на торцы кристалла плоскими зеркалами, расположенными соответственно при $z = 0$ и $z = L$ (рис.1).

Система укороченных уравнений для трехчастотного ($\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$) нелинейного взаимодействия плоских волн в первом приближении теории дисперсии [10], записанная для квадратов модулей амплитуд и фаз волн, в среде с РДС будет иметь вид

$$\pm\frac{\partial S_{1,2}^{\pm}}{\partial z}+\frac{1}{u_{1,2}}\frac{\partial S_{1,2}^{\pm}}{\partial t}+\alpha_{1,2}S_{1,2}^{\pm} = -g(z)\beta_{1,2}(S_1^{\pm}S_2^{\pm}S_3^{\pm})^{1/2}\sin\left(\Theta^{\pm}\mp\Delta kz\right), \quad (1)$$

*Международный учебно-научный лазерный центр МГУ им. М.В. Ломоносова, Россия, 119899 Москва, Воробьевы горы

**Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119899 Москва, Воробьевы горы

Поступила в редакцию 16 апреля 2001 г., после доработки – 17 июля 2001 г.

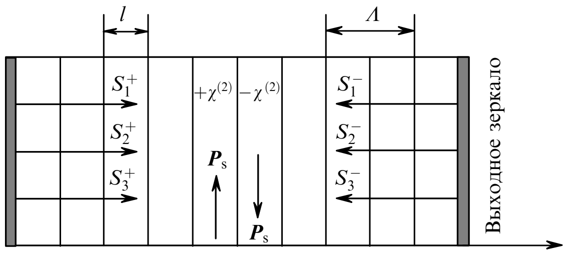

Рис.1. Схематическое изображение активно-нелинейной среды с РДС, помещенной внутрь резонатора (Λ – период РДС, l – толщина слоя, $\boldsymbol{P}_s$ – вектор спонтанной поляризации среды).

$$\pm\frac{\partial S_3^{\pm}}{\partial z}+\frac{1}{u_3}\frac{\partial S_3^{\pm}}{\partial t}+\alpha_3 S_3^{\pm}$$

$$=g(z)\beta_3(S_1^{\pm}S_2^{\pm}S_3^{\pm})^{1/2}\sin(\Theta^{\pm}\mp\Delta kz), \qquad (2)$$

$$\pm\frac{\partial\Theta^{\pm}}{\partial z}+\left(\frac{1}{u_3}-\frac{1}{u_2}-\frac{1}{u_1}\right)\frac{\partial\Theta^{\pm}}{\partial t}$$

$$=\frac{g(z)}{2}(S_1^{\pm}S_2^{\pm}S_3^{\pm})^{1/2}\left(\frac{\beta_3}{S_3^{\pm}}-\frac{\beta_2}{S_2^{\pm}}-\frac{\beta_1}{S_1^{\pm}}\right)\cos(\Theta^{\pm}\mp\Delta kz), \qquad (3)$$

где $\Theta^{\pm}=\varphi_3^{\pm}-\varphi_2^{\pm}-\varphi_1^{\pm}$ – разность фаз; $S_j^{\pm}$ и $\varphi_j^{\pm}$ – медленно меняющиеся квадрат модуля амплитуды и фаза волны с частотой ω_j, распространяющейся соответственно вдоль оси z («+») и в противоположном направлении («–») (рис.1); $\beta_j=4\pi\omega_j(\boldsymbol{e}_j d^{(2)}\boldsymbol{e}_i\boldsymbol{e}_k)/cn_j$ – коэффициент нелинейной связи; $d^{(2)}$ – тензор нелинейной восприимчивости среды второго порядка; c – скорость света в вакууме; $\Delta k=k_1+k_2-k_3$ – фазовая расстройка; $\boldsymbol{e}_j$, n_j, u_j и $\boldsymbol{k}_j$ – соответственно единичный вектор поляризации, показатель преломления, групповая скорость и волновой вектор волны с частотой ω_j; $g(z)=(-1)^{M(z)}$ – знакопеременная функция, характеризующая модуляцию нелинейной восприимчивости с периодом $\Lambda=2l$; $M(z)=[z/l+1]$ – номер слоя среды; l – толщина отдельного слоя; $L=N_0\Lambda=2N_0 l$ – длина резонатора; $2N_0$ – число доменов; коэффициент α_j характеризует линейные потери в активно-нелинейной среде; $j=1,2,3$. При выполнении условий квазисинхронизма $\Delta k=2\pi m/\Lambda$, где m – нечетное число (порядок квазисинхронизма).

Усредним обе части уравнений (1)–(3) по длине резонатора с учетом малого изменения $S_j^{\pm}$ и $\varphi_j^{\pm}$ на этой длине. Такой подход оправдан при условии, что длина активно-нелинейного кристалла с РДС много меньше характерной длины нелинейного взаимодействия. В диапазоне исследуемых нами параметров кристалла и резонатора (а они близки к реальным параметрам эксперимента) данное условие выполняется. Возникающие при усреднении интегралы вида

$$\frac{1}{L}\int_0^L g(z)\sin(\Theta^{\pm}\mp\Delta kz)\mathrm{d}z \quad \text{и} \quad \frac{1}{L}\int_0^L g(z)\cos(\Theta^{\pm}\mp\Delta kz)\mathrm{d}z$$

берутся с помощью послойного счета. Так, например,

$$\frac{1}{L}\int_0^L g(z)\sin(\Theta^{\pm}\mp\Delta kz)\mathrm{d}z=$$

$$=\frac{1}{L}\mathrm{Im}\left[\exp(\mathrm{i}\Theta^{\pm})\int_0^L g(z)\exp(\mp\mathrm{i}\Delta kz)\mathrm{d}z\right]$$

$$=\frac{1}{L}\mathrm{Im}\left[\exp(\mathrm{i}\Theta^{\pm})\sum_{N=0}^{2N_0-1}(-1)^N\int_{Nl}^{(N+1)l}\exp(\mp\mathrm{i}\Delta kz)\mathrm{d}z\right]$$

$$=\pm\tan(\Delta k\Lambda/4)\mathrm{sinc}(\Delta kL/2)\cos(\Theta^{\pm}\mp\Delta kL/2).$$

Пренебрегая различием групповых и фазовых скоростей ($u_j\approx c/n_j$) и вводя безразмерные интенсивности в виде $I_j^{\pm}=cn_jS_j^{\pm}/8\pi I_s$ (где I_s – интенсивность насыщения активной среды), получаем систему уравнений для усредненных по длине резонатора безразмерных интенсивностей $I_j^{\pm}$ и разности фаз $\Psi^{\pm}=\varphi_3^{\pm}-\varphi_2^{\pm}-\varphi_1^{\pm}\mp\Delta kL/2$:

$$\pm\frac{2}{n_{1,2}T_c}\left[I_{1,2}^{\pm}(L)-I_{1,2}^{\pm}(0)+I_{1,2}^{\pm}\alpha_{1,2}L\right]+\frac{\mathrm{d}I_{1,2}^{\pm}}{\mathrm{d}t}$$

$$=\mp\frac{1}{n_{1,2}T_c}\left(\mu_{1,2}I_1^{\pm}I_2^{\pm}I_3^{\pm}\right)^{1/2}\cos\Psi^{\pm}, \qquad (4)$$

$$\pm\frac{2}{n_3T_c}\left[I_3^{\pm}(L)-I_3^{\pm}(0)+I_3^{\pm}\alpha_3L\right]+\frac{\mathrm{d}I_3^{\pm}}{\mathrm{d}t}$$

$$=\pm\frac{1}{n_3T_c}\left(\mu_3I_1^{\pm}I_2^{\pm}I_3^{\pm}\right)^{1/2}\cos\Psi^{\pm}, \qquad (5)$$

$$\pm\frac{2}{T_c}\left[\Psi^{\pm}(L)-\Psi^{\pm}(0)\right]+(n_1+n_2-n_3)\frac{\mathrm{d}\Psi^{\pm}}{\mathrm{d}t}$$

$$=\pm\frac{(I_1^{\pm}I_2^{\pm}I_3^{\pm})^{1/2}}{2T_c}\left(\frac{\sqrt{\mu_3}}{I_3^{\pm}}-\frac{\sqrt{\mu_2}}{I_2^{\pm}}-\frac{\sqrt{\mu_1}}{I_1^{\pm}}\right)\sin\Psi^{\pm}, \qquad (6)$$

где $T_c=2L/c$ – время обхода светом пустого резонатора; $\mu_j=2048\pi^5L^2I_s(\boldsymbol{e}_jd^{(2)}\boldsymbol{e}_i\boldsymbol{e}_k)^2\tan^2(\Delta k\Lambda/4)\mathrm{sinc}^2(\Delta kL/2)/cn_1\times n_2n_3\lambda_j^2$. Появление множителя $\tan^2(\Delta k\Lambda/4)$ связано с периодической модуляцией нелинейной восприимчивости среды. В случае точного квазисинхронизма имеем $\tan^2(\Delta k\Lambda/4)\mathrm{sinc}^2(\Delta kL/2)=4/\pi^2m^2$.

Будем полагать, что левое зеркало на рис.1 полностью отражает излучение с частотой ω_j, а правое (выходное) зеркало имеет коэффициент отражения по интенсивности R_j для волны с частотой ω_j. В этом случае система (4)–(6) дополняется следующими граничными условиями:

$$I_j^-(L)=R_jI_j^+(L), \quad I_j^-(0)=I_j^+(0),$$

$$\Psi^+(L)=\Psi^-(L)-\pi-\Delta kL-\delta\Psi_L, \qquad (7)$$

$$\Psi^+(0)=\Psi^-(0)-\pi-\Delta kL+\delta\Psi_0,$$

где $\delta\Psi_{0,L}$ – дополнительные фазовые сдвиги, вносимые соответственно левым и правым зеркалами резонатора; $\delta\Psi=\delta\Psi_L+\delta\Psi_0$ – суммарный фазовый сдвиг. В силу малости изменения интенсивностей и фаз волн на длине резонатора

$$I_j^-=R_jI_j^+=R_jI_j, \quad \Psi^+=\Psi^--\pi-\Delta kL-\delta\Psi=\Psi \qquad (8)$$

и система (4)–(6) с учетом (7) преобразуется к виду

$$\frac{dI_{1,2}}{dt} = \frac{1}{n_{1,2}T_c}\left[-v_{1,2}I_{1,2} - (\varepsilon_{1,2}I_1I_2I_3)^{1/2}\sin(\varphi+\theta)\right], \quad (9)$$

$$\frac{dI_3}{dt} = \frac{1}{n_3T_c}\left[-v_3I_3 + (\varepsilon_3I_1I_2I_3)^{1/2}\sin(\varphi+\theta)\right], \quad (10)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{(I_1I_2I_3)^{1/2}}{2(n_1+n_2-n_3)T_c}\left[\frac{\sqrt{\xi_2}}{I_2}\cos(\varphi+\psi_2)\right.$$

$$\left.+\frac{\sqrt{\xi_1}}{I_1}\cos(\varphi+\psi_1) - \frac{\sqrt{\xi_3}}{I_3}\cos(\varphi+\psi_3) + \frac{2\delta\Psi}{(I_1I_2I_3)^{1/2}}\right], \quad (11)$$

где $v_j = 2(1-R_j)/(1+R_j) + 2\alpha_jL$ – безразмерные линейные потери для волны с частотой ω_j внутри резонатора;

$$\theta = \arcsin\left\{\frac{[1+(R_1R_2R_3)^{1/2}]\cos(\Delta kL/2+\delta\Psi/2)}{[1+R_1R_2R_3+2(R_1R_2R_3)^{1/2}\cos(\Delta kL+\delta\Psi)]^{1/2}}\right\};$$

$$\varepsilon_j = \frac{\mu_j[1+R_1R_2R_3+2(R_1R_2R_3)^{1/2}\cos(\Delta kL+\delta\Psi)]}{(1+R_j)^2};$$

$$\psi_j =$$

$$\arcsin\left\{\frac{[1+(R_1R_2R_3/R_j^2)^{1/2}]\cos(\Delta kL/2+\delta\Psi/2)}{[1+R_1R_2R_3/R_j^2+2\cos(\Delta kL+\delta\Psi)(R_1R_2R_3/R_j^2)^{1/2}]^{1/2}}\right\};$$

$$\varphi = \Psi^+ + \Delta kL/2 + \delta\Psi/2;$$

$$\xi_j = \frac{\mu_j[1+R_1R_2R_3/R_j^2+2\cos(\Delta kL+\delta\Psi)(R_1R_2R_3/R_j^2)^{1/2}]}{4}.$$

Система уравнений (9)–(11) описывает нелинейное взаимодействие волн без учета активных свойств среды. Как указывалось выше, данную систему уравнений необходимо несколько видоизменить с учетом активных свойств среды. Активные свойства среды описывает система уравнений Статца–Де Марса [11], которая в безразмерном виде выглядит так:

$$\frac{d\left(I_q^+ + I_q^-\right)}{dt} = \frac{v_q\left(I_q^+ + I_q^-\right)}{n_qT_c}(N-1), \quad (12)$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{T_1}\left[1+\eta - N\left(I_q^+ + I_q^- + 1\right)\right], \quad (13)$$

где N – отношение плотности инверсной населенности к пороговой; $1+\eta = P_{\rm pump}/P_{\rm th}$ – отношение мощности накачки к пороговой; T_1 – время релаксации инверсной населенности; $I_q^{\pm} = cn_qS_q^{\pm}/8\pi I_s$ – безразмерная интенсивность волны с частотой ω_q, усиливающейся в активной среде. В нашем случае $q = 1$ либо 2, либо 3 (усиливается одна из трех взаимодействующих волн). С учетом (8) систему уравнений (12), (13) перепишем в виде

$$\frac{dI_q}{dt} = \frac{v_qI_q}{n_qT_c}(N-1), \quad (14)$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{T_1}\left[1+\eta - N(I_q + I_qR_q + 1)\right]. \quad (15)$$

Система уравнений (9)–(11), (14), (15) описывает трехчастотное квазисинхронное нелинейное взаимодействие волн в активно-нелинейной среде с РДС и является обобщением уравнений для самоудвоения частоты [12] на случай произвольных R_j и квазисинхронных волновых взаимодействий. При этом правую часть уравнения (14) следует подставить в одно из уравнений (9) или (10) вместо слагаемого v_jI_j/n_jT_c в зависимости от того, волна с какой частотой – $\omega_{1,2}$ или ω_3 – усиливается активной средой.

Далее мы рассмотрим три частных случая: 1) генерацию удвоенной частоты в активно-нелинейной среде $\omega+\omega\to 2\omega$ (самоудвоение); 2) генерацию субгармоники в активно-нелинейной среде $\omega\to\omega/2+\omega/2$ (самоделение частоты пополам); 3) сложение частот с участием волны накачки $\omega+\omega_{\rm pump}\to\omega_{\rm sum}$. В рассматриваемых случаях в активной среде усиливается волна с частотой ω.

3. Квазисинхронное самоудвоение частоты

Рассмотрим квазисинхронное самоудвоение частоты $\omega+\omega = 2\omega$. В этом случае $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, $\omega_3 = 2\omega$, $\lambda = 2\pi c/\omega$ и уравнения (9)–(11), (14), (15) с учетом того, что в активной среде усиливается волна с частотой ω_1, принимают вид

$$\frac{dI_1}{dt} = \frac{I_1}{n_1T_c}\left[v_1(N-1) - (\varepsilon_1I_3)^{1/2}\sin(\varphi+\theta)\right], \quad (16)$$

$$\frac{dI_3}{dt} = \frac{1}{n_3T_c}\left[-v_3I_3 + (\varepsilon_3I_3)^{1/2}I_1\sin(\varphi+\theta)\right], \quad (17)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{I_1\sqrt{I_3}}{2(2n_1-n_3)T_c}\left[\frac{2\sqrt{\xi_1}}{I_1}\cos(\varphi+\psi_1)\right.$$

$$\left.-\frac{\sqrt{\xi_3}}{I_3}\cos(\varphi+\psi_3)\right] + \frac{\delta\Psi}{(2n_1-n_3)T_c}, \quad (18)$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{T_1}[1+\eta - N(I_1 + I_1R_1 + 1)], \quad (19)$$

где $I_{1,3}$ – безразмерная интенсивность волн первой и второй гармоник соответственно.

Полагая резонатор высокодобротным для волны с частотой ω ($R_1 = R_2 = 1$), получаем

$$\varepsilon_1 = \mu_1[1+R_3+2\sqrt{R_3}\cos(\Delta kL)]/4,$$

$$\varepsilon_3 = \mu_3[1+R_3+2\sqrt{R_3}\cos(\Delta kL)]/(1+R_3)^2,$$

$$\xi_1 = \mu_1[1+R_3+2\sqrt{R_3}\cos(\Delta kL+\delta\Psi)]/4,$$

$$\xi_3 = \mu_3[1+1/R_3+2\cos(\Delta kL+\delta\Psi)/\sqrt{R_3}]/4,$$

$$\theta = \psi_{1,3} = \arcsin\left\{\frac{(1+\sqrt{R_3})\cos(\Delta kL/2+\delta\Psi/2)}{[(1+R_3+2\sqrt{R_3}\cos(\Delta kL+\delta\Psi)]^{1/2}}\right\}.$$

При $\delta\Psi = 0$ система (16)–(19) имеет два стационарных решения:

$$I_3 = \frac{\varepsilon_3}{4v_3^2}\left\{-v_1v_3(\varepsilon_1\varepsilon_3)^{-1/2} - 1/2\right.$$

$$\left.+\left[\left(v_1v_3(\varepsilon_1\varepsilon_3)^{-1/2}+1/2\right)^2 + 2\eta v_1v_3(\varepsilon_1\varepsilon_3)^{-1/2}\right]^{1/2}\right\}^2, \quad (20)$$

$$I_3 = \frac{4v_1\eta\sqrt{R_3} - v_3(1+R_3)}{4\sqrt{R_3}\left[4v_1\sqrt{R_3} + v_3(1+R_3)\right]}. \qquad (21)$$

В зависимости от значений параметров $v_{1,3}$, $\varepsilon_{1,3}$, R_3 и η реализуется одно из двух стационарных решений. При этом решение (20) существует при всех значениях параметров $v_{1,3}$, $\varepsilon_{1,3}$, R_3, η, а решение (21) – только при $4v_1\eta\sqrt{R_3} \geqslant v_3(1+R_3)$. В случае $R_1 = R_2 = 1$ и $\delta\Psi \neq 0$ система (16)–(19) не имеет простого аналитического решения для интенсивности второй гармоники.

На рис.2, 3 представлены характерные зависимости, соответствующие устойчивым ветвям решений (20) и (21). Из них видно, что существует оптимальный коэффициент отражения $R_{2\omega}$ выходного зеркала для волны второй гармоники, при котором выходная мощность второй гармоники максимальна. Расчеты проведены для кристалла Nd:Mg:LiNbO$_3$ с длиной $L = 0.5$ см и периодом РДС $\Lambda = 7$ мкм, помещенного в двойной резонатор, одно из зеркал которого имеет коэффициенты отражения $R_\omega = R_{2\omega} = 100\,\%$, а другое – $R_\omega = 100\,\%$ и $R_{2\omega} < 100\,\%$. Предполагается, что в кристалле реализуется ее–е-взаимодействие, в котором задействован наибольший для ниобата лития нелинейный коэффициент d_{33}, при $\lambda = 2\pi c/\omega = 1.084$ мкм, $I_s = 10$ кВт/см^2 (рассчитано по данным работы [4]), $P_{th} = 0.1$ Вт, радиусе пучка в резонаторе $r_0 = 10^{-4}$ м.

4. Квазисинхронное самоделение частоты пополам

Рассмотрим теперь квазисинхронное деление частоты пополам $\omega = \omega/2 + \omega/2$. В этом случае $\omega_1 = \omega_2 = \omega/2$, $\omega_3 = \omega$, $\lambda = 2\pi c/\omega$ и уравнения (9)–(11), (14), (15) с учетом того, что в активной среде усиливается волна с частотой ω_3, принимают вид

$$\frac{dI_1}{dt} = \frac{I_1}{n_1 T_c}\left[-v_1 - (\varepsilon_1 I_3)^{1/2}\sin(\varphi+\theta)\right], \qquad (22)$$

$$\frac{dI_3}{dt} = \frac{1}{n_3 T_c}\left[v_3 I_3(N-1) + (\varepsilon_3 I_3)^{1/2} I_1 \sin(\varphi+\theta)\right], \qquad (23)$$

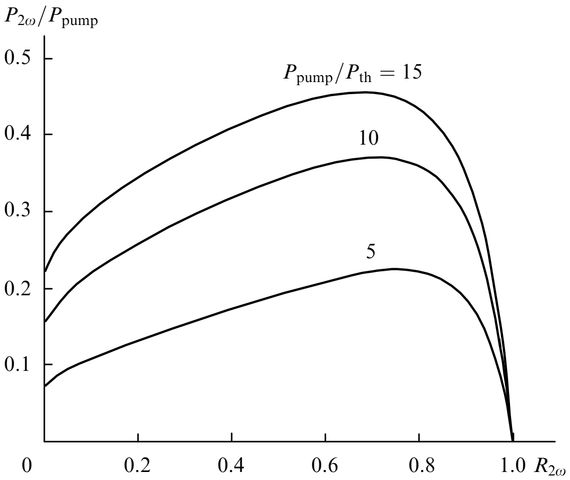

Рис.2. Зависимости нормированной мощности второй гармоники на выходе из резонатора от коэффициента отражения выходного зеркала для второй гармоники при разных мощностях накачки ($v_1 = 0.08$, $\alpha_{2\omega} = 0.1$ см$^{-1}$, $m = 1$).

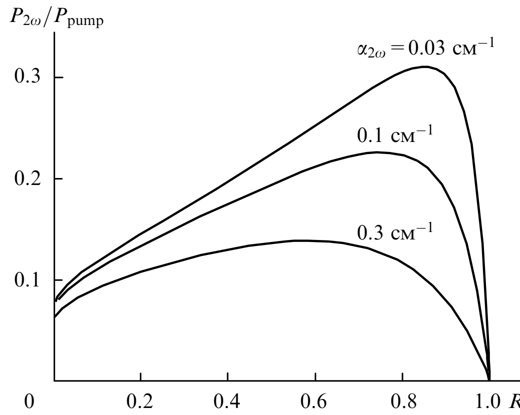

Рис.3. Зависимости нормированной мощности второй гармоники на выходе из резонатора от коэффициента отражения выходного зеркала для второй гармоники при разных линейных потерях $\alpha_{2\omega}$ ($v_1 = 0.08$, $P_{pump}/P_{th} = 5$, $m = 1$).

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{I_1\sqrt{I_3}}{2(2n_1 - n_3)T_c}\left[\frac{2\sqrt{\xi_1}}{I_1}\cos(\varphi+\psi_1) - \frac{\sqrt{\xi_3}}{I_3}\cos(\varphi+\psi_3)\right] + \frac{\delta\Psi}{(2n_1 - n_3)T_c}, \qquad (24)$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{T_1}\left[1 + \eta - N(I_3 + I_3 R_3 + 1)\right], \qquad (25)$$

где $I_{1,3}$ – безразмерные интенсивности волн с частотами $\omega/2$ и ω соответственно. При параметрической генерации низкочастотной волны резонатор должен быть высокодобротным для волн с частотами $\omega/2$ и ω одновременно ($R_1 = R_2 \approx 1$, $R_3 = 1$). Для такого резонатора имеем

$$\varepsilon_1 = \mu_1\left[1 + R_1^2 + 2R_1\cos(\Delta kL + \delta\Psi)\right]/(1+R_1)^2,$$

$$\varepsilon_3 = \xi_3 = \mu_3\left[1 + R_1^2 + 2R_1\cos(\Delta kL + \delta\Psi)\right]/4,$$

$$\xi_1 = \mu_1\left[1 + \cos(\Delta kL + \delta\Psi)\right]/2,$$

$$\theta = \psi_3 \approx \psi_1 \approx (\pi - \Delta kL - \delta\Psi)/2.$$

При $\delta\Psi = 0$ система (22)–(25) имеет два стационарных решения для интенсивности I_1:

$$I_1 = \frac{v_1 v_3\left(\eta\varepsilon_1 - 2v_1^2\right)}{(\varepsilon_1\varepsilon_3)^{1/2}\left(\varepsilon_1 + 2v_1^2\right)}, \qquad (26)$$

$$I_1 = \frac{\eta v_3 R_1^{1/2} - v_1(1+R_1)}{v_3 R_1 + v_1(1+R_1)R_1^{1/2}}. \qquad (27)$$

Как и при самоудвоении частоты, в зависимости от значений параметров $v_{1,3}$, $\varepsilon_{1,3}$, R_1 и η реализуется одно из двух стационарных решений. Решение (26) существует при $\eta\varepsilon_1 \geqslant 2v_1^2$, решение (27) – при $\eta v_3 R_1^{1/2} \geqslant v_1(1+R_1)$. Из представленных на рис.4, 5 характерных зависимостей, соответствующих устойчивым ветвям решений (26) и (27), видно, что самоделение частоты пополам, являясь параметрическим процессом, имеет порог. Здесь также существует оптимальный коэффициент отражения $R_{\omega/2}$, при котором выходная мощность субгармоники максимальна. Расчет проведен для ее–е-взаимодействия в кристалле Nd:Mg:LiNbO$_3$ с $L = 0.5$ см и $\Lambda = 22$ мкм,

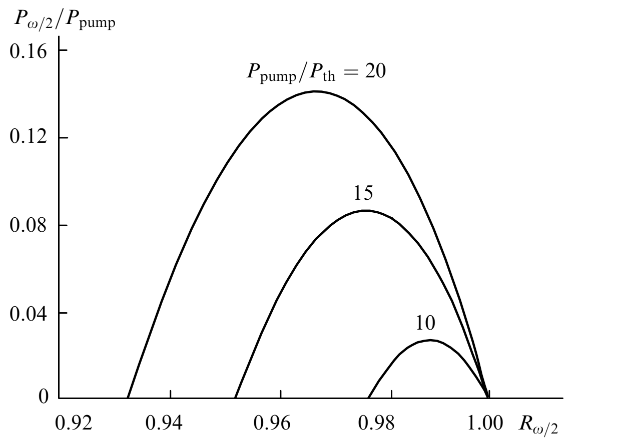

Рис.4. Зависимости нормированной мощности субгармоники на выходе из резонатора от коэффициента отражения выходного зеркала для субгармоники при разных мощностях накачки ($v_3 = 0.08, \alpha_{\omega/2} = 0.08$ см$^{-1}$, $m = 1$).

помещенном в двойной резонатор, одно из зеркал которого имеет коэффициенты отражения $R_{\omega/2} = R_\omega = 100$ %, а другое – $R_\omega = 100$ % и $R_{\omega/2} < 100$ %.

5. Квазисинхронное сложение частот с участием волны накачки

В качестве источника накачки активной среды в последнее время активно используют полупроводниковые лазеры. Часть накачки поглощается активной средой, а непоглощенная накачка может принимать участие в нелинейно-оптическом взаимодействии. Рассмотрим внутрирезонаторное невырожденное сложение частот $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$, где ω_1 – частота лазерной генерации, ω_2 – частота накачки.

Уравнения (9)–(11), (14), (15) для квазисинхронного сложения частот при постоянной мощности волны накачки (т. е. при $I_2 = {\rm const}$, $\varphi_2^{\pm} = {\rm const}$) и отсутствии ($R_2 = 0$) резонатора на частоте накачки выглядят следующим образом:

$$\frac{{\rm d}I_1}{{\rm d}t} = \frac{1}{n_1 T_{\rm c}}\left[v_1 I_1(N-1) - \frac{(\mu_1 I_1 I_2 I_3)^{1/2}}{1+R_1}\sin\Phi\right], \qquad (28)$$

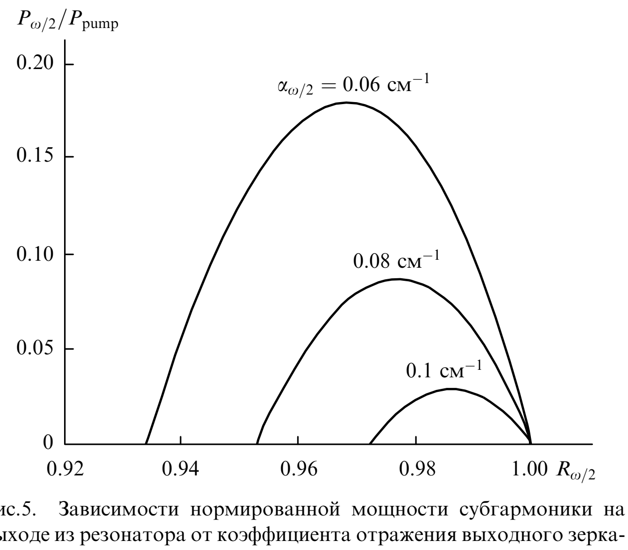

Рис.5. Зависимости нормированной мощности субгармоники на выходе из резонатора от коэффициента отражения выходного зеркала для субгармоники при разных линейных потерях $\alpha_{\omega/2}$ ($v_3 = 0.08$, $P_{\rm pump}/P_{\rm th} = 15, m = 1$).

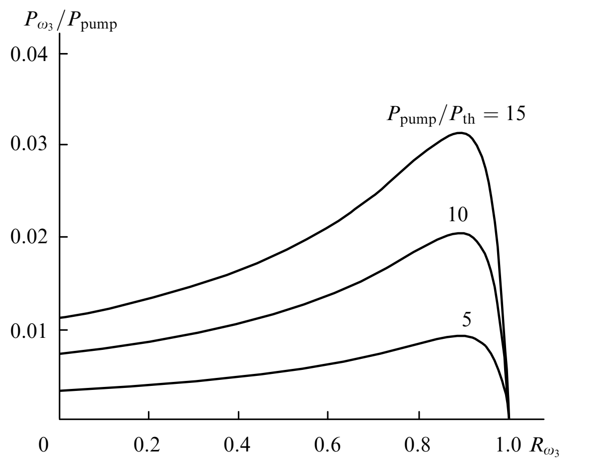

Рис.6. Зависимости нормированной мощности волны с частотой ω_3 на выходе из резонатора от коэффициента отражения выходного зеркала для I_3 при разных мощностях накачки ($R_1 = 1$, $v_1 = 0.08$, $\alpha_3 = 0.1$ см$^{-1}$, $m = 1$).

$$\frac{{\rm d}I_3}{{\rm d}t} = \frac{1}{n_3 T_{\rm c}}\left[-v_3 I_3 + \frac{(\mu_3 I_1 I_2 I_3)^{1/2}}{1+R_3}\sin\Phi\right], \qquad (29)$$

$$\frac{{\rm d}\Phi}{{\rm d}t} = \frac{(I_1 I_2 I_3)^{1/2}\cos\Phi}{4(n_1+n_2-n_3)T_{\rm c}}\left(\frac{\sqrt{\mu_1}}{I_1} - \frac{\sqrt{\mu_3}}{I_3}\right) + \frac{\delta\Psi}{(n_1+n_2-n_3)T_{\rm c}}, \qquad (30)$$

$$\frac{{\rm d}N}{{\rm d}t} = \frac{1}{T_1}[1+\eta - N(I_1 + I_1 R_1 + 1)], \qquad (31)$$

где $I_2 = (1/\delta - 1)P_{\rm pump}/\pi r_0^2 I_{\rm s}$; δ – коэффициент, характеризующий поглощение накачки активной средой ($0 < \delta \leqslant 1$); $\Phi = \varphi + \arcsin[\cos(\Delta k L/2 + \delta\Psi/2)]$. Система уравнений (28)–(31) в случае точного квазисинхронизма и $\delta\Psi = 0$ имеет два стационарных решения:

$$I_3 = \frac{\mu_3 I_2\left[\eta v_1 v_3(1+R_1)(1+R_3) - I_2(\mu_1\mu_3)^{1/2}\right]}{v_3^2(1+R_1)(1+R_3)^2\left[v_1 v_3(1+R_1)(1+R_3) + I_2(\mu_1\mu_3)^{1/2}\right]}, \qquad (32)$$

$$I_3 = \frac{(\mu_1/\mu_3)^{1/2}}{(1+R_1)}\frac{\eta v_1(1+R_1) - v_3(1+R_3)}{v_1(1+R_1) + v_3(1+R_3)}. \qquad (33)$$

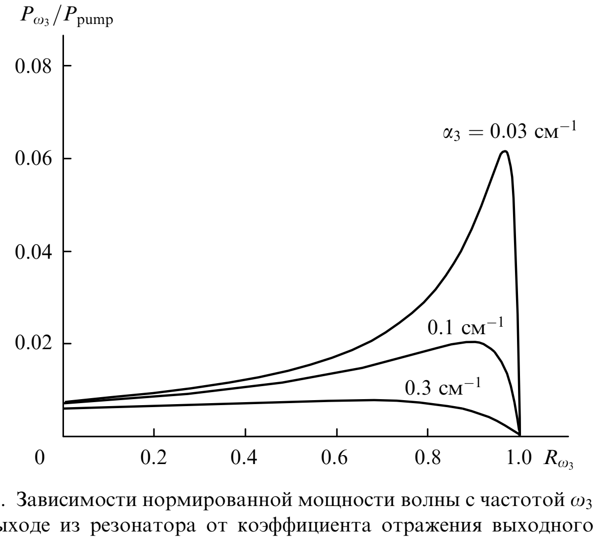

Рис.7. Зависимости нормированной мощности волны с частотой ω_3 на выходе из резонатора от коэффициента отражения выходного зеркала для I_3 при разных линейных потерях α_3 ($R_1 = 1$, $v_1 = 0.08$, $P_{\rm pump}/P_{\rm th} = 10, m = 1$).

На рис.6, 7 представлены характерные зависимости, соответствующие устойчивым ветвям решений (32) и (33), из которых видно, что использование высокодобротного резонатора при малых α_3, как и при самоудвоении частоты, позволяет существенно увеличить эффективность нелинейно-оптических преобразований. Расчет выполнен для кристалла $Nd:Mg:LiNbO_3$ с $L = 0.5$ см и $\Lambda = 4.2$ мкм, помещенного в двойной резонатор, одно из зеркал которого имеет коэффициенты отражения $R_1 = R_3 = 100\,\%$, а другое – $R_1 = 100\,\%$ и $R_3 < 100\,\%$. Как и в предыдущих случаях, полагается, что в кристалле реализуется ee – e-взаимодействие, а $\lambda_1 = 2\pi c/\omega_1 = 1.084$ мкм, $\lambda_2 = 2\pi c/\omega_2 = 0.81$ мкм, $\lambda_3 = 2\pi c/\omega_3 = 0.464$ мкм, $1/\delta - 1 = 0.3$.

6. Заключение

В работе представлена теория внутрирезонаторных трехчастотных квазисинхронных взаимодействий световых волн в активно-нелинейных кристаллах с РДС. Проведен детальный анализ квазисинхронных процессов самоудвоения частоты, самоделения частоты пополам и сложения частот с участием волны накачки в активно-нелинейном кристалле $Nd:Mg:LiNbO_3$ с РДС. Показано существование оптимальных коэффициентов отражения выходных зеркал резонатора для эффективной генерации второй гармоники, субгармоники и волны с суммарной частотой.

Представленные в работе результаты подтверждают, что использование полупроводниковой накачки и квазисинхронных волновых взаимодействий открывает новые перспективы применения активно-нелинейных сред для реализации трехчастотных волновых взаимодействий.

Авторы благодарны А.С.Чиркину, Н.В.Кравцову и Е.Г.Ларионцеву за полезные обсуждения. Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант № 00-02-16040).

1. Евланова Н.Ф., Ковалев А.С., Копцик В.А., Корниенко Л.С., Прохоров А.М., Рашкович Л.Н. *Письма в ЖЭТФ*, **5**, 351 (1967).
2. Johnson L.F., Ballman A.A. *J.Appl.Phys.*, **40**, 297 (1969).
3. Дмитриев В.Г., Раевский Е.В., Рубинина Н.М., Рашкович Л.Н., Силичев О.О., Фомичев А.А. *Письма в ЖТФ*, **5**, 1400 (1979).
4. Fan T.Y., Cordova-Plaza A., Digonnet M.J.F., Byer R.L., Shaw H.J. *Opt.Soc.Amer.B*, **3**, 140 (1986).
5. Ye Q., Shah L., Eichenhold J., Hammons D., Peale R., Richardson M., Chin A., Chai B.H.T. *Optics Comms*, **164**, 33 (1999).
6. Lu J., Li G., Liu J., Zhang S., Chen H., Jiang M., Shao Z. *Optics Comms*, **168**, 405 (1999).
7. Каминский А.А., Хаке Д., Багаев С.Н., Уеда К., Гарсия-Золе Х., Капмани Х. *Квантовая электроника,* **26**, 95 (1999).
8. Armstrong J.A., Bloembergen N., Ducuing J., Pershan P.S. *Phys. Rev.*, **127**, 1918 (1962).
9. Byer R.L. *J. Nonlinear Optical Physics & Materials*, **6**, 549 (1997).
10. Шен И.Р. *Принципы нелинейной оптики* (М., Наука, 1989).
11. Statz H., De Mars G. *Quantum Electronics* (N.Y., Columbia Univ. Press, 1960, p.530 – 538).
12. Золотоверх И.И., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **30**, 565 (2000).