

# Релаксация ридберговских состояний в ультрахолодной лазерной плазме

А.Н.Ткачев, С.И.Яковленко

*Рассчитаны изменения населенностей ридберговских состояний (с главным квантовым числом  $n \sim 50 - 100$ ) в расширяющейся ультрахолодной лазерной плазме ( $N_e \sim 10^9 - 10^4 \text{ см}^{-3}$ ,  $T_e \sim 10 - 0.5 \text{ К}$ ). Показано, что измерение температуры электронов, восстановленное по измеренным населенностям ридберговских состояний (T.C. Killian et al. Phys. Rev. Letts, v. 86, p. 3759, 2001), описывается традиционной теорией тройной рекомбинации при учете рекомбинационного нагрева свободных электронов.*

**Ключевые слова:** ридберговские состояния, лазерная плазма, тройная рекомбинация.

## 1. Введение

Настоящая работа стимулирована экспериментами, проведенными в [1–3]. В [1] сообщалось о создании ультрахолодной лазерной плазмы с уникальными параметрами: плотность электронов  $N_e \sim 2 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$ , температура электронов  $T_e \sim 0.1 \text{ К}$ , температура ионов  $T_i \sim 10 \text{ мК}$ , степень ионизации  $\sim 0.1$ . Плазма была образована путем двухступенчатой ионизации метастабилей ксенона, предварительно охлажденных лазерным излучением. Сообщалось также [1], что наблюдаемое время жизни плазмы аномально велико ( $\sim 100 \text{ мкс}$ ) по сравнению с предсказаниями теории тройной рекомбинации.

В наших работах [4–6] результаты эксперимента [1] проанализированы с точки зрения теории релаксации изолированной плазмы, подытоженной в обзорах [7–10]. Показано, что наблюдаемое время жизни согласуется с нетрадиционными представлениями этих работ. Попытка объяснить аномально большое время жизни плазмы, полученное в эксперименте [1], была также сделана в работе [11]. В ней предполагалось, что в ходе тройной рекомбинации не заселяются высоковозбужденные состояния электронов с большими орбитальными моментами, и это приводит к сильному уменьшению скорости рекомбинации.

В более поздней экспериментальной работе [2] изучался разлет сгустка ультрахолодной плазмы, в частности изменение при разлете плотности электронов во времени. Мы проанализировали эти данные в работах [12, 13], используя возможности традиционных представлений и учитывая замедление тройной рекомбинации за счет рекомбинационного нагрева. При этом мы исходили из следующего прецедента. В экспериментах [14, 15] наблюдалось аномально длительное свечение плазменного пузыря, образованного лазерным излучением при испарении в газ поверхности металлической мишени. Однако замедление рекомбинации в этих условиях было объяснено [15, 16] рекомбинационным нагревом электронов.

Нами показано [12, 13], что произведенные в [2] измерения зависимости плотности электронов от времени не дают возможности сделать однозначный выбор в пользу той или иной теории.

Недавно появилась работа [3], в которой в ходе разлета ультрахолодной плазмы измерялись населенности ридберговских состояний (с главным квантовым числом  $n \sim 50 - 100$ ) и сообщалось, что рекомбинация в ридберговские состояния происходит аномально быстро по сравнению с предсказаниями теории тройной рекомбинации. В настоящей работе мы анализируем данные экспериментов [3] на основе простой модели релаксации разлетающейся плазмы. Рассмотрение показывает, что результаты измерений объясняются традиционной теорией тройной рекомбинации при учете рекомбинационного нагрева электронов.

## 2. Разлет плазменного сгустка

При анализе экспериментов [3] мы исходили из того, что времена релаксации высоковозбужденных состояний, для которых проводились измерения, значительно меньше времени релаксации плотности  $N_e$  и температуры  $T_e$  свободных электронов (см., напр., [17, 18]). Это позволяет найти временные зависимости  $N_e(t)$  и  $T_e(t)$  с учетом рекомбинации и рекомбинационного нагрева, используя измеренные в экспериментах [2, 3] скорости разлета плазменного сгустка. По вычисленным значениям  $N_e(t)$  и  $T_e(t)$  мы определяли плотность ридберговских атомов и сравнивали ее с экспериментальными данными.

В экспериментах [2] показано, что изменение средней плотности электронов во времени приближенно следует закону, соответствующему изменению плотности частиц при разлете без учета рекомбинации:

$$N(t) = \frac{n_0}{[4\pi(\sigma_0^2 + v_0^2 t^2)]^{3/2}}. \quad (1)$$

Здесь  $n_0$  – полное число фотоэлектронов;  $\sigma_0$  – начальный радиус плазменного сгустка, имеющего гауссову форму;  $v_0$  – скорость разлета. Если при этом исходить из данных [8], скорость разлета в широком диапазоне исследован-

ных параметров можно аппроксимировать следующим выражением:

$$v = \begin{cases} 30 - 50 \text{ м/с} & \text{при } E_e/k_B < 70 \text{ К} \\ (E_e/\alpha m_i)^{1/2} & \text{при } E_e/k_B > 70 \text{ К} \end{cases}, \quad (2)$$

где  $E_e$  – начальная энергия электронов, образованных при фотоионизации;  $m_i$  – масса иона ксенона;  $\alpha = 1.7$  – подгоночный параметр;  $k_B$  – постоянная Больцмана.

Используя этот факт, запишем уравнения для средних по пространству значений температуры и плотности электронов в виде (ср. [17, 18] и [8], с. 500 соответственно)

$$\frac{dT_e}{dt} = \left( \frac{2}{3} \varepsilon^* + T_e \right) \frac{C}{T_e^{9/2}} N_e^2 - \frac{2}{3} \frac{f(t/t_0)}{t_0} T_e, \quad (3)$$

$$\frac{dN_e}{dt} = - \frac{C}{T_e^{9/2}} N_e^3 - \frac{f(t/t_0)}{t_0} N_e.$$

Здесь

$$C = \frac{2^{9/2} \pi^{3/2} e^{10}}{45 m_e^{1/2} A(\gamma)} \approx 1.3 \cdot 10^{-7} \text{ см}^6 \cdot \text{К}^{9/2} / \text{с} \\ \approx 1.7 \cdot 10^{-25} \text{ см}^6 \cdot \text{эВ}^{9/2} / \text{с}$$

– константа, характеризующая скорость тройной рекомбинации;

$$A(\gamma) = \begin{cases} (1/2) \ln[1 + 9/(4\pi\gamma^3)] & \text{при } \gamma < 0.5 \\ 1 & \text{при } \gamma > 0.5 \end{cases}$$

– кулоновский логарифм;  $\gamma \equiv e^2(2N_e)^{1/3}/T_e$ ;  $f(\tau) = 3\tau \times (1 + \tau^2)^{-1}$  – функция, характеризующая изменение плотности и температуры электронов в процессе разлета сгустка;  $\tau = t/t_0$ ;  $t_0 = \sigma_0/v_0$  – характерное время разлета плазменного сгустка;  $\varepsilon^*$  – энергия, выделяющаяся в электронном газе за один акт рекомбинации (см. ниже).

Уравнения (3) справедливы для промежутков времени, много меньших времени электрон-ионного обмена энергией

$$\tau_{ei} = \frac{m_i}{3m_e} \frac{3}{4(2\pi)^{1/2}} \frac{m_e^{1/2} T_e^{3/2}}{Ae^4 N_e}.$$

Как показано в работах [4–6], начальная температура электронов на самом деле не очень мала. Уже за время действия лазерного импульса электроны за счет коллективных взаимодействий успевают разогреться до температуры  $T_{e0} \sim 4 - 5 \text{ К}$ . Для  $N_e = 10^9 \text{ см}^{-3}$ ,  $T_{e0} = 4 \text{ К}$  имеем  $\tau_{ei} \approx 200 \text{ мкс}$ , следовательно, на временах порядка времени разлета плазменного сгустка  $t_0 \approx 5 \text{ мкс}$  электрон-ионными столкновениями с обменом энергией можно пренебречь. Ввиду падения плотности электронов это справедливо и для более поздних моментов времени.

### 3. Релаксация высоковозбужденных состояний

#### 3.1. Скорости переходов

Для скоростей спонтанных переходов между водородоподобными состояниями, характеризруемыми главными квантовыми числами  $n$  и  $n'$ , мы используем формулу Крамерса (см., напр., [19]):

$$A_{n,n'} \approx \frac{1.58 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}}{n^3 n' (n^2 - n'^2)}, \quad (4)$$

$$A_n \approx \frac{\ln n}{n} 2.4 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}.$$

Для скоростей  $V_{mm'}$  столкновительных переходов

$$\text{Xe}(n') + e \rightarrow \text{Xe}(n) + e \quad (n' > n)$$

используем интерполяционную формулу Меве [20]:

$$V_{mm'} = \frac{1.58 \cdot 10^{-5} \text{ см}^3 / \text{с}}{T_e^{3/2}} \frac{F_{mm'}}{\Delta(n', n, T_e)} \left\{ 0.15 + 0.28 \right. \\ \left. \times \left[ \ln \left( 1 + \frac{1}{\Delta(n', n, T_e)} \right) - \frac{0.4}{1 + 1/\Delta(n', n, T_e)} \right] \right\}. \quad (5)$$

Здесь  $T_e$  – в электронвольтах;

$$F_{mm'} = \frac{32}{3\pi\sqrt{3}} \frac{1}{n'^2} \frac{n'^3 n^3}{(n^2 - n'^3)^3}; \quad \Delta(n', n, T_e) = \frac{\varepsilon_{n'} - \varepsilon_n}{T};$$

$$\varepsilon_n = \frac{Ry}{n^2}; \quad Ry = \frac{m_e e^2}{2\hbar^2} \approx 13.6 \text{ эВ}.$$

Скорости прямых и обратных переходов  $n' \leftrightarrow n$  связаны соотношением детального равновесия:

$$V_{mm'} = \frac{n^2}{n'^2} V_{n'n} \exp \left[ \frac{\varepsilon_{n'} - \varepsilon_n}{T_e} \right]. \quad (6)$$

#### 3.2. Населенности ридберговских состояний

Согласно экспериментальным [2, 3] и расчетным [12, 13] данным, плотность и температура электронов за время разлета меняются в следующих пределах:  $N_e \sim 10^9 - 10^4 \text{ см}^{-3}$ ,  $T_e \sim 10 - 0.5 \text{ К}$ . Время релаксации высоковозбужденных ридберговских состояний можно оценить выражением  $\tau_n \sim 1/(V_{m-1} N_e)$ . При указанных параметрах плазмы  $\tau_n \sim 10^{-4} - 0.3 \text{ мкс}$  для уровня  $n = 55$ . Однако  $\tau_n$  на несколько порядков меньше характерного времени изменения плотности и температуры электронов в соответствующие моменты времени. Следовательно, при рассмотрении релаксации исследуемых состояний справедливо квазистационарное приближение, согласно которому населенности уровней определяются из решения линейных алгебраических уравнений, параметрически зависящих от  $N_e$  и  $T_e$  (подробнее см., напр., [17, 18]).

Кроме того, как показано ниже, для рассмотренных в [3] состояний с  $n \sim 50 - 100$  можно пренебречь радиационными переходами. Таким образом, для этих состояний справедливо так называемое одноквантовое приближение, учитывающее переходы лишь между ближайшими уровнями (подробнее см., напр., [8–10, 17, 18]). В рамках этого приближения для населенностей возбужденных состояний справедливы следующие выражения:

$$N_n = N_n^{(B)} \xi_n(T_e), \quad (7)$$

где

$$N_n^{(B)} = 8\pi^{3/2} a_0^3 \left( \frac{Ry}{T_e} \right)^{3/2} n^2 N_e^2 \exp \left( - \frac{\varepsilon_n}{T_e} \right)$$

– равновесная населенность, определяемая формулой Саха–Больцмана;

$$\xi_n(T_e) = \frac{\Sigma(n, T_e)}{\Sigma(\infty, T_e)}, \quad \Sigma(n, T_e) = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\exp(\varepsilon_i/T_e)}{2(i+1)V_{i,i+1}} \quad (8)$$

– величины, характеризующие отклонение рекомбинационного распределения от равновесного. Указанное отклонение становится существенным для состояний с энергией связи порядка температуры электронов. Эти состояния с  $n \sim (Ry/T_e)^{1/2}$  называют горлышком стока тройной рекомбинации. Оно определяет рекомбинационный поток.

Рекомбинационный поток, т. е. число актов рекомбинации в единице объема в единицу времени, в одноквантовом приближении определяется выражением

$$\Gamma = \left(\frac{Ry}{T_e}\right)^{3/2} \frac{4\pi^{3/2}a_0^3 N_e^3}{\Sigma(\infty, T_e)}. \quad (9)$$

В рассматриваемом диапазоне температур и плотностей электронов (9) дает практически те же результаты, что и использованное в (3) выражение  $\Gamma = CN_e^3/T_e^{9/2}$ , полученное на основе диффузионного приближения.

Полная населенность ридберговских состояний с  $n \sim 47-100$ , исследованных в экспериментах, определялась суммированием:

$$N_{Ry} = \sum_{n=47}^{100} N_n. \quad (10)$$

Отметим, что населенность состояний, лежащих ниже горлышка стока, может быть оценена выражением

$$N_n \approx \frac{\Gamma}{V_{m+1}N_e} \propto N_e^2 T_e^{-4} \quad (11)$$

(здесь положено  $V_{m+1} \propto T_e^{-1/2}$ ). По мере разлета плазмы как плотность, так и температура электронов падают. Из (11) следует, что населенности ридберговских состояний более резко зависят от температуры, чем от плотности электронов, поэтому по мере разлета может наблюдаться рост населенностей ридберговских состояний (см. ниже).

### 3.3. Рекомбинационное выделение энергии

Обычно энерговыделение на акт рекомбинации оценивают, сравнивая скорости радиационных и столкновительных переходов. Приближенное выражение для главного квантового числа  $n^*$ , определяющего состояние, у которого становятся равными скорости столкновительного и радиационного девозбуждения, имеет вид [18]

$$n^* \approx 10^2 \left(\frac{T_e^{1/2}}{N_e \cdot 1 \text{ см}^3}\right)^{1/9},$$

где  $T_e$  – в электронвольтах. При  $n > n^*$  связанный электрон релаксирует за счет столкновений с электронами плазмы и имеет место нагрев свободных электронов. При  $n < n^*$  связанный электрон релаксирует уже за счет излучательных переходов. Следовательно, энергию, выделяющуюся на один акт рекомбинации, можно записать в виде

$$\varepsilon^* = Ry/n^{*2} \approx 1.36 \cdot 10^{-3} \text{ эВ} \cdot (T_e/1 \text{ эВ})^{-2/9} (N_e \cdot 1 \text{ см}^3)^{1/9} \approx 44.7 \text{ К} \cdot (T_e/1 \text{ К})^{-2/9} (N_e \cdot 1 \text{ см}^3)^{1/9}.$$

Для плазмы, реализованной в экспериментах [1–3], имеем  $n^* \approx 9-17$ ,  $\varepsilon^* \approx 2000-500 \text{ К}$ .

Однако в рассматриваемых условиях нельзя строго ввести энерговыделение на акт рекомбинации, не зависящее явно от времени. Дело в том, что время установления квазистационарной населенности состояния для  $n = n^*$  не так мало, как для  $n \sim 50-100$ . Например, для  $N_e = 10^7 \text{ см}^{-3}$  и  $T_e = 5 \text{ К}$  имеем  $n^* = 11$  и  $\tau_n \approx 10 \text{ мкс}$ . Для состояний, время релаксации которых сравнимо с временем разлета, имеет место так называемая закалка возбуждения. При ней уменьшается энерговыделение на акт рекомбинации, т. к. возбужденные атомы разлетаются, не успевая релаксировать в более сильно связанные состояния [21, 22, 17].

Здесь используется грубая оценка  $\varepsilon^*$ , игнорирующая явную зависимость  $\varepsilon^*$  от времени. Рекомбинационное выделение энергии, определенное из сравнения частоты столкновений высоковозбужденного электрона с обратным временем разлета плазмы  $t_0$  (подробнее см. [12, 13]), имеет вид

$$\varepsilon^* \approx T_e \left(\frac{m_e^4 e^4}{2^8 \pi \hbar^6} \frac{1}{(N_e t_0)^2}\right)^{1/9}. \quad (12)$$

Например, при  $N_e \approx 10^9 \text{ см}^{-3}$ ,  $t_0 \approx 3 \text{ мкс}$  энергия  $\varepsilon^* \approx 5.4 T_e$ .

Для того чтобы в рассматриваемой плазме адекватно учесть явную зависимость энерговыделения на акт рекомбинации от времени, необходимо решить нестационарные уравнения для многих возбужденных состояний с  $n \sim 10-30$ . Это вряд ли имеет смысл для упрощенной нульмерной модели разлета. Рассмотрение же нестационарной двухжидкостной одномерной модели с учетом многих возбужденных уровней весьма затруднительно.

## 4. Результаты расчетов и экспериментальные данные

По экспериментальным данным для  $N_{Ry}(t)$  [3] (рис. 1) мы, пользуясь формулами (7), (10), восстановили зависи-

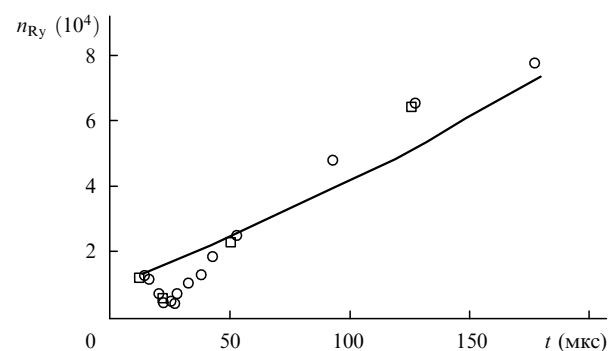


Рис. 1. Зависимости полного числа атомов в ридберговских состояниях  $n_{Ry} = N_{Ry} [4\pi(\sigma_0^2 + v_0^2 t^2)]^{3/2}$  от времени: данные экспериментов [3] (○), расчет для температур электронов, полученных из распределений населенностей ридберговских состояний по главному квантовому числу  $n$  в разные моменты времени (□, см. рис. 3), а также число атомов в ридберговских состояниях, соответствующее временному изменению плотности и температуры электронов, полученному на основе решения уравнений нульмерной модели (3) (кривая).

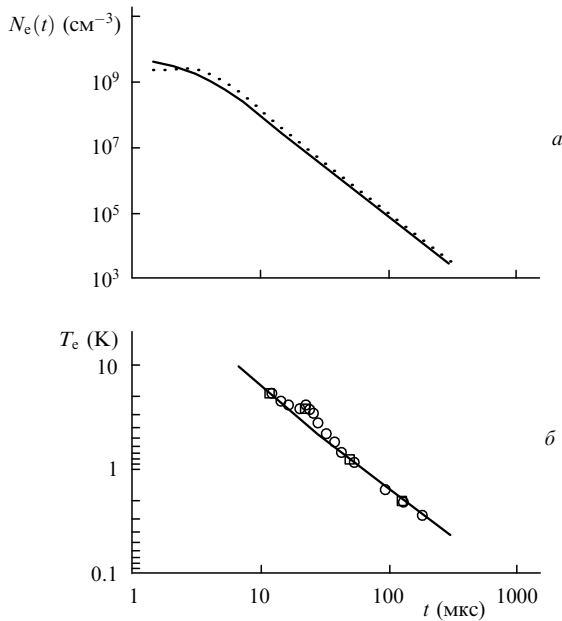


Рис.2. Временная эволюция параметров плазмы: плотности электронов при разлете с рекомбинацией (3) (сплошная кривая) и без нее (1) (пунктирная кривая) (а), а также температуры электронов (сплошная кривая) и температуры электронов, восстановленной из экспериментальных данных для распределений населенностей по главному квантовому числу  $n$  в разные моменты времени ( $\square$ ) и для населенностей ридберговских состояний ( $\circ$ ), при начальных параметрах  $\sigma_0 = 180$  мкм,  $v = 60$  м/с,  $N_{e0} = 2.7 \cdot 10^9$  см $^{-3}$ ,  $T_{e0} = 6$  К,  $E_e = 9$  К (б).

мость  $T_e(t)$ . На рис.2 представлены временные зависимости параметров плазмы, полученные из решения нульмерной системы уравнений (3), результаты измерений  $N_e(t)$ , а также  $T_e(t)$ , вычисленные на основе измеренных значений  $N_{Ry}(t)$ .

Рассмотрение зависимости плотности электронов от времени, как и ранее [12, 13], не позволяет сделать вывод о том, насколько интенсивной была рекомбинация и, соответственно, какой теории она соответствует. Однако временной ход населенности ридберговских состояний  $N_{Ry}(t)$  позволяет считать, что традиционная теория рекомбинации достаточно хорошо соответствует экспериментальным данным даже в рамках использованной здесь грубой модели. Полученная зависимость температуры электронов от времени качественно совпадает с результатами расчетов по нульмерной модели разлета.

Следует, однако, отметить, что использованная нами модель не позволяет описать немонотонный ход температуры при  $t \approx 20$  мкс. Возможно, это связано с тем, что мы не учитываем явную зависимость энерговыделения на акт рекомбинации от времени (см. выше). В связи с этим обратим внимание на то, что немонотонная зависимость температуры электронов от времени, связанная с нестационарностью энерговыделения, известна для обычной плазмы. Она была предсказана в работе [22] на основе моделирования послесвечения плазмы гелия, а затем подтверждена экспериментально [23].

В работе [3] измерены распределения населенностей ридберговских состояний по главному квантовому числу  $n$  в разные моменты времени. Из сопоставления этих распределений с рекомбинационным распределением (рис.3) была определена температура электронов в некоторые моменты времени. Для рекомбинационного распределения плотность электронов бралась из данных

рис.2, температура же электронов бралась такой, чтобы расчетные данные совпали с экспериментальными для состояний с  $n \sim 55 - 75$ .

Дело в том, что методика измерений [3] наиболее надежна для глубоких состояний. Перед импульсом электрического поля, ионизирующего ридберговские состояния, предварительно подавался импульс длительностью 5–10 мкс с пиковой напряженностью  $F = 6$  В/см, удаляющий из плазменного сгустка свободные электроны. Этот импульс должен не только экстрагировать электроны, но и ионизировать ридберговские состояния с  $n = [(5.14 \cdot 10^9 \text{ В/см}) / (9F)]^{1/4} = 99$ . Времена столкновительной релаксации состояний с  $n \approx 100$  и  $\tau_n \sim 10^{-6} - 10^{-2}$  мкс малы, следовательно, во время действия предварительного импульса уменьшаются населенности не только состояния с  $n \approx 100$ , но и более глубоких состояний.

Температуры электронов, вычисленные из распределений населенностей ридберговских состояний по главному квантовому числу, качественно согласуются с результатами расчетов по одномерной модели (3) и очень хорошо согласуются с вычислениями температуры электронов по полной населенности ридберговских состояний (см. рис.2, 3). Авторы [3] полагают, что в условиях их экспериментов имеет место аномально быстрая тройная рекомбинация в ридберговские состояния с  $n = 55$ . Этот вывод основан на неточном выражении для скорости изменения населенности ридберговских состояний [3, 24]

$$\frac{dN_n}{dt} = 4.6 \cdot 10^{-38} \text{ м}^6 \cdot \text{К/с} \cdot \left(\frac{1\text{К}}{T_e}\right) N_e^2 n^6 \left[1 - \exp\left(-\frac{\epsilon_n}{T_e}\right)\right].$$

Эта формула учитывает лишь акты тройной рекомбинации непосредственно в состояние  $n$  и акты ионизации этого состояния. Непосредственная рекомбинация в состояния с  $n = 55$  действительно очень слаба. Однако заселение этих состояний происходит, в основном, не за счет актов рекомбинации, а за счет переходов из близлежащих состояний  $n \leftrightarrow n \pm 1$ . Скорости переходов  $n \leftrightarrow n \pm 1$  на несколько порядков больше скоростей актов прямой ионизации и обратных им актов непосредственной рекомбинации. Из этого следует, что населенности

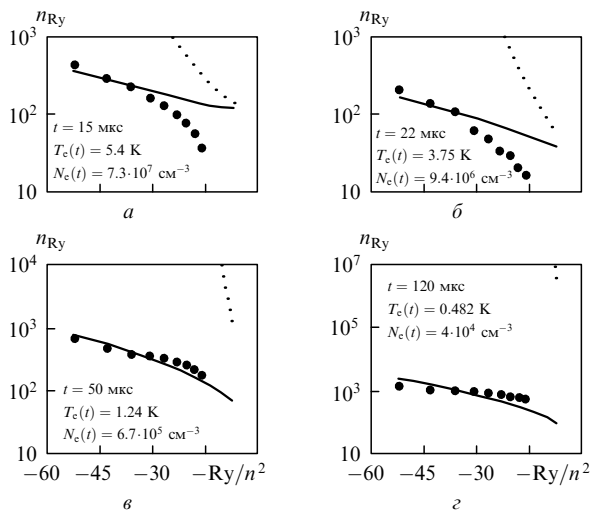


Рис.3. Распределения числа атомов в ридберговских состояниях  $n_{Ry}$  по энергии  $-Ry/n^2$  в разные моменты времени, рассчитанные для заданных параметров плазмы  $N_e(t)$  и  $T_e(t)$  (сплошные кривые), распределения Саха–Больцмана для этих же параметров плазмы (пунктирные кривые) и экспериментальные точки.

возбужденных состояний устанавливаются за времена  $\tau_n \sim 1/(V_{m-1}N_e)$ , много меньшие времени рекомбинации  $\tau_{rec} \sim N_e/G$ . Этот факт хорошо известен в теории тройной рекомбинации (см., напр., [8–10,17,18]). Временная картина релаксации высоковозбужденных состояний подробно исследовалась в [25].

Из изложенного следует, что изменение населенности ридберговских состояний  $N_{Ry}$  отслеживает изменение плотности и температуры электронов. Поскольку зависимость  $N_{Ry}$  от  $T_e$  более резкая, чем от  $N_e$  (см. выше),  $N_{Ry}$  растет по мере разлета плазмы. Этот факт подтверждается сопоставлением результатов расчетов в рамках рассмотренной нульмерной модели, приближенно учитывающей рекомбинационное энерговыделение.

## 5. Заключение

Итак, проведенные расчеты, описывающие изменение населенностей ридберговских состояний в расширяющейся ультрахолодной лазерной плазме, показывают, что измерения населенностей ридберговских состояний [3] описываются традиционной теорией тройной рекомбинации при учете рекомбинационного нагрева свободных электронов. Следовательно, от предположений, что ультрахолодная плазма релаксирует аномально медленно [1, 4–6, 11] или аномально быстро [3], нужно, по видимому, отказаться.

Авторы признательны Т.Киллиану за обсуждение вопросов, связанных с экспериментами [1–3]. Работа поддержана грантом МНТЦ № 1206.

- Killian T.C., Kulin S., Bergeson S.D., Orozco L.A., Orzel C., Rolston S.L. *Phys.Rev. Letts*, **83**, 4776 (1999).
- Kulin S.D., Killian T.C., Bergeson S., Rolston S.L. *Phys.Rev.Letts*, **85**, 318 (2000).
- Killian T.C., Lim M.J., Kulin S., Dumke R., Bergeson S.D., Rolston S.L. *Phys.Rev.Letts*, **86**, 3759 (2001).
- Ткачев А.Н., Яковленко С.И. *Квантовая электроника*, **30**, 1077 (2000).
- Ткачев А.Н., Яковленко С.И. *Письма в ЖЭТФ*, **73**, 71 (2001).
- Ткачев А.Н., Яковленко С.И. *Квантовая электроника*, **31**, 587 (2001).
- Майоров С.А., Ткачев А.Н., Яковленко С.И. *УФН*, **164**, 298 (1994).
- Mayorov S.A., Tkachev A.N., Yakovlenko S.I. *Physica Scripta*, **51**, 498 (1995).
- Ткачев А.Н., Яковленко С.И. *Изв.вузов. Сер.Физика*, **41**, № 1, 47 (1998).
- Yakovlenko S.I. *Phys.Vibrations*, **6**, 267 (1998).
- Hahn Y. *Phys.Letts A*, **264**, 465 (2000).
- Yakovlenko S.I., Tkachev A.N. *Laser Phys.*, **11**, 977 (2001).
- Yakovlenko S.I., Tkachev A.N. *Proc. XV Intern.Symp. on Plasma Chemistry* (Orleans, France, 2001, v. 3, p. 997).
- Панченко А.Н., Тарасенко В.Ф., Яковленко С.И. *Квантовая электроника*, **19**, 919 (1992).
- Panchenko A.N., Tarasenko V.F., Tkachev A.N., Yakovlenko S.I. *Laser Phys.*, **3**, 844 (1993).
- Ткачев А.Н., Яковленко С.И. *Квантовая электроника*, **20**, 111 (1993).
- Гудзенко Л.И., Яковленко С.И. *Плазменные лазеры* (М., Атомиздат, 1978).
- Держиев В.И., Жидков А.Г., Яковленко С.И. *Излучение ионов в неравновесной плотной плазме* (М., Энергоатомиздат, 1986).
- Собельман И.И. *Введение в теорию атомных спектров* (М., Наука, 1977).
- Mewe R. *Astron. Astrophys*, **20**, 215 (1972).
- Гудзенко Л.И., Сыцько Ю.И., Филиппов С.С., Яковленко С.И. *ЖПМТФ*, № 5, 3 (1973).
- Сыцько Ю.И., Яковленко С.И. *ЖТФ*, **46**, 1006 (1976).
- Коптев Ю.В., Латуш Е.Л., Сэм М.Ф., Чеботарев Г.Д. В сб. *Инверсная заселенность и генерация на переходах в атомах и малых молекулах* (Томск, изд-е Томского ун-та, 1986, с. 35–36).
- Hahn Y. *Phys.Letts A*, **2314**, 82 (1997).
- Ткачев А.Н., Яковленко С.И. *Изв.вузов. Сер.Физика*, **37**, № 9, 3 (1994).