

# Самовозбуждение взаимно обращенных световых волн в кубическом гиротропном фоторефрактивном кристалле с приложенным меандровым электрическим полем

Р.В.Литвинов, С.И.Полковников, С.М.Шандаров

*Рассмотрено стационарное четырехволновое взаимодействие на пропускающей фоторефрактивной решетке смещенного типа, сформированной при малых контрастах исходной интерференционной световой картины в кубических гиротропных кристаллах симметрии 23. Выражения для коэффициентов прохождения и отражения при ОВФ слабых световых пучков в образцах произвольного среза получены на основе точного решения уравнений связанных волн, учитывающих естественное циркулярное и наведенное внешним полем линейное двулучепреломление. Определены условия генерации сопряженного по фазе света для взаимодействия на длине волны  $\lambda = 633$  нм в образцах  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  и  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  при ориентации вектора решетки вдоль оси  $[\bar{1}10]$  и произвольной линейной поляризации падающих волн накачки, распространяющихся в плоскости кристалла (001).*

**Ключевые слова:** фоторефрактивная решетка, четырехволновое взаимодействие, гиротропный кристалл.

Вырожденное по частоте четырехволновое взаимодействие (ВЧВВ) в фоторефрактивных кристаллах эффективно применяется для ОВФ световых пучков [1–10]. Коэффициент отражения для волны с обращенным волновым фронтом зависит от электрооптических свойств кристалла и от механизма формирования фоторефрактивной решетки. В кристаллах с диффузионной нелинейностью интенсивность обращенной волны не превышает нескольких процентов от интенсивности падающей сигнальной волны [1, 6, 7, 9, 10]. Дрейфовый механизм разделения зарядов, реализуемый при приложении к кристаллу постоянного электрического поля, позволил достичь коэффициента отражения  $R = 500\%$  в номинально чистом танталате лития [1].

Однако использование постоянного поля для увеличения фоторефрактивного отклика затруднено в связи с необходимостью равномерной засветки межэлектродной области в кристалле. От этого недостатка свободен нестационарный механизм формирования фоторефрактивных решеток, когда к кристаллу прикладывается знакопеременное внешнее поле [2–4, 9]. Внешнее поле не успевает экранироваться полем пространственного заряда, если период приложенного напряжения  $T$  значительно меньше времени максвелловской релаксации  $\tau_{df}$  для освещенной области. Амплитуда формирующейся в кристалле фоторефрактивной решетки растёт с увеличением внешнего поля, поэтому оптимальным является использование напряжения меандровой формы [9, 11].

Отметим, что фоторефрактивный отклик резко уменьшается при периодах внешнего поля, близких к времени жизни  $\tau_R$  фотовозбужденных носителей заряда [12, 13]. Для кубических кристаллов ( $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ ,  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  и

$\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ ) при типичных интенсивностях световых пучков от 1 до 100 мВт/см<sup>2</sup> выполняется неравенство  $\tau_{df} \gg \tau_R$ , а частота приложенного напряжения  $f = 1/T$  может варьироваться от сотен герц до нескольких килогерц. Сформированная в таких условиях пропускающая решетка вариаций диэлектрической проницаемости  $\Delta\epsilon$ , так же, как и при диффузионном механизме, сдвинута относительно интерференционной картины на четверть пространственного периода.

Эффективность ОВФ слабого светового пучка в традиционной пропускающей геометрии [1–10] определяется взаимным пространственным сдвигом двух фоторефрактивных решеток, формирующихся в кристалле. Первая из них обусловлена взаимодействием падающих на входную грань образца сильного пучка накачки  $I_1$  и слабого обращаемого пучка  $I_3$  (см. вставку на рис. 1). Вторая образуется при дифракции на первой решетке падающего на противоположную грань кристалла пучка накачки  $I_2$ , распространяющегося точно навстречу пучку  $I_1$ . Дифрагировавшая волна  $I_4$ , имеющая обращенный по отношению к пучку  $I_3$  фазовый фронт, будет усиливаться, если создаваемая ею вместе с пучком  $I_2$  вторичная пропускающая решетка совпадает с исходной. Такой режим «положительной обратной связи» реализуется в кристаллах силленитов среза (110) с приложенным знакопеременным полем, например в случае ориентации вектора фоторефрактивной решетки  $K$  вдоль кристаллографического направления  $[\bar{1}10]$  и ортогонально поляризованных волн накачки  $I_1$  и  $I_2$  [2–4, 9]. В работе [2] на примере кристалла  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  экспериментально продемонстрировано, что в данной геометрии возможно самовозбуждение взаимно обращенных световых волн.

Для теоретического анализа ВЧВВ в кубических фоторефрактивных кристаллах в условиях, когда вторичная решетка синфазна с исходной, в работах [3, 4] использовались скалярная модель взаимодействия и приближение неистопаемой накачки. Авторами [3, 4] получены простые аналитические выражения для коэффициента отра-

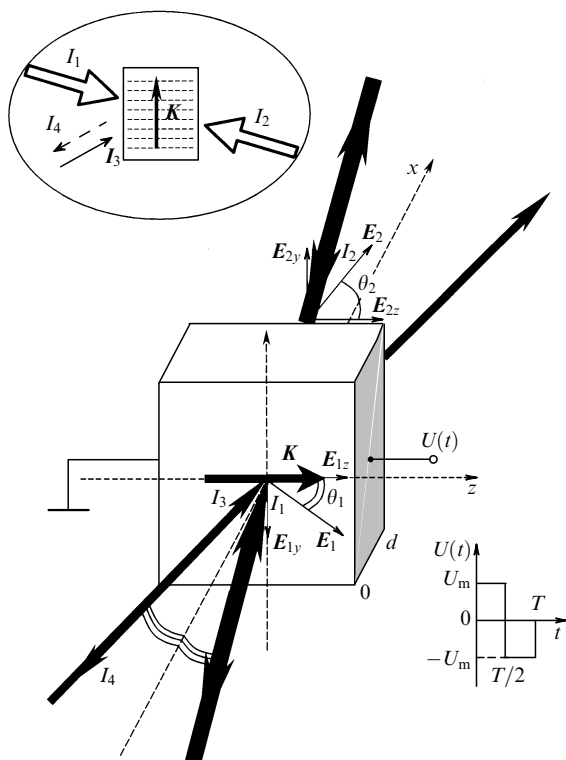


Рис.1. Геометрия четырехволнового взаимодействия на пропускающей фоторефрактивной решетке в кубическом фоторефрактивном кристалле, находящемся во внешнем электрическом поле, а также временная зависимость приложенного к кристаллу напряжения.

жения пучка с ОВФ и определены условия генерации взаимно обращенных световых волн в рассматриваемой геометрии. Аналитическое решение самосогласованного варианта данной задачи получено в работах [14, 15].

Однако используемая в [2–4, 8, 14, 15] скалярная модель взаимодействия не учитывает естественного циркулярного двулучепреломления силленитов и наведенного внешним полем линейного двулучепреломления. Отметим, что в случае постоянного приложенного поля уравнения, описывающие ВЧВВ в оптически-активных кубических кристаллах с учетом наведенного линейного двулучепреломления и векторного характера взаимодействия, получены в работе [5] для двух частных ориентаций вектора решетки. Проведенный в работе [5] для кристалла  $Bi_{12}GeO_{20}$  численный анализ показал, что коэффициент отражения обращенной волны  $R$  в рассмотренном случае постоянного приложенного поля не превышает 12%.

Целью настоящей работы является анализ векторной модели ВЧВВ для традиционной схемы ОВФ в оптически-активных кубических кристаллах силленитов, помещенных во внешнее знакопеременное электрическое поле меандровой формы.

На рис.1 показана схема ВЧВВ на пропускающей решетке, сформированной в кристалле с приложенным электрическим полем. Волны накачки  $I_1$  и сигнала  $I_3$ , падающие симметрично на границу образца  $x = 0$ , являются в общем случае произвольно поляризованными и формируют пропускающую фоторефрактивную решетку с вектором  $K$ , параллельным приложенному вдоль оси  $z$  внешнему полю. Вторая волна накачки  $I_2$ , падающая на границу  $x = d$ , также имеет произвольную поляризацию и распространяется точно навстречу волне  $I_1$ , порождая

за счет дифракции на решетке с вектором  $K$  волну  $I_4$  с обращенным волновым фронтом.

В гиротропном кристалле с линейным двулучепреломлением, наведенным внешним полем, каждая из взаимодействующих волн имеет эллиптическую поляризацию. В параксиальном приближении и в пренебрежении поглощением их световые поля могут быть представлены в виде суперпозиции собственных волн

$$\begin{aligned}
 E_1 &= \left\{ C_{11}(x)e_1 \exp \left[ -i \left( kn_1x - \frac{K}{2}z \right) \right] \right. \\
 &\quad \left. + C_{12}(x)e_2 \exp \left[ -i \left( kn_2x - \frac{K}{2}z \right) \right] \right\} \exp(i\omega t), \\
 E_2 &= \left\{ C_{21}(x)e_1^* \exp \left[ i \left( kn_1x - \frac{K}{2}z \right) \right] \right. \\
 &\quad \left. + C_{22}(x)e_2^* \exp \left[ i \left( kn_2x - \frac{K}{2}z \right) \right] \right\} \exp(i\omega t), \\
 E_3 &= \left\{ C_{31}(x)e_1 \exp \left[ -i \left( kn_1x + \frac{K}{2}z \right) \right] \right. \\
 &\quad \left. + C_{32}(x)e_2 \exp \left[ -i \left( kn_2x + \frac{K}{2}z \right) \right] \right\} \exp(i\omega t), \\
 E_4 &= \left\{ C_{41}(x)e_1^* \exp \left[ i \left( kn_1x + \frac{K}{2}z \right) \right] \right. \\
 &\quad \left. + C_{42}(x)e_2^* \exp \left[ i \left( kn_2x + \frac{K}{2}z \right) \right] \right\} \exp(i\omega t),
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

имеющих векторы поляризации  $e_1$  и  $e_2$  или  $e_1^*$  и  $e_2^*$  при распространении в положительном или отрицательном направлении оси  $x$  и коэффициенты преломления  $n_1$  и  $n_2$  [16–19]. Здесь амплитуды собственных волн  $C_{sj}(x)$  принимаются зависящими от  $x$  вследствие взаимодействия;  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число света в вакууме;  $K = 2\pi/L$ ;  $L$  – пространственный период фоторефрактивной решетки. Аналитические выражения для векторов поляризации  $e_1, e_2$  и коэффициентов преломления  $n_1, n_2$  собственных волн при произвольных ориентациях кристалла и вектора решетки  $K$  приведены в Приложении.

Попарная интерференция попутно распространяющихся волн  $I_1, I_3$  и  $I_2, I_4$  приводит к образованию решетки интенсивности с контрастом

$$\begin{aligned}
 m(x) &= m_{13}(x) + m_{24}(x), \\
 m_{13}(x) &= 2 \frac{C_{11}(x)C_{31}^*(x) + C_{12}(x)C_{32}^*(x)}{I_0}, \\
 m_{24}(x) &= 2 \frac{C_{21}^*(x)C_{41}(x) + C_{22}^*(x)C_{42}(x)}{I_0},
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

где  $I_0 = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$  – суммарная интенсивность светового поля в кристалле. В приближении малых контрастов  $m \ll 1$  амплитуда поля пространственного заряда фоторефрактивной решетки, формирующейся в кристалле с приложенным к нему электрическим полем  $E_0(t)$  меандровой формы, может быть записана в виде [9, 11]

$$\mathcal{E}_1 = imE_{sc}, \quad E_{sc} = E_q \frac{(E_\mu + E_d)E_d + E_m^2}{(E_q + E_d)(E_\mu + E_d) + E_m^2}, \quad (3)$$

где  $E_d = 2\kappa_B T / Ae$  – диффузионное поле;  $E_\mu = A / 2\pi\mu\tau_R$  – дрейфовое поле;  $E_q = eN_a A / 2\pi\varepsilon$  – поле насыщения ловушек;  $E_m$  – амплитуда приложенного поля;  $N_a$  – концентрация акцепторов в кристалле;  $T$  – абсолютная температура;  $\mu$  и  $\tau_R$  – подвижность и время жизни электронов в зоне проводимости;  $e$  – элементарный электрический заряд;  $\varepsilon$  – статическая диэлектрическая проницаемость кристалла.

Ограничимся далее анализом четырехволновых процессов в приближении неистохаемых пучков накачки  $I_1$  и  $I_2$ , когда изменением амплитуд  $C_{11}$ ,  $C_{12}$ ,  $C_{21}$  и  $C_{22}$  вдоль координаты  $x$  при взаимодействии волн на сформированной ими фоторефрактивной решетке можно пренебречь. В этом случае из волнового уравнения для гиротропных сред, используя стандартную процедуру метода медленно меняющихся амплитуд, а также известные соотношения, определяющие модуляцию оптических свойств кристалла за счет линейного электрооптического эффекта, можно получить следующие уравнения связанных волн:

$$\frac{dC_{31}(x)}{dx} = \frac{\gamma}{4} m_u^*(x) [g_{11}C_{11} + g_{12} \exp(i\Delta kx)C_{12}], \quad (4)$$

$$\frac{dC_{32}(x)}{dx} = \frac{\gamma}{4} m_u^*(x) [g_{12}^* \exp(-i\Delta kx)C_{11} + g_{22}C_{12}], \quad (5)$$

$$\frac{dC_{41}(x)}{dx} = \frac{\gamma}{4} m_u(x) [g_{11}C_{21} + g_{12}^* \exp(-i\Delta kx)C_{22}], \quad (6)$$

$$\frac{dC_{42}(x)}{dx} = \frac{\gamma}{4} m_u(x) [g_{12} \exp(i\Delta kx)C_{21} + g_{22}C_{22}], \quad (7)$$

где

$$m_u(x) = \frac{2}{I_0} (C_{11}C_{31}^*(x) + C_{12}C_{32}^*(x) + C_{21}^*C_{41}(x) + C_{22}^*C_{42}(x)) \quad (8)$$

– контраст интерференционной картины;  $\gamma = 2\pi n^3 r_{41}^u E_{sc} / \lambda$  – постоянная связи;  $n$  – показатель преломления невозмущенной среды;  $r_{41}^u$  – электрооптический коэффициент зажатого кристалла;  $\Delta k = (n_1 - n_2)k$ . Тензорные свертки, описывающих вклад во взаимодействие внутримодовых ( $g_{11} = \mathbf{e}_1^* \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{e}_1$ ,  $g_{22} = \mathbf{e}_2^* \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{e}_2$ ) и межмодовых ( $g_{12} = \mathbf{e}_1^* \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{e}_2$ ) процессов [16–19], можно рассчитать, используя соотношения (П2) и (П3), приведенные в Приложении.

В рамках рассматриваемых приближений система (4)–(8) справедлива и для общего случая стационарного ВЧВВ в кубических фоторефрактивных кристаллах симметрии 23, когда на границу  $x = d$  падают две плоские световые волны (см. рис. 1). Как и уравнения, полученные в работе [5] на основе разложения светового поля по ТЕ- и ТМ-составляющим для двух частных геометрий взаимодействия, она учитывает анизотропию линейного электрооптического эффекта и естественное циркулярное двулучепреломление. Однако система связанных уравнений (4)–(8) позволяет анализировать ВЧВВ в приближении неистохаемой накачки в образцах произвольного среза и при произвольной ориентации вектора фоторефрактив-

ной решетки  $\mathbf{K}$  относительно кристаллофизической системы координат.

При анализе эффективности ОВФ волны  $I_3$  воспользуемся условием отсутствия волны  $I_4$  на границе кристалла  $m_{24}(d) = 0$ . В этом случае из уравнений (4)–(7) для контраста интерференционной картины может быть получено следующее решение:

$$m_u(x) = \frac{2m_{13}(0) \exp(G(x)x)}{1 + \exp(G(d)d) - \Phi(d)}, \quad (9)$$

где

$$G(x) = \frac{\gamma}{2I_0} \left\{ g_{11} (|C_{11}|^2 + |C_{21}|^2) + g_{22} (|C_{12}|^2 + |C_{22}|^2) - 2\text{Im} \left[ g_{12} (C_{11}^* C_{12} + C_{21} C_{22}^*) \frac{1 - \exp(i\Delta kx)}{\Delta kx} \right] \right\}; \quad (10)$$

$$\Phi(x) = \frac{\gamma}{2I_0} \int_0^x \exp(G(\xi)\xi) \left\{ g_{11} (|C_{11}|^2 - |C_{21}|^2) + g_{22} (|C_{12}|^2 - |C_{22}|^2) + 2\text{Re} \left[ g_{12} (C_{11}^* C_{12} - C_{21} C_{22}^*) \exp(i\Delta k\xi) \right] \right\} d\xi. \quad (11)$$

Для известной зависимости  $m_u(x)$  система (4)–(7) легко интегрируется. Коэффициенты прохождения считывающей волны  $K_3 = |E_3(d)|^2 / |E_3(0)|^2$  и отражения обращенной волны  $K_4 = |E_4(0)|^2 / |E_3(0)|^2$  для случая одинаковой поляризации пучков  $I_1$  и  $I_3$  можно представить в виде

$$K_3 = \frac{4 \exp(2G(d)d) + |\Phi_3(d)|^2}{[1 + \exp(G(d)d) - \Phi(d)]^2}, \quad (12)$$

$$K_4 = \frac{I_1 [1 - \exp(G(d)d) + \Phi(d)]^2 + |\Phi_4(d)|^2}{I_2 [1 + \exp(G(d)d) - \Phi(d)]^2},$$

где

$$\Phi_3(x) = \frac{\gamma}{I_0} \left( \frac{I_1}{I_{30}} \right)^{1/2} \int_0^x \exp(G(\xi)\xi) [g_{11}C_{11}C_{32}(0) - g_{22}C_{12}C_{31}(0) + g_{12}C_{12}C_{32}(0) \exp(i\Delta k\xi) - g_{12}^*C_{11}C_{31}(0) \exp(-i\Delta k\xi)] d\xi;$$

$$\Phi_4(x) = \frac{\gamma}{I_0} \int_0^x \exp(G(\xi)\xi) [(g_{11} - g_{22})C_{21}C_{22} + g_{12}^*C_{22}^2 \exp(-i\Delta k\xi) - g_{12}C_{21}^2 \exp(i\Delta k\xi)] d\xi.$$

Рассмотрим ВЧВВ для распространенной ориентации фоторефрактивных кристаллов, когда световые волны падают на грань (110), а вектор решетки  $\mathbf{K}$  ориентирован вдоль оси  $[\bar{1}10]$ . При одинаковой интенсивности падающих на кристалл волн накачки, поляризованных ортогонально друг другу под углами  $+45^\circ$  и  $-45^\circ$  к оси  $[\bar{1}10]$ , коэффициент отражения может быть представлен в аналитическом виде:

$$K_4^{[110]} = \quad (13)$$

$$\frac{\gamma^2 d^2 \left\{ \chi^2 (1 + \chi^2) + \left[ \sin^2 |\rho| d \sqrt{1 + \chi^2} / \rho^2 d^2 \right] \right\}}{\left\{ 4(1 + \chi^2) - \gamma d \left( \chi^2 + \left[ \sin \left( 2|\rho| d \sqrt{1 + \chi^2} \right) / 2|\rho| d \sqrt{1 + \chi^2} \right] \right) \right\}^2},$$

где  $\chi = \pi n^3 r_{41}^T E_0 / \rho \lambda$ ;  $r_{41}^T$  – электрооптический коэффициент механически свободного кристалла.

При условиях взаимодействия, когда обращается в нуль знаменатель в общих выражениях (9) и (12) для контраста  $m_u$  и коэффициентов отражения  $K_4$  и прохождения  $K_3$ ,

$$1 + \exp(G(d)d) - \Phi(d) = 0, \tag{14}$$

или в соотношении (13) для  $K_4$  при ориентации вектора решетки  $K || [\bar{1}10]$  в срезе (110),

$$4(1 + \chi^2) - \gamma d \left\{ \chi^2 + \frac{\sin \left[ 2|\rho|d(1 + \chi^2)^{1/2} \right]}{2|\rho|d(1 + \chi^2)^{1/2}} \right\} = 0, \tag{15}$$

наступает режим генерации взаимно обращенных волн [20].

Условие самовозбуждения (14) аналогично полученному в работах [2–4, 9], однако оно учитывает наведенное линейное двулучепреломление и оптическую активность в кристаллах силленитов с приложенным внешним полем. Его причиной является усиление слабых световых волн обоими встречными двухпучковыми процессами, которое определяет положительную обратную связь при ВЧВВ в фоторефрактивных кристаллах [2–10].

Анализ общего соотношения (14) показывает, что достижение режима генерации в рассматриваемых кристаллах зависит не только от произведения  $\gamma d$ , но и от состояния поляризации падающих на кристалл волн накачки и от двулучепреломления  $\Delta k$ . Соотношение (14) может быть использовано для определения оптимальных условий ОВФ в кубических фоторефрактивных кристаллах, находящихся во внешнем меандровом электрическом поле, когда пороговое значение  $\gamma$  не достигается. В частности, максимальные коэффициенты отражения обращенной волны должны наблюдаться при таких ориентациях векторов поляризации волн накачки, которые оптимальны для генерации взаимно обращенных пучков.

При ориентации вектора решетки  $K || [\bar{1}10]$  в срезе (110) связь углов  $\theta_1$  и  $\theta_2$  между векторами поляризации падающих волн накачки  $I_1$  и  $I_2$  равной интенсивности и осью  $[\bar{1}10]$ , при которых условие самовозбуждения взаимно обращенных волн (14) выполняется на длине волны  $\lambda = 633$  нм в кристаллах  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  и  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ , определяется замкнутыми кривыми на рис.2. При расчетах толщина  $d = 1$  см и параметры  $r_{41}^u = 5$  пм/В,  $r_{41}^T = 5.7$  пм/В,  $\mu\tau_R = 10^{-11}$  м<sup>2</sup>/В принимались одинаковыми для обоих типов кристаллов. Для силиката висмута использовались период интерференционной решетки  $A = 35$  мкм и концентрация акцепторов  $N_a = 10^{21}$  м<sup>-3</sup>, а для титаната висмута –  $A = 10$  мкм и  $N_a = 10^{22}$  м<sup>-3</sup>.

Как следует из рис.2, выполнение соотношения (14) возможно, когда амплитуда внешнего поля превышает пороговое значение  $E_{\min} = 9.62$  кВ/см для  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  и 3.61 кВ/см для  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ . Это качественно согласуется с пороговой зависимостью интенсивности обращенной волны от амплитуды внешнего поля, экспериментально наблюдавшейся в кристаллах  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  [8] и  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  [2]. Меньшая величина удельного вращения  $\rho$  и большая концентрация акцепторов  $N_a$  приводят к меньшему порогу для кристалла  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  в сравнении с  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ .

Пороговая точка на плоскости углов  $\theta_1, \theta_2$  трансформируется в кривую, замкнутую вокруг нее, при превыше-

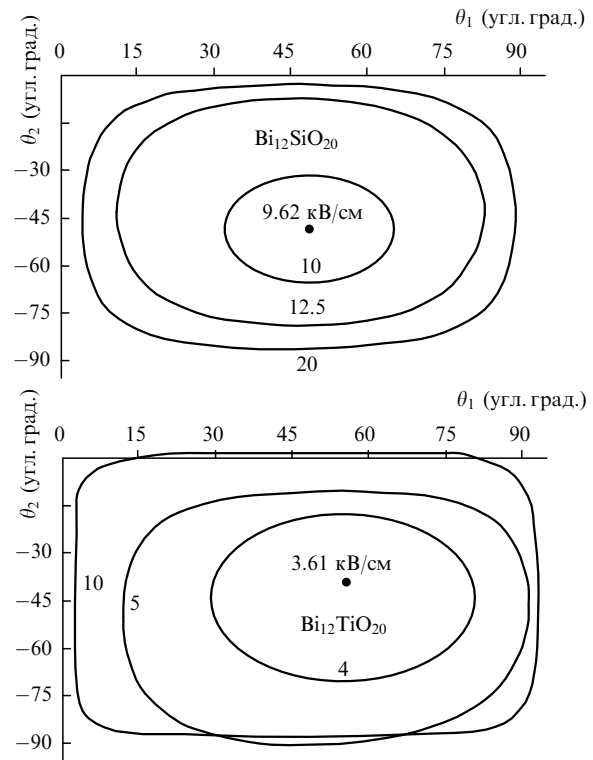


Рис.2. Кривые, соответствующие углам  $\theta_1$  и  $\theta_2$  между векторами поляризации волн накачки  $I_1$  и  $I_2$  и осью  $[\bar{1}10]$  кристаллов  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  и  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ , для которых выполняется условие самовозбуждения взаимно обращенных волн, при разных амплитудах приложенного поля.

нием внешним полем  $E_{\min}$ . В этом случае режим генерации возможен для целого набора ориентаций векторов поляризации волн накачки. Координаты пороговых точек  $49^\circ, -47^\circ$  для  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  и  $55.5^\circ, -39.7^\circ$  для  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  близки к углам, при которых достигается максимальное усиление парциальных интерференционных решеток с контрастами  $m_{13}$  и  $m_{24}$ .

Из анализа соотношений (14) и (15) следует, что в результате влияния естественного циркулярного и наведенного внешним полем линейного двулучепреломления пороговое произведение постоянной связи на длину взаимодействия  $(\gamma d)_{\text{ex}}$ , необходимое для самовозбуждения взаимно обращенных волн, оказывается различным для кристаллов с одинаковыми фоторефрактивными параметрами, но с разной толщиной  $d$ . На рис.3 показаны за-

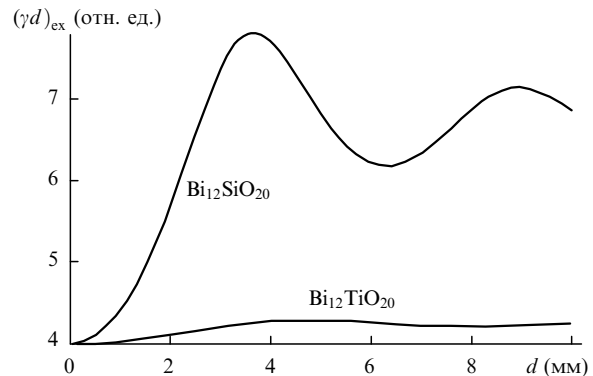


Рис.3. Зависимости  $(\gamma d)_{\text{ex}}$ , необходимого для самовозбуждения взаимно обращенных волн, от длины взаимодействия  $d$  в кристалле  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  и  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  при амплитуде приложенного поля  $E_m = 10$  кВ/см и поляризации волн накачки под углами  $45^\circ$  и  $-45^\circ$  к оси  $[\bar{1}10]$ .

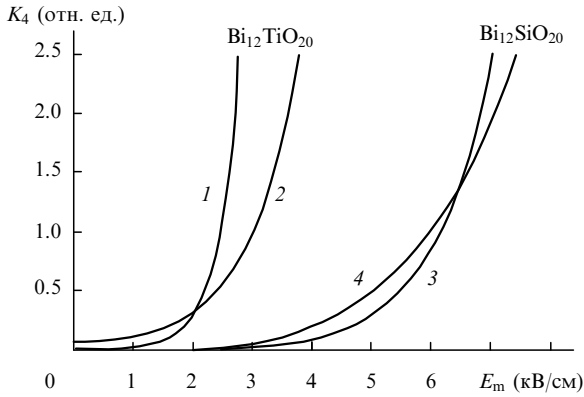


Рис.4. Зависимости коэффициента отражения от амплитуды внешнего поля при ВЧВВ в кристаллах  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  и  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  толщиной  $d = 1$  см для периодов фоторефрактивной решетки  $L = 1$  (1), 10 (2), 15 (3) и 35 мкм (4).

висимости порогового значения  $(\gamma d)_{\text{ex}}$  от толщины  $d$  кристаллов  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  и  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  при ориентации вектора решетки  $\mathbf{K} \parallel [\bar{1}10]$  в срезе (110). Кривые рассчитаны для амплитуды внешнего поля  $E_m = 10$  кВ/см и падающих волн накачки, поляризованных под углами  $45^\circ$  и  $-45^\circ$  к оси  $[\bar{1}10]$ .

Как видно из рис.3,  $(\gamma d)_{\text{ex}} = 4$  при  $d \rightarrow 0$ . В цитируемых выше работах [2–4, 9] это пороговое значение было найдено в пренебрежении двулучепреломлением, и оно не зависит от длины взаимодействия. Увеличение  $d$  значительно увеличивает абсолютное значение  $(\gamma d)_{\text{ex}}$  в случае  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  с малым удельным вращением  $\rho = 6.3^\circ/\text{мм}$ . Однако  $(\gamma d)_{\text{ex}}$  в случае  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  ( $\rho = 22^\circ/\text{мм}$ ) сильно зависит от толщины кристалла.

Основными параметрами, которые определяют эффективность ОВФ слабых световых волн при заданной поляризации волн накачки, являются пространственный период фоторефрактивной решетки  $L$ , влияющий на постоянную связи  $\gamma$ , и амплитуда внешнего поля  $E_m$ , от которой зависит как  $\gamma$ , так и наведенное линейное двулучепреломление  $\delta n$ . На рис.4 показаны зависимости коэффициента отражения  $K_4$  от амплитуды  $E_m$  для рассмотренной выше геометрии ВЧВВ (см. выражение (13)) в кристаллах  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  и  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  толщиной  $d = 1$  см. На рис.4 не показаны спадающие ветви кривых при амплитуде  $E_m$ , превышающей пороговое значение ( $E_m > E_{\text{min}}$ ). В этом случае решение для обращенной волны является неустойчивым [21], поэтому ВЧВВ не выходит из режима генерации при превышении внешним полем порога  $E_{\text{min}} = 7.0, 3.68, 12.13$  и  $9.64$  кВ/см для кривых 1, 2, 3 и 4 соответственно.

Видно, что коэффициент отражения  $K_4$  резко падает при уменьшении амплитуды внешнего поля. В области малых значений  $E_m$  световые волны взаимодействуют на фоторефрактивной решетке диффузионного типа, амплитуда которой увеличивается при уменьшении пространственного периода  $L$ . Соответственно кривая 2 на рис.4, отвечающая  $L = 1$  мкм, при  $E_m < 2$  кВ/см лежит выше кривых 2, 3 и 4, отвечающих периодам решетки  $L = 10, 15$  и  $35$  мкм.

При отсутствии внешнего поля ( $E_m = 0$ ) выражение для коэффициента отражения принимает простую форму:  $K_4 = 4\gamma^2 \sin^2(|\rho|d)/[8|\rho| - \gamma \sin(2|\rho|d)]^2$ . Из него следует, что при неизменной постоянной связи и толщине кристалла максимум коэффициента отражения  $K_4 =$

$\gamma^2 d^2 / [4 - \gamma d]^2$  достигается при  $\rho = 0$ . Следовательно, для кристалла  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ , обладающего меньшим удельным вращением, пороговая амплитуда внешнего поля меньше, чем для кристалла с  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ . Отметим, что последнее соотношение совпадает с выражением, полученным в работах [2–4, 9] на основе решения скалярных уравнений связанных волн.

Внешнее поле смещает оптимальные пространственные периоды  $L$  в длинноволновую область для обоих кристаллов, что приводит к снижению порога генерации  $E_{\text{min}}$  при увеличении  $L$ .

Таким образом, анализ ВЧВВ на пропускающей фоторефрактивной решетке в кубических гиротропных кристаллах с приложенным меандровым электрическим полем позволил получить соотношения, определяющие оптимальные условия ОВФ с учетом естественного циркулярного и наведенного внешним полем линейного двулучепреломления.

Для частной геометрии взаимодействия в кристаллах  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  и  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  толщиной 1 см, когда вектор решетки ориентирован вдоль оси  $[\bar{1}10]$  и световые волны распространяются в плоскости (001), рассчитаны пороговые условия генерации сопряженного по фазе света при неортогонально поляризованных пучках накачки. Для ортогонально поляризованных пучков накачки проанализированы зависимости порогового  $(\gamma d)_{\text{ex}}$  от длины взаимодействия  $d$  и коэффициента отражения от амплитуды внешнего поля.

#### Приложение

Следуя работам [15–18], представим показатели преломления  $n_{1,2}$  и векторы поляризации  $\mathbf{e}_{1,2}$  собственных волн для кубического нецентросимметричного гиротропного кристалла, находящегося во внешнем электрическом поле  $\mathbf{E}_0$  (рис.1), в виде

$$n_{1,2} = n + \delta n \frac{\mathbf{x}^0 \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{x}^0}{2} \pm \left\{ \left( \frac{\rho}{k} \right)^2 + \left[ \left( \frac{\mathbf{x}^0 \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{x}^0}{2} \right)^2 - \mathbf{x}^0 \cdot (\mathbf{g}^2 - \delta) \cdot \mathbf{x}^0 \right] \delta n^2 \right\}^{1/2}, \quad (\text{П1})$$

$$\mathbf{e}_1 = \frac{(1 - i\zeta)\mathbf{y}^0 + i r \mathbf{z}^0}{(1 + \zeta^2 + r^2)^{1/2}}, \quad \mathbf{e}_2 = \frac{r \mathbf{y}^0 + (\zeta - i)\mathbf{z}^0}{(1 + \zeta^2 + r^2)^{1/2}}, \quad (\text{П2})$$

где

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} 0 & z_3^0 & z_2^0 \\ z_3^0 & 0 & z_1^0 \\ z_2^0 & z_1^0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$r = \frac{1}{\rho} \left\{ \rho^2 + \left[ \left( \frac{\mathbf{x}^0 \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{x}^0}{2} \right)^2 - \mathbf{x}^0 \cdot (\mathbf{g}^2 - \delta) \cdot \mathbf{x}^0 \right] (\delta n k)^2 \right\}^{1/2} - \left( \frac{\mathbf{x}^0 \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{x}^0}{2} + \mathbf{z}^0 \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{z}^0 \right) \frac{\delta n k}{\rho}; \quad (\text{П3})$$

$\delta n = n^3 r_{41}^T E_0 / 2$ ;  $\zeta = \delta n k (\mathbf{y}^0 \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{z}^0) / \rho$ ;  $\rho$  – удельный поворот плоскости поляризации;  $z_k^0$  – компоненты единичного вектора  $\mathbf{z}^0$  в кристаллофизической системе координат;  $\mathbf{y}^0 = \mathbf{z}^0 \times \mathbf{x}^0$ ;  $\delta$  – единичный тензор.

Авторы благодарны Б.Н.Пойзнеру за полезные обсуждения при работе над статьей.

1. Кондиленко В.П., Одулов С.Г., Соскин М.С. *Изв. АН СССР. Сер. физич.*, **45**, 959 (1981).
2. Степанов С.И., Петров М.П., Красинькова М.В. *ЖТФ*, **54**, 1223 (1984).
3. Stepanov S.I., Petrov M.P. *Optica Acta*, **31**, 1335 (1984).
4. Stepanov S.I., Petrov M.P. *Optics Comms*, **53**, 64 (1985).
5. Erdmann A., Kowarschik R. *IEEE J.Quantum Electron.*, **24**, 155 (1988).
6. Gunter P., Huignard J.P. (Eds) *Photorefractive materials and their applications I, II* (Berlin – Heidelberg, Springer-Verlag, 1988, 1989).
7. Одулов С.Г., Соскин М.С., Хижняк А.И. *Лазеры на динамических решетках* (М., Наука, 1990).
8. Xu G., Naqvi S., King T.A. *Optics Comms*, **81**, 89 (1991).
9. Петров М.П., Степанов С.И., Хоменко А.В. *Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике* (С.-Пб., Наука, 1992).
10. Yeh P. *Proc.IEEE*, **80**, 436 (1992).
11. Stepanov S. I., Petrov M. P. *Optics Comms*, **53**, 292 (1985).
12. Pauliat G., Viling A. Launay J.C., Roosen G. *J.Opt.Soc.Amer.B*, **7**, 1481 (1990).
13. Vachss F. *J.Opt.Soc.Amer.B*, **11**, 1045 (1994).
14. Fisher B., Weiss Sh. *Appl.Phys.Letts*, **53**, 257 (1988).
15. Bledowski A., Krolikowski W. *IEEE J.Quantum Electron.*, **24**, 652 (1988).
16. Pauliat G., Besson G., Roosen G. *IEEE J.Quantum Electron.*, **23**, 1736 (1989).
17. Webb D.J., Kiessling A., Sturman B.I., Shamonina E., Ringhofer K.H. *Optics Comms*, **108**, 31 (1994).
18. Литвинов Р.В., Шандаров С.М. *Оптика и спектроскопия*, **83**, 334 (1997).
19. Красноперов В.Ю., Литвинов Р.В., Шандаров С.М. *ФТТ*, **41**, 632 (1999).
20. Yariv A. *IEEE J.Quantum Electron.*, **14**, 650 (1978).
21. Stepanov S. I., Petrov M. P. In: *Photorefractive materials and their applications I* (London, Springer-Verlag, 1987, ch.9).