

Нелинейный фазовый сдвиг и скачки частоты при ГВГ в лазере с двойным резонатором

И.И.Золотоверх, Е.Г.Ларионцев

Рассмотрены частотные характеристики и устойчивость режимов генерации твердотельного лазера с внутррезонаторной ГВГ при наличии обратной связи на удвоенной частоте. Исследованы три стационарных состояния, различающихся нелинейным сдвигом фазы, связанным с преобразованием во вторую гармонику. Показано, что при плавном изменении параметров лазера с двойным резонатором могут возникнуть скачки частоты генерируемого излучения, обусловленные переходами между рассмотренными стационарными состояниями.

Ключевые слова: внутррезонаторная генерация второй гармоники, двойной резонатор, нелинейный сдвиг частоты, твердотельный лазер.

Введение

Для повышения эффективности нелинейных оптических процессов широко используются методы внутррезонаторной (ВР) генерации [1–21]. Проводившиеся ранее исследования по ВРГВГ можно разделить на две группы: к 1-й группе отнесем работы по удвоению [1–13] и самоудвоению [14–17] частоты внутри резонатора лазера, а ко 2-й – по ГВГ при инжекции лазерного излучения во внешний резонатор, содержащий нелинейный кристалл [18–21]. В 1-й группе работ изучалось влияние ВРГВГ на динамику генерации лазера. Эти исследования относятся в основном к системам, в которых вторая гармоника покидает резонатор за один оборот (отсутствует обратная связь на удвоенной частоте 2ω). В работах [2–9] детально изучена динамика ГВГ внутри лазерного резонатора при отсутствии обратной связи на частоте 2ω : исследованы периодические режимы противофазной автомодуляции и динамического хаоса в многомодовых лазерах, рассмотрены способы стабилизации режимов стационарной генерации.

В работах [10–13] теоретически рассматривалась ГВГ внутри лазерного резонатора при наличии обратной связи на частоте 2ω , анализировалась устойчивость стационарной генерации в одномодовом лазере [10, 11, 13], исследовались характеристики сжатого света [11, 12], а также рассматривалось влияние добротности резонатора на частоте 2ω на эффективность ГВГ [13]. Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию нелинейного сдвига фазы, частотных характеристик и устойчивости режимов генерации твердотельного лазера с ВРГВГ при наличии обратной связи по второй гармонике.

При распространении волн через нелинейный кристалл могут возникнуть дополнительные нелинейные

сдвиги фазы $\varphi_{1,2}^{NL}$ на частотах ω и 2ω , связанные с преобразованием частоты излучения (нелинейные сдвиги фазы). При выполнении условия фазового синхронизма нелинейный сдвиг фазы на основной частоте есть

$$\varphi_1^{NL} = \int_0^l \chi \sqrt{I_2} \cos \psi dx, \quad (1)$$

где χ – коэффициент нелинейности; l – длина нелинейного элемента; I_2 – интенсивность второй гармоники; $\psi = 2\varphi_1 - \varphi_2$; $\varphi_{1,2}$ – фазы основной волны и второй гармоники в нелинейном кристалле. При ВРГВГ в условиях фазового синхронизма и в отсутствие обратной связи на частоте 2ω нелинейные сдвиги фазы $\varphi_{1,2}^{NL}$ отсутствуют, т.к. в этом случае $\cos \psi = 0$. При наличии же обратной связи, как будет показано ниже, они могут возникнуть.

1. Система уравнений и стационарные режимы генерации

Рассмотрим одномодовую генерацию в твердотельном лазере с ГВГ внутри резонатора. Будем считать, что резонатор лазера образован зеркалами, имеющими высокие коэффициенты отражения как на основной частоте, так и на частоте второй гармоники. Назовем такой резонатор двойным. Систему скоростных уравнений, описывающую динамику генерации, запишем в виде

$$\frac{da_1}{dt} = \frac{a_1}{2T_c} [k_1(N-1) - \sqrt{\varepsilon} a_2 \sin \psi], \quad (2)$$

$$\frac{da_2}{dt} = -\frac{k_2}{2T_c} a_2 + \frac{\sqrt{\varepsilon}}{2T_c} a_1^2 \sin \psi, \quad (3)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{\sqrt{\varepsilon}}{2T_c} \left(\frac{a_1^2}{a_2} - 2a_2 \right) \cos \psi + \omega_{2c} - 2\omega_{1c}, \quad (4)$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{T_1} [(1+\eta) - N(1+a_1^2)]. \quad (5)$$

Здесь $a_{1,2} = (I_{1,2}/I_s)^{1/2}$ – безразмерные амплитуды полей внутри резонатора на основной частоте и частоте второй гармоники; $\varphi_{1,2}$, $I_{1,2}$ – фазы и интенсивности этих полей; I_s – интенсивность насыщения активной среды; $k_{1,2}$ – линейные потери в двойном резонаторе; T_c – время обхода светом резонатора; $\varepsilon = (\chi l)^2 I_s$ – параметр нелинейности; T_1 – время релаксации инверсной населенности; ω_{2c} – собственная частота резонатора для второй гармоники; $2\omega_{1c}$ – удвоенная частота резонатора для основного излучения; N – отношение инверсной населенности к пороговому значению; $1 + \eta$ – отношение мощности накачки к пороговому значению.

Вывод системы уравнений (2)–(5) дан в Приложении. При выводе был сделан ряд допущений, определяющих границы применимости этих уравнений. ГВГ рассматривается для синхронизма первого типа (ооо-взаимодействие). Предполагается, что в нелинейном кристалле выполнено условие синхронизма (см. неравенство (П5) в Приложении), определяющее область допустимых расстройек волновых векторов $\Delta k = k_2 - 2k_1$ взаимодействующих волн. При выводе уравнений сделано допущение о малости полных потерь за один обход резонатора на обеих длинах волн.

Предполагается также, что при обходе резонатора изменение разности фаз $\Delta\psi$ между взаимодействующими волнами мало ($|\Delta\psi| \ll \pi$). Это накладывает ограничения на допустимые нелинейные набег фазы $\varphi_{1,2}^{NL}$ ($|\varphi_{1,2}^{NL}| \ll \pi$). Условие синхронизма (неравенство (П5) в Приложении) ограничивает допустимую область расстройек собственных частот резонатора $\omega_{2c} - 2\omega_{1c}$. Расстройка собственных частот в двойном резонаторе возникает вследствие дисперсии внутрирезонаторных оптических элементов и неравенства фазовых сдвигов $\delta_{1,2}$ волн при отражении от зеркал резонатора (см. формулы (П6)).

Относительная отстройка основной частоты от центра линии усиления для одномодового твердотельного лазера мала, и поэтому в (2)–(5) она не учитывается. В частном случае безынерционной активной среды (лазер класса А), когда инверсную населенность N можно адиабатически исключить ($T_1 \ll T_c$, $N = (1 + \eta)/(1 + a_1^2)$), уравнения (2)–(5) совпадают с использовавшимися в работах [11, 12].

Рассмотрим вначале частный случай, когда собственная частота резонатора для второй гармоники ω_{2c} равна удвоенной частоте резонатора для основного излучения: $\omega_{2c} = 2\omega_{1c}$. В этом случае находим три стационарных решения системы уравнений (2)–(5). Решение 1 имеет место при $\cos \psi = 0$, при этом внутрирезонаторные амплитуды полей определяются формулами

$$a_1^2 = \frac{-B_0 + (B_0^2 + 4A_0k_1\eta)^{1/2}}{2A_0}, \quad a_2^2 = \frac{\varepsilon a_1^4}{k_2^2}, \quad (6)$$

где $A_0 = \varepsilon/k_2$; $B_0 = k_1 + A_0$.

Рассмотрение поведения малых возмущений относительно стационарного решения (6) и анализ характеристического уравнения показывают, что это решение устойчиво при выполнении неравенства

$$\varepsilon \left(\eta - \frac{k_2}{2k_1} \right) \leq \left(\frac{k_2}{4} \right)^2 \left(2 + \frac{k_2}{k_1} \right). \quad (7)$$

Частота генерации лазера для решения 1 совпадает с частотой моды резонатора, т. к. в этом случае $\varphi_1^{NL} = 0$ и

нелинейный сдвиг частоты, пропорциональный φ_1^{NL} , отсутствует.

При нарушении устойчивости решения 1, т. е. при выполнении неравенства

$$\varepsilon \left(\eta - \frac{k_2}{2k_1} \right) > \left(\frac{k_2}{4} \right)^2 \left(2 + \frac{k_2}{k_1} \right), \quad (8)$$

возникают и оказываются устойчивыми два других решения, для которых $\cos \psi \neq 0$ и, следовательно, возникают нелинейные набег фазы $\varphi_{1,2}^{NL}$ и частоты. Для решений 2 (а) и 3 (б) амплитуды полей определяются формулами

$$a_2^2 = \left(\eta - \frac{k_2}{2k_1} \right) / \left(2 + \frac{k_2}{k_1} \right), \quad a_1^2 = 2a_2^2, \quad (9)$$

а частоты генерации лазера

$$\omega_{a,b} = \omega_{1c} \pm \omega_{NL}, \quad (10)$$

где

$$\omega_{NL} = \frac{1}{T_c} \left[\frac{\varepsilon(\eta - k_2/2k_1)}{2 + k_2/k_1} - \left(\frac{k_2}{4} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (11)$$

– нелинейный сдвиг частоты генерации. Существование двух решений, определяемых формулами (9)–(11), связано с тем, что уравнения (2)–(4) для $\sin \psi$ как для неизвестного имеют два корня, равных по модулю, но противоположных по знаку.

Зависимость частотного сдвига $\Delta f = (\omega_{a,b} - \omega_{1c})/2\pi$ от превышения мощности накачки над пороговой мощностью показана на рис.1. При вычислениях использовались $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-5}$, $T_c = 0.2$ нс, $k_1 = 0.01$, $k_2 = 0.01$, что соответствует (за исключением k_2) параметрам YAG:Nd-лазера с ВРГВГ на кристалле КТР длиной $l = 5$ мм, использовавшегося в [3–5].

Нелинейные сдвиги фазы и частоты возникают также и для излучения второй гармоники. С помощью уравнений (2)–(5) можно показать, что частота второй гармоники определяется формулой

$$\omega_2 = 2\omega_{1c} + \frac{\sqrt{\varepsilon}}{T_c} \cos \psi.$$

Из этой формулы следует, что частота второй гармоники равна удвоенной частоте генерации лазера

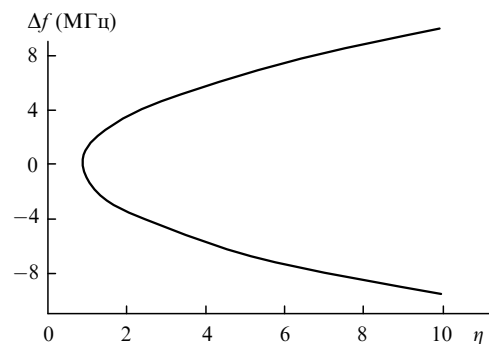


Рис.1. Зависимость сдвига частоты генерации $\Delta f = (\omega_{a,b} - \omega_{1c})/2\pi$ от превышения мощности накачки над порогом η при $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-5}$, $T = 0.2$ нс, $k_1 = 0.01$, $k_2 = 0.01$.

$$\omega_L = \omega_{1c} + \frac{\sqrt{\varepsilon}}{2T_c} \cos \psi.$$

Рассмотрим теперь влияние расстройки частот резонатора $\omega_{2c} - 2\omega_{1c}$ на частотный сдвиг и устойчивость генерации.

2. Скачки частоты генерации при изменении расстройки частот резонатора $\omega_{2c} - 2\omega_{1c}$

Амплитудные и частотные характеристики излучения лазера с ВРГВГ в двойном резонаторе оказываются весьма чувствительными к расстройке собственных частот резонатора $\Delta = \omega_{2c} - 2\omega_{1c}$. Из (2)–(5) нетрудно получить формулы, описывающие стационарную генерацию при $\Delta \neq 0$:

$$a_1^2 = \frac{-B + (B^2 + 4Ak_1\eta)^{1/2}}{2A}, \quad a_2 = \frac{\sqrt{\varepsilon}}{k_2} a_1^2 \sin \psi, \quad (12)$$

$$\Delta \equiv \omega_{2c} - 2\omega_{1c} = \frac{\sqrt{\varepsilon}}{2T_c} \left(2a_2 - \frac{a_1^2}{a_2} \right) \cos \psi, \quad (13)$$

где $A = (\varepsilon/k_2) \sin^2 \psi$; $B = k_1 + A$.

Эти формулы непосредственно дают параметрическую зависимость a_1^2 и a_2^2 от расстройки Δ . Задавая параметр ψ , с помощью (12), (13) можно вычислить a_1^2 , a_2^2 и Δ . Зависимость безразмерной интенсивности второй гармоники a_2^2 от Δ показана на рис.2.

Устойчивость стационарной генерации при $\Delta \neq 0$ исследовалась на основе критерия Рауса–Гурвица. В области устойчивости зависимость $a_2^2(\Delta)$ показана сплошной кривой, а в области неустойчивости – пунктиром. Как видно из рис.2, максимальная интенсивность излучения второй гармоники достигается при $\Delta = 0$, с увеличением $|\Delta|$ интенсивность a_2^2 монотонно уменьшается.

Два решения, различающиеся знаком нелинейного сдвига частоты, могут существовать в некоторой области расстройк частот резонатора $\Delta = \omega_{2c} - 2\omega_{1c}$. Это видно из рис.3, где приведена зависимость сдвига частоты генерации

$$\omega_L - \omega_{1c} = \frac{\sqrt{\varepsilon}}{2T_c} \cos \psi$$

от расстройки Δ . При $\Delta \neq 0$ в области устойчивости зависимость $\omega_L - \omega_{1c} = f(\Delta)$ показана сплошной кривой, а

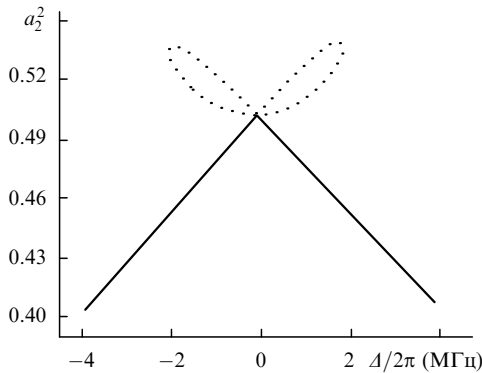


Рис.2. Зависимость безразмерной интенсивности второй гармоники a_2^2 от расстройки собственных частот двойного резонатора $\Delta/2\pi$ при $\eta = 2$, $k_1 = k_2 = 5 \cdot 10^{-3}$; остальные параметры те же, что и на рис.1 (неустойчивое решение показано пунктиром).

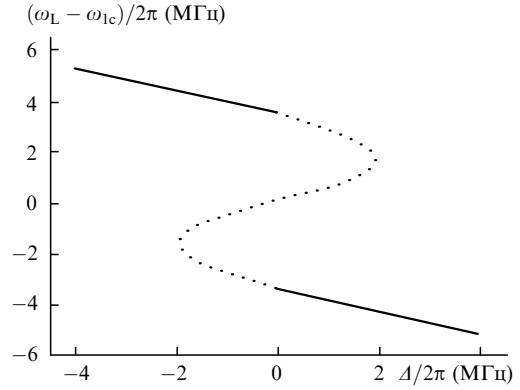


Рис.3. Зависимость сдвига частоты генерации лазера $\omega_L - \omega_{1c}/2\pi$ от расстройки собственных частот двойного резонатора $\Delta/2\pi$. Параметры лазера те же, что и на рис.2 (неустойчивое решение показано пунктиром).

неустойчивые состояния изображены пунктиром. Как видно из рис.3, при параметрах, характерных для твердотельных лазеров, с изменением знака расстройки частот происходит смена режимов генерации, различающихся знаком нелинейного сдвига частоты $\omega_L - \omega_{1c}$. В результате при плавном изменении расстройки Δ должно происходить скачкообразное изменение частоты генерации. Этот скачок оказывается равным $2\omega_{NL}$, где ω_{NL} определяется формулой (11).

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 00-02-16041) и РФФИ-БРФФИ (грант № 00-02-81040 Бел. 2000-а).

Приложение

Для получения уравнений (2)–(5) рассмотрим распределенную модель однонаправленного кольцевого лазера. В приближении плоских волн внутрирезонаторные оптические поля E_m на основной частоте ($m = 1$) и на частоте второй гармоники ($m = 2$) запишем в виде

$$E_m = \text{Re}\{e_m(x, t) \exp[i(m\omega t - \kappa_m x)]\}. \quad (\text{П1})$$

Здесь $m\omega$ и κ_m – оптические частоты и волновые векторы полей.

Медленно меняющиеся комплексные амплитуды $e_{1,2}(x, t)$ и плотность инверсной населенности $\Delta(x, t)$ удовлетворяют следующей системе уравнений (см., напр., [22]):

$$\frac{\partial e_1}{\partial x} + \frac{n_1}{c} \frac{\partial e_1}{\partial t} = -i\sigma_1 e_1^* e_2 + \frac{\sigma_a}{2} \Delta e_1 + \left[i(\omega - \omega_{1c}) \frac{n_1}{c} - \frac{\alpha_1}{2} \right] e_1, \quad (\text{П2})$$

$$\frac{\partial e_2}{\partial x} + \frac{n_2}{c} \frac{\partial e_2}{\partial t} = -i\sigma_2 e_1^2 + \left[i(2\omega - \omega_{2c}) \frac{n_2}{c} - \frac{\alpha_2}{2} \right] e_2, \quad (\text{П3})$$

$$\frac{\partial \Delta}{\partial t} = \frac{A_0 - \Delta(1 + |e_1|^2/I_s)}{T_1}, \quad (\text{П4})$$

где $n_{1,2}(x)$ и $\alpha_{1,2}(x)$ – показатели преломления и распределенные коэффициенты поглощения на частотах ω и 2ω соответственно; $A_0(x, t)$ – распределение плотности инверсной населенности в отсутствие насыщения; I_s – интенсивность насыщения активной среды. Уравнения (П2), (П3) записаны в предположении, что в нелинейном

кристалле выполняется условие синхронизма [1]. При наличии расстройки волновых векторов $\Delta\mathbf{k} = \mathbf{k}_2 - 2\mathbf{k}_1$ условие синхронизма можно считать выполненным, если расстройка $\Delta\mathbf{k}$ удовлетворяет неравенству

$$|\Delta\mathbf{k}|l \ll 1. \quad (\text{П5})$$

Будем считать, что нелинейный кристалл длиной l расположен в области $x_0 < x < x_0 + l$, а активный кристалл длиной l_a – в области $x_a < x < x_a + l_a$. В частном случае $x_0 = x_a$ и $l = l_a$ рассматриваемая система уравнений описывает лазер с нелинейной активной средой. Горцы кристаллов (или нелинейного активного элемента) полагаем полностью просветленными, чтобы не учитывать отражение волн от них. При переходе из одной среды в другую происходит изменение амплитуд волн. Если показатели преломления активного и нелинейного кристаллов сильно различаются, то будут заметно различаться и амплитуды волн в этих кристаллах. Чтобы это не учитывать, будем считать, что показатели преломления активного элемента и нелинейного кристалла близки.

Граничные условия для внутрирезонаторных оптических полей $E_{1,2}$ на выходном зеркале имеют вид

$$\tilde{R}_{1,2}E_{1,2}(L, t) = E_{1,2}(0, t),$$

где $\tilde{R}_{1,2} = R_{1,2} \exp(i\delta_{1,2})$ – комплексные коэффициенты отражения; $R_{1,2}$ – их модули; $\delta_{1,2}$ – фазовые сдвиги при отражении; L – периметр резонатора. Для простоты мы полагаем, что только одно из зеркал имеет коэффициенты отражения $R_{1,2}$, отличные от единицы, а для всех остальных зеркал коэффициенты отражения равны единице. Волновые векторы внутрирезонаторных полей $\mathbf{k}_{1,2}$ и собственные частоты резонатора $\omega_{1c,2c}$ находим из решения линейной задачи, пренебрегая нелинейной поляризуемостью кристалла и инверсной населенностью в активной среде. Для $\omega_{1c,2c}$ получим следующие выражения:

$$\omega_{1c} = \frac{2\pi m + \delta_1}{T_{c1}}, \quad \omega_{2c} = \frac{4\pi m + \delta_2}{T_{c2}}, \quad (\text{П6})$$

где m – индекс аксиальной моды; $T_{c1,c2} = \int_0^L n_{1,2}(x)dx/c$ – времена обхода резонатора для волн на основной частоте и частоте второй гармоники.

Граничные условия для комплексных амплитуд полей $e_{1,2}(x, t)$ на выходном зеркале имеют вид

$$R_{1,2}e_{1,2}(L, t) = e_{1,2}(0, t). \quad (\text{П7})$$

Интегрируя (П2)–(П4) по x в пределах от нуля до L , получаем следующие дифференциальные уравнения для усредненных по длине резонатора комплексных амплитуд волн $\langle e_{1,2} \rangle = \int_0^L e_{1,2}(x, t)dx/L$ и плотности инверсной населенности $\langle \Delta \rangle = \int_0^L \Delta(x, t)dx/L$:

$$T_c \frac{d\langle e_1 \rangle}{dt} + e_1(L, t) - e_1(0, t) = -i\sigma_1 l \langle e_1^* \rangle \langle e_2 \rangle + \left[\frac{\sigma_a l_a \langle \Delta \rangle}{2} + iT_c(\omega - \omega_{1c}) - \frac{\alpha_1 l}{2} \right] \langle e_1 \rangle, \quad (\text{П8})$$

$$T_c \frac{d\langle e_2 \rangle}{dt} + e_2(L, t) - e_2(0, t) = -i\sigma_2 l \langle e_1 \rangle^2 + \left[iT_c(2\omega - \omega_{2c}) - \frac{\alpha_2 l}{2} \right] \langle e_2 \rangle, \quad (\text{П9})$$

$$\frac{\partial \langle \Delta \rangle}{\partial t} = \frac{\langle \Delta \rangle_0 - \langle \Delta \rangle (1 + |e_1|^2/I_s)}{T_1}, \quad (\text{П10})$$

где $\langle \Delta \rangle_0 = \int_0^L \Delta_0(x, t)dx/L$.

При интегрировании мы учли, что в высокочастотном резонаторе комплексные амплитуды волн мало меняются на длине резонатора. Кроме того, поскольку в данной работе рассматриваются расстройки собственных частот резонатора $\omega_{1c} - \omega_{2c}$, малые по сравнению с разностью частот между соседними аксиальными модами, в уравнениях (П8), (П9) времена обхода $T_{c1,c2}$ заменены средним временем обхода $T_c = (T_{c1} + T_{c2})/2$ (различие времен T_{c1} и T_{c2} необходимо учитывать лишь в формулах для собственных частот резонатора). Учитывая граничные условия, члены $e_{1,2}(L, t) - e_{1,2}(0, t)$, входящие в (П8), (П9), можно приближенно записать в виде $e_{1,2}(L, t) - e_{1,2}(0, t) = (1 - R_{1,2})\langle e_{1,2} \rangle$. Введем коэффициенты линейных потерь

$$\frac{k_{1,2}}{2} = 1 - R_{1,2} + \int_0^L \frac{\alpha_{1,2}}{2} dx$$

и будем считать коэффициенты нелинейности σ_1 и σ_2 равными друг другу: $\sigma_1 = \sigma_2 = \chi/2$. Представим $\langle e_{1,2} \rangle$ в виде $\langle e_{1,2} \rangle = a_{1,2} \sqrt{T_s} \exp(i\varphi_{1,2})$ и введем параметр нелинейности $\varepsilon = I_s(\chi l)^2$. Далее нетрудно убедиться, что из (П8), (П9) непосредственно следуют уравнения (2)–(4). Из уравнения (П10), переходя к N , равному отношению средней плотности инверсии населенности $\langle \Delta \rangle$ к ее пороговому значению Δ_{th} , и обозначив $\langle \Delta \rangle / \Delta_{th} = 1 + \eta$, получим уравнение (5) для N .

1. Дмитриев В.Г., Тарасов Л.В. *Прикладная нелинейная оптика* (М., Радио и связь, 1982).
2. Baer T. *J.Opt.Soc.Amer.B*, **3**, 1175 (1986).
3. James G.E., Harrell E., Roy R. *Phys.Rev.A*, **41**, 2778 (1990).
4. Bracikowsky C., Roy R. *Phys.Rev.A*, **43**, 6455 (1991).
5. Bracikowsky C., Roy R. *Chaos*, **1**, 49 (1991).
6. Nagai H., Kume M., Ohita I., Shimizu H., Kazumura M. *IEEE J.Quantum.Electron.*, **28**, 1164 (1992).
7. Viktorov E.A., Klemer D.R., Karim M.A. *Optics Comms*, **113**, 441 (1995).
8. Wang J.Y., Mandel P. *Phys.Rev.A*, **52**, 1474 (1995).
9. Kozyreff G., Mandel P. *Phys.Rev.A*, **58**, 4946 (1998).
10. Дмитриев В.Г., Зенкин В.А., Корниенко Н.Е., Рыжков А.И., Стрижевский В.Л. *Квантовая электроника*, **5**, 2416 (1978).
11. Горбачев В.Н., Ползик Е.С. *ЖЭТФ*, **96**, 1984 (1989).
12. Walls D.F., Collet M.J., Lane A.S. *Phys.Rev.A*, **42**, 4366 (1990).
13. Золотоверх И.И., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **30**, 565 (2000).
14. Fan T.Y., Dixon G.J., Byer R.L. *Optics Letts*, **11**, 204 (1986).
15. Hemmati H. *IEEE J.Quantum.Electron.*, **28**, 1169 (1992).
16. Chen Y.F., Wang S.C., Kao C.F., Hang T.M. *IEEE Photon.Tech-nol.Letts*, **8**, 1313 (1996).
17. Кравцов Н.В., Лаптев Г.Д., Морозов Е.Ю., Наумова И.И., Фирсов В.В. *Квантовая электроника*, **29**, 95 (1999).
18. Kozlovsky W.J., Nabors C.D., Byer R.L. *Optics Letts*, **12**, 1014 (1987).
19. Paschotta R., Fiedler K., Kurz P., Mlynek J. *Appl.Phys.B*, **58**, 117 (1994).
20. Berger V. *J.Opt.Soc.Amer.B*, **14**, 1351 (1997).
21. Peschel U., Etrich C., Lederer F. *Optics Letts*, **23**, 500 (1998).
22. Карпенко С.Г., Стрижевский В.Л. *Квантовая электроника*, **6**, 437 (1979).