

Синхронизация двухчастотных хаотических лазеров с однонаправленной связью

А.П.Напартович, А.Г.Сухарев

Изучена нелинейная динамика пары оптически связанных полупроводниковых лазерных диодов при разных коэффициентах оптической связи между ними и разных токах накачки. При увеличении тока накачки в поведении системы обнаружен ряд перестроек режимов – от стационарного к периодическому и далее к хаотическому. Получены приближенные формулы для частот автоколебаний системы и других характеристик пары лазеров в зависимости от интенсивности накачки. Аналитически найдена критическая интенсивность накачки, при превышении которой возникает ненулевая средняя разность частот этих лазеров. Динамика таких режимов в связанных лазерах характеризуется фиксированным набегом разности фаз полей за период. Численно исследована хаотическая динамика двухсекционных полупроводниковых лазеров в схеме управляющий лазер – управляемый лазер. Показана возможность режима почти полной синхронизации хаоса в такой схеме.

Ключевые слова: синхронный хаос, двухчастотный лазер, оптическая связь.

Введение

В последнее время непрерывно растет интерес к исследованию динамического хаоса в различных физических системах. По мере развития понимания сложной динамики хаотических систем совершенствуются и методы контроля и практического использования хаотической динамики. В частности, динамический хаос может использоваться в каналах связи для конфиденциальной передачи закодированной информации. Для этого необходимо генерировать излучение в режиме динамического хаоса и контролировать его параметры, а также реализовать синхронизацию хаотических режимов работы приемника и передатчика. Установлено, что широкий класс лазерных систем обладает свойством динамического хаоса и, в частности, существует ряд способов получения хаотического выходного сигнала в полупроводниковых лазерах. Удобство применения полупроводниковых лазеров для оптической связи и возможность получения хаоса в них определяют их особую роль в системах оптической криптографии с использованием хаоса.

Конкретная схема лазерного канала связи с кодированием хаотического сигнала, излучаемого лазерным передатчиком, и последующей его передачей к приемнику, представляющему собой лазер, идентичный передатчику, была рассмотрена теоретически в [1] и реализована экспериментально в [2, 3].

Схема кодирования – декодирования информации в хаотической последовательности лазерных импульсов опирается на нетривиальный эффект: управляемый лазер, идентичный управляющему лазеру, при инъекции в него оптического сигнала, дополнительно промодулиро-

ванного информационным сигналом, восстанавливает исходное излучение, убирая модуляцию [1]. Сравнивая поступивший информационно-несущий пучок с излучением на выходе управляемого лазера, можно восстановить закодированную информацию.

Таким образом, в этой схеме имеются два ключевых процесса: 1) синхронизация лазера-приемника, в который инжектируется хаотический сигнал из идентичного лазера-передатчика; 2) стирание информации, поступившей в инжектируемом пучке. На качество этих процессов могут влиять многие факторы. Действие такого фактора как неидентичность лазера-передатчика и лазера-приемника существенно зависит от характеристик хаоса (в частности, его фрактальной размерности), которые, в свою очередь, определяются механизмом хаотизации лазерного излучения. Наиболее изучена обсуждаемая схема для ситуации, когда хаотизация излучения вызывалась периодической модуляцией скорости накачки. В частности, в [4] показано, что синхронизация хаотического лазера, управляемого инъекцией хаотического сигнала от управляющего лазера с отстроенной частотой, оказывается неполной. Возникающее различие полей, однако, мало, что позволяет надеяться на возможность использования таких систем.

Очевидно, что потеря информации в приемнике при сохранении несущего хаотического излучения имеет место далеко не при всех условиях. Есть ограничения, накладываемые на плотность кодируемой информации и на степень идентичности лазеров. Вопрос о допустимой ширине полосы частот для передачи информации изучался численно в нашей работе [5] для случая, когда эти лазеры были идентичны и хаос обеспечивался периодической накачкой. Найдено, что полоса информационного сигнала не должна превышать ~ 0.2 частоты релаксационных колебаний лазера.

Указанные исследования выполнены для модельной системы оптически связанных (связь однонаправленная) CO_2 -лазеров. Как отмечалось выше, реальные канди-

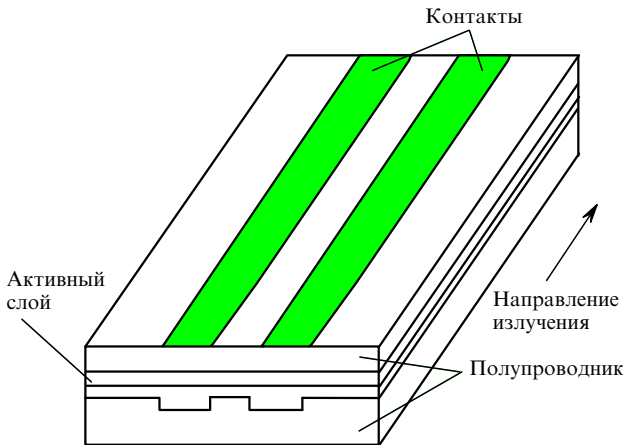


Рис.1. Схема двухсекционного лазерного диода.

даты на использование в оптической криптографии – полупроводниковые лазеры. С точки зрения динамики генерации новым фактором, не учитывавшимся в ранее исследованных системах, является самомодуляция излучения в полупроводниках благодаря нелинейному преломлению, возникающему, в основном, из-за вклада, пропорционального инверсии. Одним из простых способов осуществления хаотического режима работы лазерного диода является выбор двухсекционной конструкции, в которой между секциями имеется оптическая связь (см. рис.1). Как показано численно в работе [6], при заданных расстояниях между секциями (другими словами, при определенной константе оптической связи) лазерная генерация становится пичковой с хаотической последовательностью пичков. Использование таких механизмов хаотизации, при которых для модуляции параметров системы не требуются внешние периодические источники сигнала заданной частоты, дает определенные преимущества, особенно на высоких частотах, необходимых для увеличения ширины полосы информационного канала. Следует также иметь в виду, что при использовании хаоса малой размерности (по Ляпунову) информационный сигнал может быть легче обнаружен и декодирован, чем при использовании хаоса высокой размерности [7].

Сказанное выше объясняет актуальность исследования нелинейной динамики модели двухсекционных лазерных диодов, обладающей хаосом более высокой размерности. Поставленная проблема требует проведения большого объема вычислений, в связи с чем использована упрощенная модель связанных мод (coupled-mode theory). Сравнение наших результатов с приведенными в работе [6] результатами исследования пары связанных лазерных диодов в рамках модели с распределенными параметрами показывает идентичность наблюдаемых режимов.

Цель настоящей работы состояла в аналитическом и численном исследовании последовательности режимов генерации при росте тока двухсекционного лазерного диода, выборе хаотического режима большой размерности и численном изучении синхронизации второй пары секций инжекцией излучения из первой пары.

1. Модель двухсекционного лазерного диода

Схематическое изображение модели полупроводникового лазера с двухсекционной структурой, рассмотре-

ной в [6], представлено на рис.1. Эволюция электромагнитного поля $E_{1,2}(t) \exp(-i\omega t)$ внутри двух полупроводниковых лазерных диодов описывается укороченными волновыми уравнениями для медленно меняющихся комплексных амплитуд [8]:

$$\frac{\partial \mathcal{E}_1}{\partial t} = \frac{1}{2} \left[G(\mathcal{N}_1) - \frac{1}{\tau_{ph}} \right] (1 - iR) \mathcal{E}_1 + iM \mathcal{E}_2, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}_2}{\partial t} = \frac{1}{2} \left[G(\mathcal{N}_2) - \frac{1}{\tau_{ph}} \right] (1 - iR) \mathcal{E}_2 + iM \mathcal{E}_1, \quad (2)$$

где $G(\mathcal{N}_{1,2})$ – вероятность индуцированного излучения фотонов (усиление), зависящая от плотности носителей $\mathcal{N}_{1,2}$; τ_{ph} – время жизни фотона в резонаторе; M – коэффициент связи между смежными лазерами; R – антиволноводный параметр, известный еще как фактор уширения линии. Параметр R пропорционален отношению скорости изменения показателя преломления η к скорости изменения усиления G при вариации плотности носителей \mathcal{N} :

$$R = -2k_0 \left(\frac{\partial \eta / \partial \mathcal{N}}{\partial G / \partial \mathcal{N}} \right), \quad (3)$$

где $k_0 = \omega/c$ – волновое число на центральной частоте волновой моды лазера. Обычно $\partial \eta / \partial \mathcal{N} < 0$ и увеличение числа носителей приводит к уменьшению вещественной части показателя преломления, так что $R > 0$ ($R = 2 - 6$). При не слишком большом превышении порога генерации усиление может быть представлено в виде $G(\mathcal{N}_{1,2}) = G(\mathcal{N}_{th}) + (\mathcal{N}_{1,2} - \mathcal{N}_{th})g$, где \mathcal{N}_{th} – пороговая плотность носителей; $G(\mathcal{N}_{th}) = 1/\tau_{ph}$; $g = \partial G / \partial \mathcal{N}$ – дифференциальное усиление.

Плотность носителей определяется скоростными уравнениями (см. [9])

$$\frac{\partial \mathcal{N}_{1,2}}{\partial t} = p - \frac{\mathcal{N}_{1,2}}{\tau_s} - G(\mathcal{N}_{1,2}) |\mathcal{E}_{1,2}|^2, \quad (4)$$

где p – интенсивность накачки носителей; τ_s – время жизни носителей. Член $\mathcal{N}_{1,2}/\tau_s$ в уравнении (4) отвечает за потери носителей в результате спонтанного излучения. Потери в процессе стимулированного излучения описываются слагаемым с полевым членом $|\mathcal{E}_{1,2}|^2$.

Проведем перенормировку переменных:

$$X_{1,2} = \left(\frac{g\tau_s}{2} \right)^{1/2} \mathcal{E}_{1,2}, \quad N_{1,2} = \frac{1}{2} g\tau_{ph} (\mathcal{N}_{1,2} - \mathcal{N}_{th}),$$

$$P = \frac{1}{2} g\tau_{ph} (p\tau_s - \mathcal{N}_{th}), \quad T = \frac{\tau_s}{\tau_{ph}}, \quad \tau = \frac{t}{\tau_{ph}}, \quad M = M\tau_{ph}$$

(здесь $X_{1,2}$ – нормированная амплитуда поля; $N_{1,2}$ – нормированное превышение плотности носителей над пороговой; P – нормированное превышение интенсивности накачки над пороговой). Тогда уравнения (1), (2), (4) принимают вид

$$\frac{\partial X_{1,2}}{\partial \tau} = (1 - iR) N_{1,2} X_{1,2} + iM X_{2,1}, \quad (5)$$

$$T \frac{\partial N_{1,2}}{\partial \tau} = P - N_{1,2} - (1 + 2N_{1,2}) |X_{1,2}|^2. \quad (6)$$

В работе [6] приводятся фактор уширения линии $R = 3$ и времена жизни носителей ($\tau_s = 2000$ пс) и фотонов в резонаторе ($\tau_{ph} = 2.27$ пс) для AlGaAs-лазера, откуда $T = 881$. В дальнейшем мы используем близкие к этим значения. Для анализа полученных решений удобно перейти к вещественным переменным – амплитуде и фазе. Представляя комплексные поля $X_{1,2}$ в виде $E_1 \exp(i\varphi_1)$ и $E_2 \exp(i\varphi_2)$, а также вводя разность фаз $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$, получаем уравнения

$$\frac{\partial E_1}{\partial \tau} = N_1 E_1 - M E_2 \sin \varphi, \quad (7)$$

$$\frac{\partial E_2}{\partial \tau} = N_2 E_2 + M E_1 \sin \varphi, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = R(N_1 - N_2) + M \left(\frac{E_1}{E_2} - \frac{E_2}{E_1} \right) \cos \varphi, \quad (9)$$

$$T \frac{\partial N_1}{\partial \tau} = P - N_1 - (1 + 2N_1) E_1^2, \quad (10)$$

$$T \frac{\partial N_2}{\partial \tau} = P - N_2 - (1 + 2N_2) E_2^2. \quad (11)$$

2. Аналитическое рассмотрение возможных режимов для двухсекционных лазеров

В работе [6] при изменении связи между лазерами одной пары было обнаружено несколько бифуркаций, приводящих сначала к регулярным пульсациям, а затем, через ряд удвоений периода, к хаосу. Чтобы в явном виде найти область параметров, где наблюдается тот или иной режим, нами проведен приближенный анализ, основанный на численном решении системы (7)–(11). При этом варьировались интенсивность накачки P , связанная с током через диод, и коэффициент связи M . Для определенности нормированное время релаксации носителей $T = \tau_s / \tau_{ph}$ взято равным 1000, фактор уширения линии $R = 3$. При фиксированном M изменение тока накачки меняет динамику излучения двухсекционного лазера.

Уравнения (7)–(11) имеют два стационарных решения: $E_1^2 = E_2^2 = P$, $N_1 = N_2 = 0$, $\varphi = 0$ и π . Линеаризуя систему уравнений вблизи стационарного решения, можно определить его устойчивость относительно возмущений полей e_1 , e_2 , фазы $\tilde{\varphi}$ и концентрации носителей n_1 и n_2 . Матрица системы пяти линейных уравнений преобразуется к блочно-диагональному виду $3 \otimes 2$ в базисе $(e_2 - e_1)$, $\tilde{\varphi}$, $(n_2 - n_1)$ плюс $(e_1 + e_2)$, $(n_1 + n_2)$. Собственные числа, определяющие развитие неустойчивости, находятся как корни характеристического полинома третьей степени (в двумерном подпространстве стационарные решения устойчивы):

$$\sum_{j=0}^3 a_j \lambda^{3-j} = 0,$$

где

$$a_0 = 1; \quad a_1 = \frac{1 + 2P}{T}; \quad a_2 = \frac{2P}{T} + 4M^2 \cos^2 \varphi;$$

$$a_3 = \frac{1 + 2P}{T} 4M^2 \cos^2 \varphi - \frac{2PR}{T} 2M \cos \varphi.$$

Согласно критерию Рауса – Гурвица система устойчива при $a_3 > 0$ и $a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0$. Для синфазного и противофазного решений эти условия различны [10]. Синфазное решение $\varphi = 0$ устойчиво при

$$M > \frac{PR}{1 + 2P}. \quad (12)$$

Потеря устойчивости происходит в результате аперидического роста возмущений. Противофазное решение $\varphi = \pi$ устойчиво при

$$M < \frac{1 + 2P}{2TR}. \quad (13)$$

Потеря устойчивости в последнем случае приводит к колебаниям с частотой $\Omega = (2P/T + 4M^2)^{1/2}$.

При выбранных значениях $T = 1000$ и $R = 3$ противофазное решение теряет устойчивость при очень малом коэффициенте связи между каналами. По этой причине более интересно проследить за эволюцией синфазного решения из стационарного в автоколебательное. При этом согласно неравенству (12) критическая интенсивность накачки по порядку величины равна константе связи: $P \sim M/R$. Отметим, что для применимости модели связанных мод необходимо, чтобы $M \ll 1$. Таким образом, можно ограничиться исследованием области, где $P \ll 1$.

Установлено, что при пересечении границы устойчивости (12) возникает стационарное решение с разными интенсивностями полей E_1^2 и E_2^2 (происходит спонтанное нарушение симметрии), связанными соотношением

$$\frac{E_1^2 - E_2^2}{E_1^2 + E_2^2} = - \left[\frac{PR}{M} - (1 + 2P) \right]^{1/2}. \quad (14)$$

Одновременно появляется разность фаз полей такого же порядка малости:

$$\varphi \approx \frac{1}{R} \left[\frac{PR}{M} - (1 + 2P) \right]^{1/2}. \quad (15)$$

С ростом интенсивности накачки при

$$P > \frac{M}{R} \left(1 + \frac{2M}{R} + \frac{R}{4MT} \right) \quad (16)$$

несимметричное решение также становится неустойчивым и возникают автоколебания.

Для дальнейшего анализа автоколебательных режимов удобно провести еще одно преобразование уравнений. Амплитуды полей $E_1 > 0$ и $E_2 > 0$ могут рассматриваться как проекции полного поля $E = (E_1^2 + E_2^2)^{1/2}$ на две оси. В таком случае можно перейти к полярным координатам (радиус-вектор и угол). Уравнения (7)–(11) принимают более удобный вид, если ввести полную интенсивность $\rho = E_1^2 + E_2^2$ и двойной угол ψ , так что $\sin \psi = 2E_1 E_2 / \rho > 0$, $\cos \psi = (E_1^2 - E_2^2) / \rho$, а также использовать замену переменных для концентраций носителей: $2N = N_1 - N_2$ и $2n = N_1 + N_2$. Перенормировав еще раз время ($\tau_M = 2M\tau$), получаем систему уравнений

$$\dot{\rho} = \frac{\rho N}{M} \left(\cos \psi + \frac{n}{N} \right), \quad (17)$$

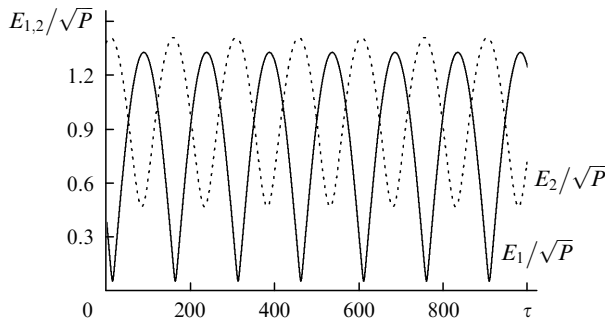


Рис.2. Временные зависимости амплитуд полей E_1 и E_2 при $P = 0.02$ и $M = 0.02$.

$$\dot{\varphi} = R \frac{N}{M} + \frac{\cos \psi}{\sin \psi} \cos \varphi, \quad (18)$$

$$\dot{\psi} + \frac{N}{M} \sin \psi = \sin \varphi, \quad (19)$$

$$4MT\dot{N} = -2N(1 + \rho) - (1 + 2n)\rho \cos \psi, \quad (20)$$

$$4MT\dot{n} = 2P - 2n - \rho(1 + 2n + 2N \cos \psi), \quad (21)$$

где точкой обозначена производная по времени τ_M .

Очевидно, что ρ имеет смысл полной мощности лазера, угол ψ , лежащий в первом квадранте, характеризует различие мощностей лазеров, $2n$ – средняя инверсия, $2N$ – разность инверсий в секциях. На рис.2 показана типичная расчетная форма периодических автоколебаний (аналогичные автоколебания численно изучались также в [6]). Поведение введенных выше величин в ходе автоколебаний показано на рис.3–5.

Из рис.3–5 могут быть сделаны выводы, позволяющие провести приближенный анализ бифуркаций решений. В качестве управляющего параметра возьмем величину $\kappa = M(1 + 2P)/PR \approx M/PR$, которая равна единице в точке спонтанного нарушения симметрии. При фиксированном коэффициенте связи M с ростом интенсивности накачки κ уменьшается и возникают автоколебания, эволюционирующие при дальнейшем падении κ . Для рис.2–5 параметр $\kappa \approx 0.35$. При этом вариация разности фаз конечна, однако она растет с уменьшением κ .

Полная мощность лазера (рис.4) почти постоянна, тогда как разность интенсивностей полей изменяется в широких пределах. Следует отметить, что средняя инверсия близка к нулю все время (рис.5), а разность инверсий слабо осциллирует около положительного значения (это значит, что первый лазер всегда находится в надпороговом режиме, а второй лазер – в подпороговом, $N_2 < 0$). Таким образом, спонтанное нарушение симметрии сохраняется и в автоколебательном режиме. Опираясь на результаты расчетов, представленные на рис.3–5, можно привести систему неравенств, полезную для анализа:

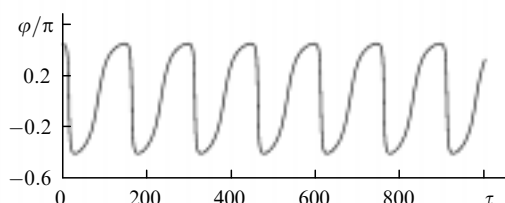


Рис.3. Эволюция во времени разности фаз φ полей в секциях при $P = 0.02$ и $M = 0.02$.

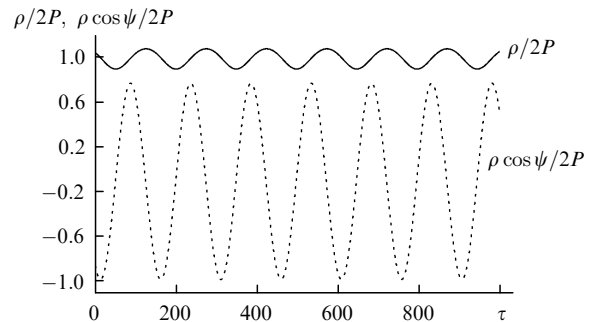


Рис.4. Временные зависимости суммарной мощности ρ и разности интенсивностей $\rho \cos \psi$ при $P = 0.02$ и $M = 0.02$.

$$n \ll N \ll P \ll 1. \quad (22)$$

Кроме того, из рис.5 следует, что $N/M \ll 1$.

Численные расчеты (см. также [6]) показали, что с ростом интенсивности накачки происходит еще одна бифуркация, после которой разность фаз полей начинает неограниченно расти, что соответствует появлению конечной (ненулевой) средней разности частот. Основная цель нашего анализа – нахождение критических параметров, при которых это происходит.

Из рис.3–5 видно, что глубины модуляции полной мощности ρ и разности инверсий $2N$ оказываются малыми по сравнению с их средними значениями. Соотношения между этими средними значениями могут быть получены усреднением уравнений (17), (20) и (21) по периоду:

$$\bar{\rho} = 2(P - \bar{n}) \approx 2P, \quad (23)$$

$$\overline{\cos \psi} = -\frac{\bar{N}}{P} = -\frac{\bar{n}}{N}. \quad (24)$$

Таким образом, роль малого параметра для системы неравенств (22) играет $|\overline{\cos \psi}|$, т. е. средняя относительная разность интенсивностей (чертой сверху обозначено усреднение по периоду). Дальнейшие выкладки оказываются весьма громоздкими, поэтому, опуская их, приведем сразу окончательные приближенные соотношения, дающие полное параметрическое описание поведения системы двух лазеров. Приближенный анализ позволяет получить зависимость средней разности инверсий от мощности накачки:

$$\bar{N} \approx \left(\frac{P}{4T} \right)^{1/2}, \quad (25)$$

а из (24) находится средняя относительная разность интенсивностей $\overline{\cos \psi} = -(4PT)^{-1/2}$.

Кроме того, удается показать, что комбинация

$$C = \sin \psi \cos \varphi - R \frac{N}{M} \cos \psi \quad (26)$$

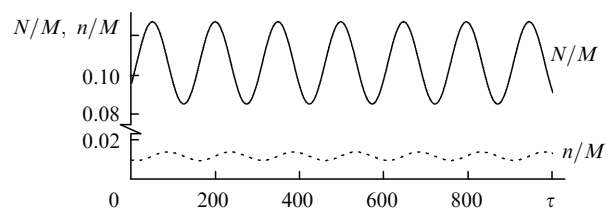
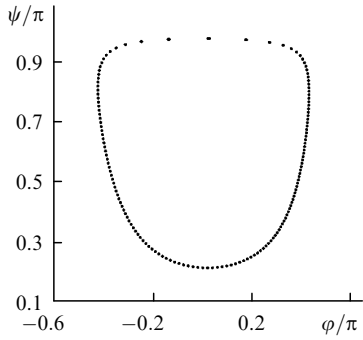


Рис.5. Эволюция во времени полусуммы инверсий n и полуразности инверсий N при $P = 0.02$ и $M = 0.02$.

Рис.6. Фазовый портрет $\psi(\varphi)$ при $P = 0.02$ и $M = 0.02$.

также мало изменяется во времени, тогда как вариации отдельных составляющих в (26) гораздо больше их средних. Полагая $C = \text{const}$ и исключая $\cos \varphi$ из соотношения (26) с помощью уравнения (19) (с учетом малости N/M), можно вывести уравнение для $\cos \psi$, которое оказывается уравнением Ньютона для движения в параболическом потенциале и легко решается. Решение этого уравнения позволяет найти в явном виде частоту автоколебаний Ω :

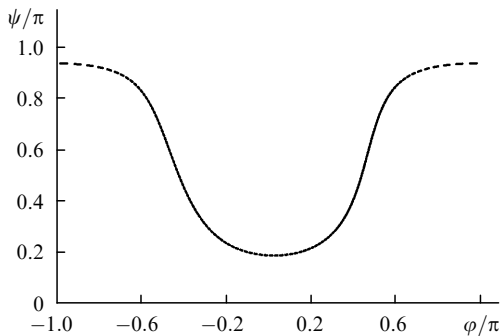
$$\Omega = \left(1 + \frac{R^2 P}{4M^2 T}\right)^{1/2}. \quad (27)$$

Из этого же решения находится еще одно соотношение для средней относительной разности населенностей: $\overline{\cos \psi} \approx -CR\bar{N}/M$, сопоставляя которое с (24), получаем выражение для среднего C :

$$C \approx \frac{M}{RP} = \kappa. \quad (28)$$

Численные расчеты показывают, что с ростом интенсивности накачки наступает момент, когда разность фаз полей начинает неограниченно расти, что соответствует возникновению ненулевой средней разности частот полей. Это явление на фазовой диаграмме в координатах φ, ψ выглядит как превращение замкнутой кривой (предельного цикла), показанной на рис.6, в разомкнутую (см. рис.7) с изменением φ на 2π . Критическая точка этого превращения соответствует обращению $\cos \varphi$ в нуль, т. е. условию $C = C_{\text{cr}} \approx R\bar{N}/M$ (из рис.6 видно, что в момент замыкания предельного цикла $\cos \psi \approx -1$). Используя выражения (25) и (28), находим критическую интенсивность накачки

$$P_{\text{cr}} \approx \frac{M}{R} \left(\frac{4TM}{R}\right)^{1/3}. \quad (29)$$

Рис.7. Фазовый портрет $\psi(\varphi)$ при $P = 0.04$ и $M = 0.02$.

Отметим, что формула для частоты автоколебаний (27) согласуется с численными результатами и для интенсивности накачки, превышающей критическую.

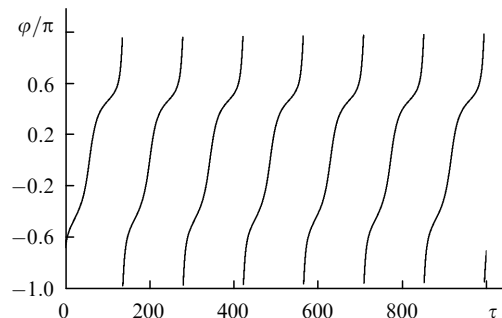
3. Численные результаты

3.1. Динамика двухсекционного лазера

Уравнения (7)–(11) решались численно для нескольких значений $M \ll 1$ при разных интенсивностях накачки P . При изложении результатов ограничимся условием $M = 0.02$. Согласно формуле (12) при $P < 0.0068$ двухэмиттерный лазер генерирует стационарно с равными интенсивностями излучения в обеих секциях. При $P = 0.007$ существует стационарное решение, но интенсивности излучения в разных секциях уже различаются. При этом различие интенсивностей и разность фаз с хорошей точностью описываются приведенными выше формулами (14), (15). При $P > 0.007$ стационарное несимметричное решение теряет устойчивость и переходит в регулярные пульсации, что также согласуется с теоретической оценкой (16).

Аналитические выражения для частоты автоколебаний (27) (отметим различие нормированных времен в (27) (τ_M) и на рис.2–5 (τ) в $2M$ раз) и средней полной мощности (23) хорошо согласуются с численными результатами. Хорошее согласие с численными результатами дают также выражения для средней относительной разности интенсивностей $\overline{\cos \psi}$, средней разности инверсий и средней инверсии в секциях (см. (24), (25)). Согласно численным расчетам, глубина модуляции полной мощности ρ составляет 9.2% ($\sim \bar{N}/M$) (см. рис.4), средней инверсии – 17.7% ($\sim 2\bar{N}PM^{-2}$) (см. рис.5) и средней разности инверсий – 20% ($\sim 2\bar{N}/M$) (см. рис.5).

При переходе через критическую точку поведение разности фаз радикально меняется, что видно из рис.3, 6–8. Отметим, что разность фаз за период изменяется ровно на 2π , так что когерентность взаимодействия полей сохраняется, несмотря на различие средних частот. Согласно формуле (29) бифуркация к двухчастотному периодическому решению происходит при $P = 0.022$. Расчеты, проведенные при $P = 0.022$, дали колебания разности фаз, не превышающие $\pi/2$, а при $P = 0.025$ – неограниченное изменение φ . Дальнейшее повышение P до 0.14 приводит к удвоению периода, что отражено на рис.9 и 10 в зависимостях $\psi(\varphi)$ и $E_2(E_1)$. В этом случае набег фазы за период равен 4π . Учетверение периода происходит при $P = 0.154$, хаотическая генерация начинается с $P = 0.159$. Отметим, что число положительных показателей Ляпунова скачком увеличивается от нуля до двух, тогда как

Рис.8. Эволюция во времени разности фаз φ (по модулю 2π) полей в секциях при $P = 0.04$ и $M = 0.02$.

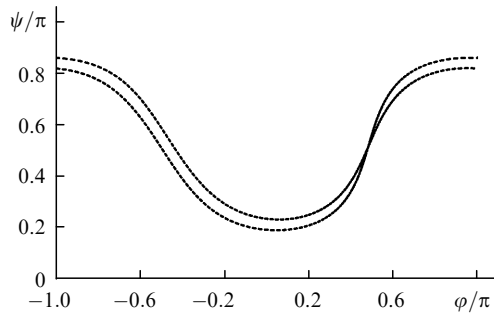


Рис.9. Фазовый портрет $\psi(\varphi)$ при $P = 0.14$ и $M = 0.02$.

при периодической накачке становится положительным только один показатель [5]. На рис.11, 12 показан режим хаотической генерации с $P = 0.2$. Таким образом, размерность хаоса в рассматриваемой системе примерно вдвое больше, чем при периодической накачке.

3.2. Схема с инъекцией сигнала из одного двухсекционного лазера в другой

Синхронизации хаотических двухсекционных лазеров с однонаправленной связью (инъекцией) численно исследовалась путем решения уравнений (7)–(11) для управляющего лазера (секции 1 и 2), а также уравнений для управляемого полупроводникового лазера (секции 3 и 4, $\varphi_{42} = \varphi_{43} - \varphi + \varphi_{31}$):

$$\frac{\partial E_3}{\partial \tau} = N_3 E_3 - M E_4 \sin \varphi_{43} + K E_1 \sin \varphi_{31}, \tag{30}$$

$$\frac{\partial E_4}{\partial \tau} = N_4 E_4 + M E_3 \sin \varphi_{43} + K E_2 \sin \varphi_{42}, \tag{31}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_{43}}{\partial \tau} = & R(N_3 - N_4) + M \left(\frac{E_3}{E_4} - \frac{E_4}{E_3} \right) \cos \varphi_{43} \\ & + K \left(\frac{E_2}{E_4} \cos \varphi_{42} - \frac{E_1}{E_3} \cos \varphi_{31} \right), \end{aligned} \tag{32}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_{31}}{\partial \tau} = & R(N_1 - N_3) + M \left(\frac{E_4}{E_3} \cos \varphi_{43} - \frac{E_2}{E_1} \cos \varphi \right) \\ & + K \left(\frac{E_1}{E_3} \cos \varphi_{31} - 1 \right), \end{aligned} \tag{33}$$

$$T \frac{\partial N_3}{\partial \tau} = P - N_3 - (1 + 2N_3)E_3^2, \tag{34}$$

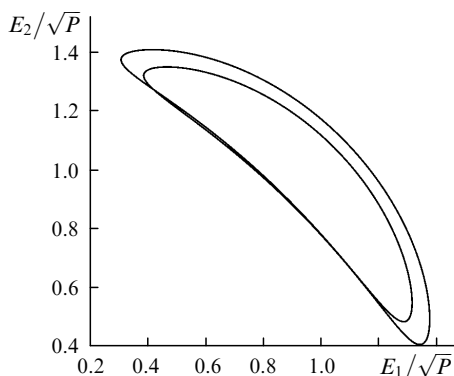


Рис.10. Фазовый портрет $E_2(E_1)$ при $P = 0.14$ и $M = 0.02$.

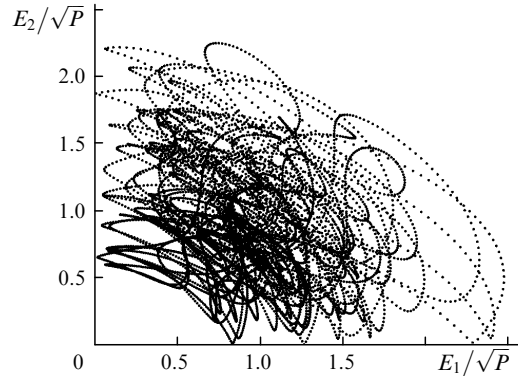


Рис.11. Фазовый портрет $E_2(E_1)$ при $P = 0.2$ и $M = 0.02$.

$$T \frac{\partial N_4}{\partial \tau} = P - N_4 - (1 + 2N_4)E_4^2. \tag{35}$$

Здесь E_i – амплитуды полей; φ_{ij} – разности фаз φ_i полей; коэффициент связи K описывает инъекцию излучения из секции 1 в секцию 3 и из секции 2 в секцию 4. Уравнения для инверсии в управляемом лазере идентичны уравнениям (10), (11) с точностью до замены индексов.

Мы изучали режим синхронизации двух пар лазеров, работающих в хаотическом режиме, изменяя коэффициент односторонней связи K при фиксированных $M = 0.02$ и $P = 0.2$. При этом управляющий лазер работал в хаотическом режиме (см. рис.11, 12) с двумя положительными и тремя отрицательными показателями Ляпунова. Совокупная система из двух двухсекционных лазеров описывается 11 переменными. Результирующее пространство показателей Ляпунова имеет размерность 11, причем число положительных показателей в хаотическом режиме генерации определяется коэффициентом связи. При $K = 0.01$ общее число положительных показателей равно четырем, при $K = 0.02$ – трем, а при $K = 0.03$ и выше остается только два показателя.

Поскольку число положительных показателей Ляпунова для управляющего лазера не зависит от K и равно двум, то синхронизация лазеров может иметь место при $K \geq 0.03$. Для рис.13, 14 коэффициент связи между лазерами $K = 0.04$. Из рис.12 видно, что поля в разных секциях в управляющем лазере осциллируют в среднем на разных частотах, однако между парами секций в разных лазерах (1–3, 2–4) возникает синхронизация. Так, на рис.13 приведены зависимости вещественной и мнимой частей поля $E_3 \exp(i\varphi_{31})$ от E_1 . Видно, что их изменение локализовано в узкой части пространства вдоль двух прямых. Зависимость амплитуд этих полей от времени пред-

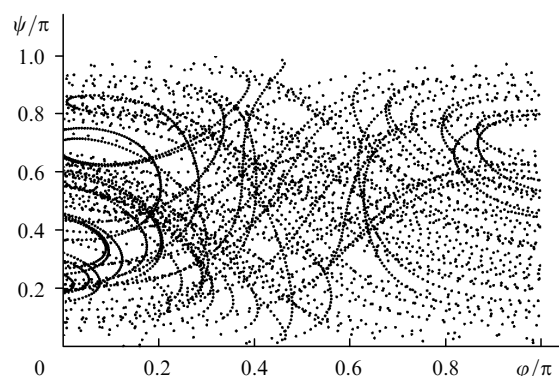


Рис.12. Фазовый портрет $\psi(\varphi)$ при $P = 0.2$ и $M = 0.02$.

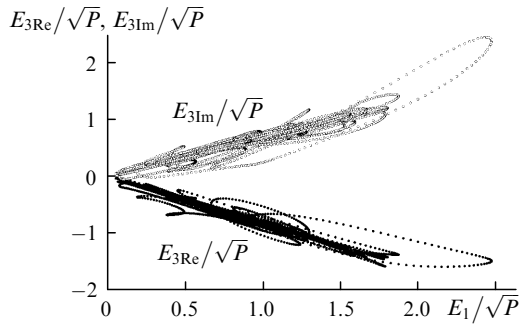


Рис.13. Фазовые портреты вещественной ($E_{3\text{Re}}(E_1)$) и мнимой ($E_{3\text{Im}}(E_1)$) частей комплексного поля $E_3 \exp(i\varphi_{31})$ при $P = 0.2$, $M = 0.02$ и $K = 0.04$.

ставлена на рис.14, где прослеживается сильная корреляция между ними. При этом разность фаз φ в управляющем лазере и разность фаз φ_{43} в управляемом лазере оказываются практически равными: $\overline{\varphi - \varphi_{43}} = 0$ со среднеквадратичным отклонением 0.14.

Заключение

Выполнение работ по синхронизации хаоса требует детального исследования динамики отдельного полупроводникового лазера в разных режимах. Для режима периодических осцилляций получены аналитические выражения для частоты автоколебаний и пороговой интенсивности накачки, при которой происходит переход к двухчастотным периодическим режимам. Найдены области параметров, где реализуются режимы удвоения и учетверения периода, а также хаотической генерации в одном двухсекционном лазере. Изучена синхронизация двух двухсекционных хаотических лазеров в схеме управляющий лазер – управляемый лазер. Проведенный чис-

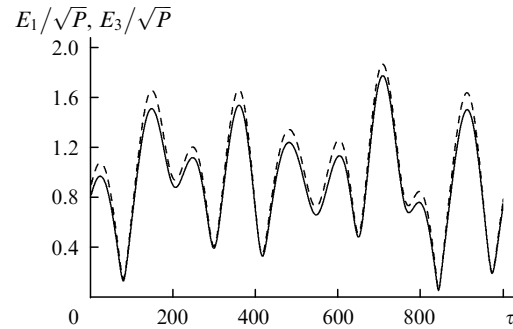


Рис.14. Динамика амплитуд полей управляющего ($E_1(\tau)$, сплошная кривая) и управляемого ($E_3(\tau)$, штриховая кривая) лазеров при $P = 0.2$, $M = 0.02$ и $K = 0.04$.

ленный анализ показывает возникновение неполной синхронизации хаоса при определенном коэффициенте оптической связи между лазерами. Возможность использования частично синхронизованного хаоса для конфиденциальной передачи информационного сигнала требует дополнительного изучения.

Авторы выражают благодарность В.Н.Трошиевой за помощь при оформлении рисунков. Настоящая работа поддержана РФФИ (грант № 98-02-17096).

1. Colet P., Roy R. *Optics Letts*, **19**, 2056 (1994).
2. Van Wiggeren G.D., Roy R. *Science*, **279**, 1198 (1998).
3. Goedgebuer J.P., Larger L., Porte H. *Phys.Rev.Letts*, **80**, 2249 (1998).
4. Напартович А.П., Сухарев А.Г. *ЖЭТФ*, **115**, 1593 (1999).
5. Напартович А.П., Сухарев А.Г. *Квантовая электроника*, **25**, 85 (1998).
6. Rahman L., Winful H.G. *IEEE J. Quantum Electron.*, **30**, 1405 (1994).
7. Larger L., Goedgebuer J.P., Delorme F. *Phys.Rev.E*, **57**, 6618 (1998).
8. Winful H.G., Rahman L. *Phys.Rev.Letts*, **65**, 1575 (1990).
9. Agrawal G.P., Dutta N.K. *Semiconductor lasers* (N.Y., Van Nostrand Reinhold, 1993).
10. Winful H.G., Wang S.S. *Appl.Phys.Letts*, **53**, 1894 (1988).