

# «Оптическое перемешивание спинов» и кинетика нелинейного отклика в четырехфотонной спектроскопии тонких ферромагнитных пленок

А.В.Воронов, В.М.Петникова, К.В.Руденко, В.В.Шувалов

*Построена полуклассическая феноменологическая модель, учитывающая основные типы процессов, протекающих в условиях экспериментов по пикосекундной нелинейной спектроскопии тонких ферромагнитных пленок. Приведены результаты численного моделирования эволюции доменной структуры пленок Ni в методах бигармонической накачки (БН) при пространственно однородном оптическом возбуждении и вырожденной четырехфотонной спектроскопии (ВЧФС) при пространственно неоднородном возбуждении. Показано, что кинетика разрушения намагниченности исследуемой пленки в методе ВЧФС оказывается значительно более медленной, чем в методе БН. Причиной этого является эффективное подавление процессов «оптического перемешивания спинов» (разрушения доменной структуры за счет пространственной миграции возбужденных s-электронов) потенциальными барьерами сформировавшихся в условиях пространственно неоднородного возбуждения устойчивых доменных стенок.*

**Ключевые слова:** ферромагнитные пленки, четырехфотонная спектроскопия, перемешивание спинов.

## 1. Введение

Интерес к процессам, протекающим в сверхтонких ферромагнитных пленках при их оптическом возбуждении, в последние годы непрерывно растет, что связано с быстрым развитием микро- и нанотехнологий и, в частности, с необходимостью увеличения плотности и скорости магнитной записи информации [1]. Решение этих, в принципе чисто прикладных, задач требует детального понимания сверхбыстрой кинетики намагниченности. При анализе последней нельзя ограничиться традиционным учетом процессов электрон-электронного (e-e), электрон-фононного (e-ph) и спин-решеточного (s-ph) рассеяний, а нужно включать в рассмотрение процессы спин-орбитального и обменного взаимодействий, рассеяние носителей на поверхности и т. д. [2]. Учет весьма сложной реальной зонной структуры переходных металлов, возможности взаимодействия электронов из разных зон, движения доменных стенок и других процессов делает анализ еще более сложным [3, 4].

Среди современных экспериментальных подходов, используемых в исследованиях кинетики намагниченности, наибольший интерес представляют оптические методы. В известных на сегодняшний день публикациях можно выделить несколько разных мнений относительно скорости размагничивания сверхтонких ферромагнитных пленок. Так, эксперименты по измерению кинетики пропускания пробных световых импульсов исходно ферромагнитных пленок после оптического возбуждения [5] указывают на то, что характерные времена спиновой релаксации лежат в области  $\sim 1$  пс. В то же время изучение процессов генерации второй гармоники от поверхности таких пленок [6] не обнаружило существенной разницы в

скоростях релаксации электронной температуры и спина. Фактически это означает, что релаксация намагниченности должна протекать за времена  $\sim 100$  фс.

В экспериментах по двухфотонной эмиссионной спектроскопии [7] были обнаружены вклады нескольких процессов размагничивания с характерными временами в диапазоне  $10^{-12} - 10^{-10}$  с. В ходе «прямых» измерений намагниченности [8], основанных на использовании эффекта Керра, было установлено, что результат эксперимента зависит от длительности возбуждающего импульса  $\tau_p$ . При возбуждении ферромагнитных пленок длинными ( $\tau_p > 10$  нс) лазерными импульсами, когда электронная температура  $T_e$  не должна была превышать температуру Кюри  $T_C$ , наблюдалось полное разрушение намагниченности. Однако аналогичные эксперименты при  $\tau_p = 20$  пс не обнаружили такого разрушения, хотя в этом случае  $T_e$  должна была значительно превышать  $T_C$ .

Работы по пикосекундной ( $\tau_p = 20$  пс) нелинейной спектроскопии сверхтонких (толщина  $\sim 17$  нм) пленок Ni методами бигармонической накачки (БН) [9] и вырожденной четырехфотонной спектроскопии (ВЧФС) [10] также обнаруживают явное противоречие. В то время как ВЧФС-эксперименты показали, что время разрушения намагниченности в таких пленках должно, по крайней мере, превышать 20 пс, измерения, проведенные методом БН, дали прямо противоположный результат.

В настоящей работе мы постараемся дать ответ на вопрос о том, почему результаты двух спектроскопических экспериментов [9, 10], проведенных практически в одних и тех же условиях двумя методами пикосекундной четырехфотонной спектроскопии, на первый взгляд, противоречат друг другу. Для этого мы построим модель, учитывающую основные процессы, протекающие в условиях упомянутых экспериментов (как во время, так и после действия пикосекундных оптических импульсов на доменную структуру исследуемых ферромагнитных пленок), и методом численного моделирования покажем,

что скорость размагничивания (перемагничивания) ферромагнитных пленок в экспериментах, проведенных методами БН при пространственно однородном возбуждении и ВЧФС при пространственно неоднородном возбуждении, должна быть существенно разной.

## 2. Модель

При моделировании мы будем считать, что полный спин системы сохраняется на временах порядка  $\tau_p$ . Основанием для этого служат выводы ряда работ. Авторы [2] провели весьма реалистичный (с учетом реальной зонной структуры, обменных процессов, спин-орбитального взаимодействия и др.) численный расчет времени  $\tau_s$  спиновой релаксации возбужденных электронов. Ими было показано, что  $\tau_s$  сильно зависит от избыточной (отсчитываемой от уровня Ферми  $E_F$ ) энергии  $E$  свободных носителей, причем  $\tau_s \sim 100$  фс при  $E - E_F \sim 2$  эВ. В условиях интересующих нас экспериментов [9, 10] ( $\tau_p = 20$  пс), несмотря на сравнительно большую ( $\sim 2$  эВ) энергию фотонов, возбужденные носители весьма быстро ( $\tau_{e-e} \sim 280$  фс, см. [6]) термализуются, и хотя электронная температура  $T_e$  и «отрывается» от температуры решетки  $T_{ph}$ ,  $T_e \leq 1000$  К и  $E - E_F \leq 85$  мэВ. Поскольку при  $0 \leq E - E_F \ll E_F$  скорость релаксационных процессов в фермижидкости зависит от  $E$  как  $\tau^{-1} = 2\pi\hbar\rho^3|M|^2(E - E_F)^2$  [3], для  $E - E_F = 85$  мэВ с учетом данных [2] (см. выше) оценка  $\tau_s$  дает  $\sim 55$  пс (здесь  $\rho$  – плотность электронных состояний вблизи поверхности Ферми,  $M$  – матричный элемент перехода). Оба эти параметра при оценке  $\tau_s$  считались константами. Сославшись на эксперименты [8], условия которых примерно соответствуют условиям интересующих нас экспериментов [9, 10], и на работу [11], будем предполагать, что во всех дальнейших расчетах полный спин системы сохраняется.

Низкоэнергетические ( $0 \leq E - E_F \ll E_F$ ) возбуждения двумерной системы мы будем описывать гамильтонианом стандартного (см., напр., [12]) типа

$$H = H_s + H_d + H_{s-d}^{\text{int}} + H_{s,d}^{\text{ext}}, \quad (1)$$

в котором выражение для энергии электронов  $s$ -зоны проводимости ( $s$ -электронов)  $H_s$  имеет вид

$$H_s = H_{\text{kin}} + H_{\text{spin}}, \quad H_{\text{spin}} = \sum_{i,j} J_{dp}(i,j) S_{i,s}^z S_{j,s}^z. \quad (2)$$

Первый член в (2) описывает кинетическую энергию  $H_{\text{kin}}$   $s$ -электронов; а второй ( $H_{\text{spin}}$ ) – прямое взаимодействие между спинами двух  $s$ -электронов с константой взаимодействия

$$J_{dp}(i,j) = \frac{\mu_0 \mu^2 a^3}{4\pi r_{ij}^3}. \quad (3)$$

Здесь  $S_{i,s}^z$  – проекция спина  $S_{i,s}$   $s$ -электрона на  $i$ -м узле двумерной решетки на ось  $z$ ;  $\mu_0$  – константа магнитной восприимчивости;  $\mu$  – эффективный магнитный момент спина;  $a$  – постоянная решетки;  $r_{ij}$  – расстояние между электронами на  $i$ -м и  $j$ -м узлах двумерной решетки.

В выражении для энергии электронов  $d$ -зоны проводимости ( $d$ -электронов)

$$H_d = J \sum_{i,j} S_{i,d}^z S_{j,d}^z + \sum_{i,j} J_{dp}(i,j) S_{i,d}^z S_{j,d}^z \quad (4)$$

кинетическая энергия не будет учитываться. Из-за большой эффективной массы  $d$ -электронов их можно считать неподвижными и локализованными на узлах. Первый член в (4) описывает взаимодействие спинов  $d$ -электронов на соседних узлах решетки, а второй – прямое взаимодействие между спинами двух  $d$ -электронов с константой взаимодействия  $J_{dp}(i,j)$ . В (4)  $J$  – константа «сверхобменного» взаимодействия между соседними узлами;  $S_{i,d}^z$  – проекция  $S_{i,d}$  спина  $d$ -электрона на  $i$ -м узле двумерной решетки на ось  $z$ .

Взаимодействие между  $s$ - и  $d$ -электронами мы будем описывать гамильтонианом

$$H_{s-d}^{\text{int}} = H_{\text{flip}} + \sum_{i,j, b_1 \neq b_2 = s, d} J_{dp}(i,j) S_{i,b_1}^z S_{j,b_2}^z, \quad (5)$$

$$H_{\text{flip}} = J_{sd} \sum_i S_{i,d} z S_{i,s}^z.$$

Первый член ( $H_{\text{flip}}$ ) в (5) учитывает обменное взаимодействие между  $s$ - и  $d$ -электронами на одном и том же узле с константой обмена  $J_{sd}$ , а второй – прямое взаимодействие между спинами  $s$ - и  $d$ -электронов, локализованных на  $i$ -м и  $j$ -м узлах двумерной решетки, с константой взаимодействия  $J_{dp}(i,j)$ . И, наконец, член  $H_{s,d}^{\text{ext}}$  в (1) учитывает все оставшиеся типы взаимодействия (кулоновское рассеяние, взаимодействие с фононной подсистемой и с лазерным полем и т. д.).

Поскольку  $\tau_p \gg \tau_{e-ph}, \tau_{e-e}$ , электронную систему будем считать термализованной, а распределение свободных носителей по энергии  $f_E$  опишем распределением Ферми – Дирака  $f_E = \{1 + \exp[(E - E_F)/k_B T_e]\}^{-1}$  [3], где  $k_B$  – постоянная Больцмана. Будем полагать, что во время действия импульса накачки вследствие большой теплоемкости решетки  $T_e \gg T_{ph}$  (см. выше), а пространственное распределение  $T_e$  определяется распределением интенсивности падающего излучения  $I$ . В этом случае решение задачи существенно упрощается. Движение  $s$ -электронов на расстояниях, превышающих длину свободного пробега  $l_{\text{free}} \simeq v_F \tau_{\text{free}}$  ( $v_F$  – фермиевская скорость,  $\tau_{\text{free}}$  – время свободного пробега), может рассматриваться как диффузионное распространение невзаимодействующих частиц во внешнем самосогласованном поле, заданном  $H_{\text{spin}}$  и  $H_{s-d}^{\text{int}}$ . При этом переход электронов из одной спиновой компоненты в другую определяется  $H_{\text{flip}}$ . Переворот спина можно описать уравнением Больцмана, найдя скорость рассеяния в соответствии с «золотым правилом» Ферми [3]

$$\left. \frac{\partial f_{p,s,\sigma}}{\partial t} \right|_{\text{spin-spin}}^{\text{out}} = -\frac{2\pi}{\hbar} f_{p,s,\sigma} \times \sum_{p',k,k'} \left[ f_{k,d,-\sigma} (1 - f_{p',s,-\sigma}) (1 - f_{k',d,\sigma}) \left| M_{p',s,-\sigma;k',d,\sigma}^{p,s,\sigma;k,d,-\sigma} \right|^2 \times \delta(E_{p,s,\sigma} + E_{k,d,-\sigma} - E_{p',s,-\sigma} - E_{k',d,\sigma}) \right]. \quad (6)$$

Здесь  $f_{p,s,\sigma}$  – функция распределения;  $M_{p,s,-\sigma;k',d,\sigma}^{p,s,\sigma;k,d,-\sigma}$  – матричный элемент перехода с переворотом спина между  $s$ - и  $d$ -электронами. Для обозначения электронных состояний здесь, как и в дальнейшем, используются тройные индексы. Первый символ индекса определяет волновой вектор (либо энергию, см. ниже) электрона, второй ука-

зывает на его принадлежность к  $s$ - либо  $d$ -зоне, а третий описывает ориентацию его спина.

В приближении «хаотических фаз» [3], которое для изотропных зон является точным, суммирование по волновым векторам можно свести к интегрированию по энергии:

$$\frac{\partial f_{p,s,\sigma}}{\partial t} \Big|_{\text{spin-spin}}^{\text{out}} = -\frac{1}{2} f_{p,s,\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} dE' (1 - f_{E',s,-\sigma}) \rho_s(E') W(E_{s,\sigma}, E'_{s,-\sigma}), \quad (7)$$

$$W(E_{s,\sigma}, E'_{s,-\sigma}) = \frac{2\pi}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon' \rho_d(\varepsilon') \rho_s(\varepsilon' + \delta E) \times f_{\varepsilon',d,-\sigma} (1 - f_{\varepsilon'+\delta E,s,\sigma}) \left| M_{\varepsilon'+\delta E,s,-\sigma;E'_{d,\sigma}}^{E_{s,\sigma};E_{d,-\sigma}} \right|^2, \quad (8)$$

где  $\rho_{s,d}$  – плотность электронных состояний в  $s$ - и  $d$ -зонах;  $\delta E = E - E'$ .

Для переходов вблизи поверхности Ферми зависимостью матричного элемента из (8) от энергии можно пренебречь, положив его примерно равным 0.7 эВ. В этом случае матричный элемент рассеяния определяется функцией распределения для  $d$ -электронов и плотностью состояний. Для переходных металлов (в том числе Ni)  $d$ -зона почти заполнена, и можно воспользоваться ее параболической аппроксимацией. При этом можно положить  $\rho_d(E) \propto (E_{\text{top}} - E)^{1/2}$ , где  $E_{\text{top}}$  – уровень «потолка»  $d$ -зоны. Плотность электронных состояний в  $s$ -зоне  $\rho_s(E)$  можно считать постоянной, т. к. уровень Ферми значительно отстоит от дна зоны.

Моделирование проводилось с использованием диффузионного метода Монте-Карло [13]. При этом вся пленка Ni разбивалась прямоугольной сеткой на двумерные кластеры с периодическим продолжением (рис.1). Считалось, что коэффициент диффузии  $s$ -электронов пропорционален их скорости  $v \simeq v_F$ , постоянен и изотропен. Размер ячейки  $l_{\text{cell}}$  выбирался равным длине свободного пробега  $l_{\text{free}}$ . При этом процесс перехода  $s$ -электрона из одной ячейки в другую не зависел от его предыдущего состояния, что давало возможность выстроить марковские цепочки. В каждом кластере выбиралась некая эффективная элементарная ячейка. Считалось, что она вза-

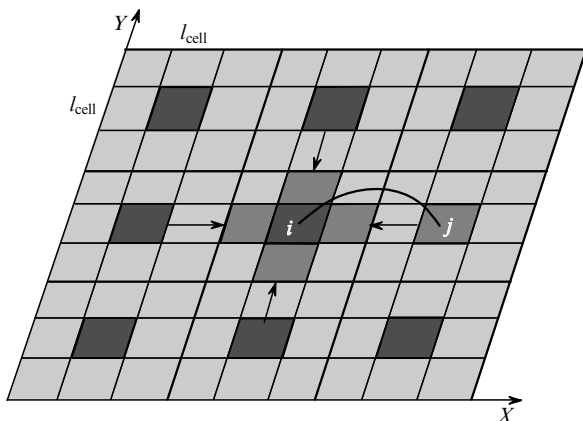


Рис.1. Иллюстрация расчета взаимодействия эффективных ячеек на кластере.

имодельствует с эффективными элементарными ячейками расположенных рядом кластеров как с ближайшими соседями и что изменения намагниченности на масштабе  $l_{\text{cell}}$  можно пренебречь (рис.1).

Для учета прямого нелокального взаимодействия между спинами, эквивалентного учету поля так называемых магнитных зарядов в классической теории [1], строился фурье-образ потенциала взаимодействия точечных источников на моделируемом кластере

$$G(\mathbf{k}) = \int_{S_{\text{cell}}} d\mathbf{r}_{i0} J_{\text{dp}}(i, 0) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}_{i0}), \quad (9)$$

где  $S_{\text{cell}}$  – область интегрирования внутри кластера. Далее с учетом (9) эффективный потенциал нелокального взаимодействия записывался в виде

$$U_{\text{nl}}(i) = \int d\mathbf{k} [(n_{k,s,\sigma} + n_{k,d,\sigma}) - (n_{k,s,-\sigma} + n_{k,d,-\sigma})]^* \times G(\mathbf{k}) \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}_{i0}). \quad (10)$$

Здесь  $n_{\dots}$  – фурье-компонента электронной плотности на кластере. При описании диффузии считалось, что движение  $s$ -электрона внутри ячейки является свободным, а вероятность его перехода в соседнюю ячейку, которая выбиралась случайным образом, определяется выражением [13]

$$P_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{при } \Delta E_{ij} \leq 0, \\ \frac{\exp(-\Delta E_{ij}/k_B T_c)}{\exp(-\Delta E_{ij}/k_B T_c) + 1} & \text{при } \Delta E_{ij} > 0. \end{cases} \quad (11)$$

Здесь  $\Delta E_{ij} = E_j - E_i$  – изменение энергии системы при переходе из  $i$ -й ячейки в  $j$ -ю.

### 3. Результаты моделирования

На первом этапе нами было проведено моделирование стационарных доменов для разных температур  $T$ . Формирующаяся равновесная доменная структура имела наибольшее соотношение площади к периметру (объема к поверхности); это отражает тот факт, что для образования доменных стенок нужна положительная энергия. Основным результатом первого этапа расчета стали температурные зависимости для степени корреляций в ориентации спинов ближайших (next) соседей (узлов)  $C(1) = \langle S_{0,d}^z S_{1,d}^z \rangle$  (рис.2,а), следующих за ближайшими (next-next) соседями  $C(2) = \langle S_{0,d}^z S_{2,d}^z \rangle$  (рис.2,б) и следующих за следующими ближайшими (next-next-next) соседями  $C(3) = \langle S_{0,d}^z S_{3,d}^z \rangle$  (рис.2,в). Легко убедиться, что ближние корреляции в ориентации спинов сохраняются даже при  $T > T_C$  (рис.2,а). В то же время дальний порядок исчезает при  $T = T_C$  (рис.2,б, в). Этот результат полностью согласуется с данными расчетов других авторов [14].

Полученная на первом этапе для комнатной температуры  $T_r \simeq 300$  К равновесная доменная структура была использована в качестве начального условия для второго этапа моделирования. При этом было рассмотрено влияние импульсного лазерного разогрева исследуемой пленки на ее доменную структуру. Считалось, что цуг пикосекундных ( $\tau_p = 20$  пс) импульсов накачки поступает на пленку с временным интервалом в 5 нс, значительно пре-

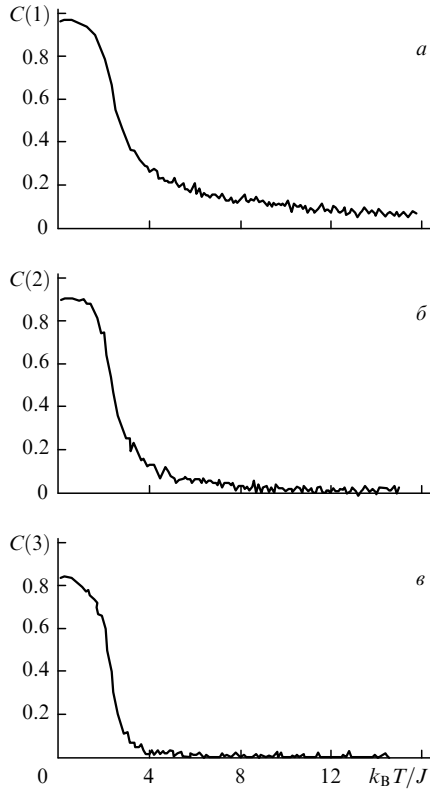


Рис.2. Температурная зависимость степени корреляций в ориентации спинов для ближайших соседей  $C(1)$  (а), следующих за ближайшими соседями  $C(2)$  (б) и следующих за следующими ближайшими соседями  $C(3)$  (в).

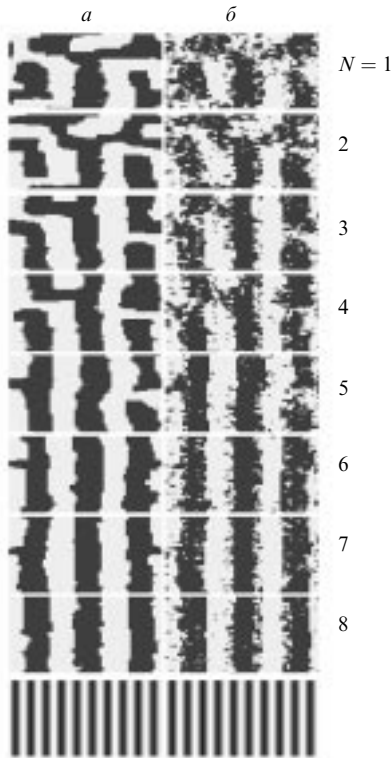


Рис.3. Изменение доменной структуры сверхтонкой пленки Ni в методе ВЧФС при воздействии серии лазерных импульсов длительностью 20 пс перед началом (а) и после воздействия (б)  $N$ -го лазерного импульса. Светлые и темные ячейки имеют взаимно ортогональную ориентацию магнитного момента. Нижние рисунки иллюстрируют положение светлых и темных полос в интерференционной картине.

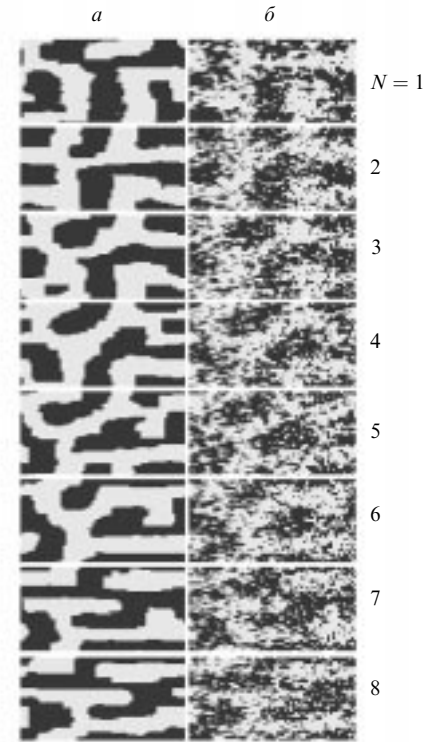


Рис.4. Изменение доменной структуры сверхтонкой пленки Ni в методе БН при воздействии серии лазерных импульсов длительностью 20 пс перед началом (а) и после воздействия (б)  $N$ -го лазерного импульса при пространственно однородном возбуждении. Светлые и темные ячейки имеют взаимно ортогональную ориентацию магнитного момента.

вышающим время ее полного остывания до температуры  $T_r$ , а изменение электронной температуры  $\Delta T_e$  во время действия импульса накачки пропорционально интенсивности падающего света  $I$ .

В ходе проведенных расчетов учитывалось, что, в отличие от метода БН [9] (пространственно однородный разогрев исследуемой пленки,  $\Delta T_e \approx 500$  К), в методе ВЧФС [10] в области пересечения двух совмещенных по несущей частоте пучков накачки формируется одномерная стационарная (на временах  $\tau_p$ ) интерференционная картина (пространственное распределение интенсивности  $I$ ). Считалось, что при пространственном периоде этой картины  $\Lambda = 5$  мкм [10] коэффициент ее видности  $\eta = I_{\max}/I_{\min}$  составляет  $\sim 12$ , а максимальное изменение электронной температуры в пучностях светового поля  $\Delta T_e^{\max}$  равно 900 К. Последовательность трансформации полученной в результате моделирования доменной структуры пленки иллюстрируют рис.3 (метод ВЧФС) и рис.4 (метод БН). Показаны моменты времени, соответствующие началу  $N$ -го ( $N = 1 - 8$ ) импульса накачки и его окончанию.

Проведенное моделирование показало, что под действием 5–7 импульсов накачки, для которых  $\Delta T_e^{\max} \approx 900$  К, происходит практически полная трансформация начальной доменной структуры пленки. В методе ВЧФС (рис.3) успевает сформироваться весьма характерная и очень устойчивая периодическая (в наших расчетах период составил 10 мкм) «полосатая» доменная одномерная структура, ориентированная строго вдоль полос интерференционной картины (рис.3). Доменные стенки быстро «подстраиваются» к темным областям интерференционной картины, преодолеть которые сравнительно

«холодные» (в пределах этих областей  $T_e \ll T_C$ ) свободные  $s$ -электроны уже не могут. Период сформировавшейся за счет этого доменной структуры становится кратным  $\Lambda$ .

При пространственно однородном возбуждении (метод БН, рис.4) указанный стабилизирующий фактор полностью отсутствует, и доменная структура пленки к моменту окончания очередного импульса накачки успевает практически полностью разрушиться. Отметим, что, в отличие от анализируемого нами здесь пространственно неоднородного случая, трансформация доменной структуры ферромагнитных пленок под действием пространственно однородного оптического возбуждения уже рассматривалась в работах [15–18].

Разный характер кинетики разрушения намагниченности ферромагнитной пленки под действием пространственно однородного (метод БН) и неоднородного (метод ВЧФС) возбуждения количественно иллюстрируется зависимостями  $C(3)$  от  $\tau_p$ , построенными на момент окончания 8-го импульса накачки (рис.5). Из приведенных на рис.5 графиков видно, насколько эффективно сформировавшиеся при пространственно неоднородном (метод ВЧФС) оптическом возбуждении устойчивые доменные стенки подавляют процесс «оптического перемешивания спинов» (т.е. процесс разрушения доменной структуры при пространственной миграции возбужденных  $s$ -электронов из одного домена в другой). Именно это и приводит к сохранению в методе ВЧФС намагниченности возбуждаемой пленки на существенно больших, чем в методе БН, временах.

#### 4. Заключение

В настоящей работе мы показали, что кинетики распада намагниченности ферромагнитной пленки в условиях пространственно однородного (метод БН [9]) и пространственно неоднородного (метод ВЧФС [10]) оптического возбуждения кардинально отличаются друг от друга. При пространственно неоднородном возбуждении быстро формирующиеся в исследуемой пленке стенки новой устойчивой одномерной доменной структуры, положение которых оказывается жестко связанным с положениями темных полос интерференционной картины светового поля, практически полностью «блокируют» процесс пространственной миграции возбужденных  $s$ -электронов. По нашему мнению, именно это и приводит

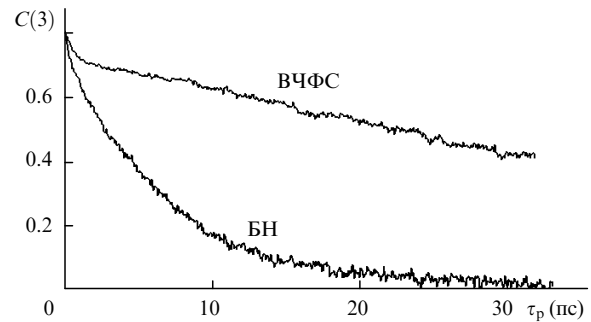


Рис.5. Изменение степени дальних  $C(3)$  корреляций в ориентации спинов с изменением времени лазерного воздействия в методах ВЧФС и БН.

к сохранению в методе ВЧФС [10] намагниченности исследуемых сверхтонких пленок Ni на временах, существенно превышающих времена, характерные для разрушения намагниченности тех же пленок в методе БН [9], несмотря на примерно одну и ту же интенсивность используемого пикосекундного возбуждающего излучения.

Авторы признательны РФФИ (грант № 00-15-96726) и ГНТП «Фундаментальная метрология» и «Физика квантовых и волновых явлений» за частичную финансовую поддержку настоящей работы.

1. Mansuripur M. *The physical principles of magneto-optical recording* (Cambridge, Cambridge University Press, 1995).
2. Hubner W., Zhang G.P. xxx.lanl.gov/cond-mat/9709264.
3. Анималу А. *Квантовая теория кристаллических твердых тел* (М., Мир, 1981).
4. Choi B.C. et al. *Phys.Rev.B*, **60**, 11906 (1999).
5. Beaurepaire E. et al. *Phys.Rev.Letts*, **76**, 4250 (1996).
6. Hohlfeld J. et al. *Phys.Rev.Letts*, **78**, 4861 (1997).
7. Scholl A. et al. *Phys.Rev.Letts*, **79**, 5146 (1997).
8. Агранат М.Б. и др. *ЖЭТФ*, **86**, 1376 (1984).
9. Петникова В.М. и др. *Квантовая электроника*, **28**, 69 (1999).
10. Кузнецова Л.П. и др. *Квантовая электроника*, **30**, 175 (2000).
11. Ahiezer A.I. *J.Phys.*, **10**, 217 (1946).
12. Hucht A., Usadel K.D. xxx.lanl.gov/cond-mat/9701043.
13. *Monte Carlo simulation in statistical physics: an introduction*. К. Binder (ed.) (Berlin, Springer-Verlag, 1997).
14. Квасников И.А. *Термодинамика и статистическая физика. Теория неравновесных систем* (М., изд-во МГУ, 1987).
15. Сукстанский А.Л. и др. *ФТТ*, **39**, 1824 (1997).
16. Иванов Л.П. и др. *Письма в ЖЭТФ*, **23**, 627 (1976).
17. Логгинов А.С. и др. *ЖЭТФ*, **117**, 571 (2000).
18. Sobolev V.L. et al. *J.Appl.Phys.*, **88**, 4783 (2000).