

Генерация гармоник высокого порядка многоэлектронными атомами в поле стоячей электромагнитной волны релятивистской интенсивности

В.Д.Таранухин, Н.Ю.Шубин

На основе развитой полуклассической модели исследована генерация гармоник высокого порядка (ГГВП) в лазерных полях релятивистской интенсивности. Показано, что смещение фотоэлектронов вдоль волнового вектора волны накачки приводит к снижению интенсивности гармоник, причем в низкочастотной части спектра ГГВП это снижение больше, чем в высокочастотной. Предложено использовать стоячую волну (СВ) вместо бегущей волны (БВ) для увеличения эффективности ГГВП за счет уменьшения продольного смещения фотоэлектронов. Показано, что эффективность использования атомов в СВ убывает с ростом интенсивности накачки, однако в БВ убывание эффективности ГГВП более значительно. Использование СВ позволяет получить значительный выигрыш в эффективности ГГВП, который при накачке с интенсивностью $I \approx 10^{18}$ Вт/см² и длиной волны 0.3 мкм может достигать $\sim 10^2$.

Ключевые слова: генерация гармоник высокого порядка, релятивистские эффекты.

Введение

Генерация гармоник высокого порядка (ГГВП) атомами в сильных лазерных полях (см., напр., [1, 2]) является перспективным методом получения когерентного рентгеновского излучения. Значительный интерес представляют способы повышения эффективности этого процесса, а также получения максимально возможной частоты генерации. Спектр гармоник обычно характеризуется частотой отсечки $\Omega = N_{\max}\omega$ (где N_{\max} – максимальный номер гармоники, ω – частота излучения накачки). В нерелятивистском пределе частота отсечки определяется соотношением $\Omega_0 = U_p + 3.17U_q$ [1], где $U_q = F_0^2/4\omega^2$ – пондеромоторная энергия; F_0 – амплитуда напряженности электрического поля накачки; U_p – потенциал ионизации атома (используется система единиц, в которой $e = m = \hbar = 1$). Таким образом, для получения максимальной частоты необходимо увеличивать интенсивность накачки I .

Однако в экспериментах по ГГВП при больших интенсивностях накачки ограничение на максимальную частоту генерации накладывает истощение атомных состояний, так что Ω_0 определяется не пиковой интенсивностью в импульсе накачки, а интенсивностью насыщения ионизации для данного атома I_s . В то же время в экспериментах наблюдались гармоники, генерируемые одно- и двукратно заряженными ионами [2]. При этом Ω_0 было выше, чем для нейтральных атомов, так как ионы обладают большим U_p и, следовательно, характеризуются более высокой энергией U_q при интенсивности насыщения I_s . Таким образом, генерация гармоник с более высокими номерами возможна при использовании ионов большей кратности в импульсах накачки, в которых I значительно превышает I_s для нейтральных атомов.

При большой интенсивности накачки (например, $I \approx 10^{17}$ Вт/см² на длине волны $\lambda = 0.3$ мкм, используемой в [2]) в случае ГГВП должны проявляться релятивистские эффекты [3–6]. Отметим, что в [3] проведен расчет тормозного излучения при возмущении движения фотоэлектрона полем родительского иона. Генерация же собственно гармоник высокого порядка связана с рекомбинацией фотоэлектронов с родительским ионом [4–6]. И в том и в другом механизме существенную роль играет взаимодействие фотоэлектронов с магнитной компонентой излучения накачки, которое приводит к смещению фотоэлектронов вдоль направления волнового вектора бегущей волны (БВ) накачки. Вследствие смещения при возвращении к родительскому иону фотоэлектрон «промахивается» мимо него, поэтому эффективность ГГВП уменьшается. В наших работах [6] для преодоления этого ограничения предложено использовать стоячую волну (СВ).

В настоящей работе релятивистские эффекты при ГГВП как в БВ, так и в СВ анализируются в рамках полуклассической модели, а также выполнен квантовомеханический расчет спектров ГГВП.

1. Квантовомеханическая модель ГГВП в полях релятивистской интенсивности

В работах [5–7] нами развит подход к описанию ГГВП при взаимодействии изолированного атома с мощным лазерным излучением. Этот подход следует общей схеме, предложенной в [8]. В [8], однако, рассматривается только случай малой вероятности ионизации, кроме того, там не учитываются кулоновское взаимодействие фотоэлектронов с родительским ионом и релятивистские эффекты при движении фотоэлектрона в континууме. В настоящей работе предлагается наглядная квантовомеханическая модель, которая позволяет учесть эти эффекты и, таким образом, исследовать ГГВП при релятивистской интенсивности накачки.

Полученное в [5] выражение для индуцированного полем дипольного момента, ответственного за ГГВП,

имеет наглядную физическую интерпретацию. На первой стадии процесса происходит формирование в континууме волнового пакета фотоэлектрона, амплитуда которого определяется вероятностью W туннельной ионизации (ТИ) [9]. На следующей стадии волновой пакет, форма которого в наших расчетах считалась гауссовой, эволюционирует в поле накачки, причем его ширина σ растет со скоростью

$$V_{sp} \approx F^{1/2} (2U_p)^{-1/4} \quad (1)$$

(см. [10]), что согласуется с экспериментом [11]. Траектория центра пакета определяется классическим уравнением движения, связывающим его координату r и скорость v . Учитывая в этом уравнении также кулоновское электрон-ионное взаимодействие, получаем

$$\frac{dv}{dt} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2} \left\{ -\mathbf{F} - \frac{1}{c} [\mathbf{v}\mathbf{B}] - Z \frac{\mathbf{r}}{r^3} + \frac{1}{c^2} v \left[v \left(Z \frac{\mathbf{r}}{r^3} + \mathbf{F} \right) \right] \right\}, \quad (2)$$

$$r(t_0) = r_0, \quad v(t_0) = v_0,$$

где \mathbf{B} – индукция магнитного поля излучения накачки; Z – заряд ионного остатка; r_0 и v_0 – начальные координата и скорость электрона. В случае двухкомпонентной накачки $\mathbf{F} = F_1(\zeta_1) \cos \zeta_1 + F_2(\zeta_2) \cos \zeta_2$, $\mathbf{B} = B_1(\zeta_1) \cos \zeta_1 + B_2(\zeta_2) \cos \zeta_2$, $\zeta_{1,2} = \omega_{1,2}t - k_{1,2}r$, где $\omega_{1,2}$ и $k_{1,2}$ – частоты и волновые векторы; $F_{1,2}$, $B_{1,2}$ – амплитуды электрической и магнитной компонент накачки. При ТИ электрон в момент t_0 начинает свое движение в континууме на дальней границе потенциального барьера, причем можно считать, что $v_0 \approx 0$ [1].

При возвращении электрона к родительскому иону возможна его рекомбинация с излучением кванта с энергией $N\omega$. Интенсивность I_N рекомбинационного излучения на частоте $N\omega$ (где N – номер гармоники) пропорциональна квадрату модуля фурье-образа второй производной по времени матричного элемента дипольного момента.

Случай существенно разных частот ω_1 и ω_2 рассмотрен в наших работах [7, 12]. Случай же $\omega_1 = \omega_2$ соответствует монохроматической накачке, причем если $F_1 = F_2$, $B_1 = B_2$, а $k_1 = -k_2$, то накачка имеет вид СВ. Таким образом, описанный подход позволяет учитывать трехмерный характер движения электрона в континууме, релятивистские эффекты, а также рассматривать лазерные поля произвольной конфигурации.

2. Полуклассический анализ ГГВП

2.1. Бегущая волна

Полуклассический анализ ГГВП можно выполнить на основании уравнений (1), (2). Согласно модели [1], основной вклад в ГГВП дают фотоэлектроны, которые возвращаются к родительскому иону и, рекомбинируя, излучают квант, частота которого определяется кинетической энергией E_r электронов в момент рекомбинации t_r . Таким образом, частота отсечки Ω определяется максимальной энергией фотоэлектрона при его возврате к родительскому иону E_r^{\max} и потенциалом ионизации ато-

ма (иона). Отметим, что важным отличием предлагаемой полуклассической модели от модели [1] является учет магнитной компоненты излучения накачки, а также расплывания волнового пакета фотоэлектрона. Кроме того, учтена зависимость скорости расплывания от напряженности электрического поля F и потенциала ионизации атома U_p .

Рассмотрим взаимодействие электрона с распространяющейся вдоль оси z плоской линейно поляризованной электромагнитной волной (F_x, B_y). В этом случае энергия электрона E_r существенно и немонотонно зависит от момента ионизации t_0 [1, 4] (рис. 1). Назовем «оптимальным» момент ионизации t_{opt} , при котором $E_r = E_r^{\max}$. Поскольку основной вклад в ГГВП вносят электроны, возвращающиеся к родительскому иону, ограничимся рассмотрением t_0 лишь в пределах $1/4$ оптического периода накачки T ($0 < t_0 < T/4$). В нерелятивистском пределе $\omega t_{opt} \approx \pi/10$ [4], а $\Omega = \Omega_0 = U_p + 3.17U_q$. В релятивистском же случае максимальная генерируемая частота Ω может быть меньше Ω_0 .

Отметим, что при относительно небольших интенсивностях накачки I движение электронов происходит вдоль направления поляризации электрического поля. Возникающее при увеличении I продольное смещение z приводит к уменьшению вероятности рекомбинации и, следовательно, к уменьшению интенсивности ГГВП. Это смещение зависит как от параметров накачки (I и ω), так и от t_0 , причем зависимость z от t_0 приводит к изменению формы спектра ГГВП, т. к. электроны, появляющиеся в континууме в разные моменты t_0 , вносят вклад в разные участки этого спектра.

Для не слишком больших интенсивностей накачки уравнение (2) можно решить методом последовательных приближений (МПП) с малым параметром v/c . В нулевом приближении по v/c движение электрона является одномерным вдоль оси x :

$$x(t) = x_0 [\cos \omega t - \cos \omega t_0 + \omega(t - t_0) \sin \omega t_0], \quad (3)$$

$$v_x(t) = \omega x_0 (\sin \omega t_0 - \sin \omega t),$$

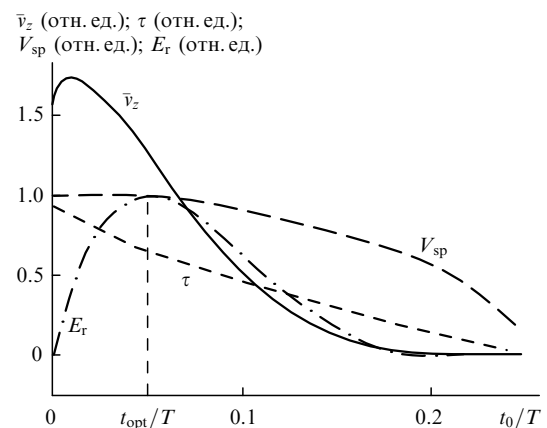


Рис. 1. Зависимости времени движения в континууме $\tau = t_r - t_0$ (расчет по формуле (4)), средней скорости продольного смещения $\bar{v}_z = z_r/\tau$ в БВ, скорости расплывания волнового пакета фотоэлектрона V_{sp} и кинетической энергии фотоэлектрона E_r от момента ионизации электрона t_0 . Расчеты выполнены в рамках полуклассической модели с учетом релятивизма в первом приближении по v/c для бегущей волны накачки.

где $x_0 = F_0/\omega^2$. Введем обозначение для времени движения фотоэлектрона в континууме $\tau \equiv t_r - t_0$. С учетом условия возвращения фотоэлектрона к родительскому иону $x(t_r) = 0$ из (3) получаем зависимость $\tau(t_0)$ в неявном виде,

$$t_0 = \frac{1}{\omega} \arctan \frac{1 - \cos \omega \tau}{\omega \tau - \sin \omega \tau}, \quad (4)$$

которая является монотонно убывающей (см. рис.1).

В следующем приближении по v/c у фотоэлектрона появляется дополнительное движение вдоль оси z : $z(t) = z_0 f(t_0, t_r)$, где

$$z_0 = \frac{F_0^2}{c\omega^3};$$

$$f(t_0, t) = -\frac{\sin 2\omega t}{8} + \sin \omega t_0 (\cos \omega t - \cos \omega t_0) + \omega(t - t_0) \times \left(\sin^2 \omega t + \frac{\cos 2\omega t_0}{4} \right) + \frac{\sin 2\omega t_0}{8}; \quad (5)$$

$$v_z = \omega z_0 \left(-\frac{\cos 2\omega t}{4} - \sin \omega t_0 \sin \omega t + \frac{1}{4} + \frac{\sin^2 \omega t_0}{2} \right).$$

Видно, что электрон участвует в дрейфовом и осцилляционном движении вдоль оси z на основной и удвоенной частотах со скоростью $v_z \sim I/(c\omega^2)$. Таким образом, продольное смещение фотоэлектрона имеет первый порядок по v_x/c и, следовательно, проявляется уже при относительно невысоких интенсивностях (численные оценки приведены в конце раздела).

Рассмотрим влияние продольного смещения фотоэлектрона z на ГГВП с учетом зависимостей z от I , ω и t_0 , полученных с использованием МПП. Введем обозначения $z_r(t_0) = z(t_0, t_r)$, $f_r(t_0) = f(t_0, t_r)$. Численное обращение выражения (4) и подстановка результата в (5) позволяют получить зависимость продольного смещения фотоэлектрона в момент его возвращения к родительскому иону $z_r(t_0)$. Эта зависимость является монотонно убывающей, что подтверждается также результатами прямого численного расчета (2). При этом средняя скорость продольного движения в БВ $\bar{v}_z \equiv z_r(t_0)/\tau(t_0)$ уменьшается при всех t_0 , за исключением небольшой области малых t_0 , в которой \bar{v}_z незначительно возрастает (см. рис.1).

Введем критерий «промахивания» электронного волнового пакета с шириной $V_{sp}\tau$ мимо родительского иона:

$$z_r(t_0) > V_{sp}\tau(t_0). \quad (6)$$

Будем считать, что при выполнении (6) фотоэлектрон не вносит вклад в генерацию рекомбинационного излучения, поэтому интенсивность соответствующих гармоник уменьшается. При этом зависимости энергии E_r и смещения z_r от t_0 приводят к изменению формы спектра. При $t_0 \approx 0$ энергия электрона $E_r(t_0)$ мала (рис.1), а вероятность ионизации и смещение z_r велики, поэтому следует ожидать существенного уменьшения интенсивности гармоник в низкочастотной части спектра (по сравнению с нерелятивистским случаем).

При интенсивности накачки выше некоторой характерной интенсивности I_t критерий (6) будет выполнен для электронов с $t_0 \geq t_{opt}$, вследствие чего E_r^{max} будет меньше, чем $3.17U_q$ (рис.2). При дальнейшем увеличении I

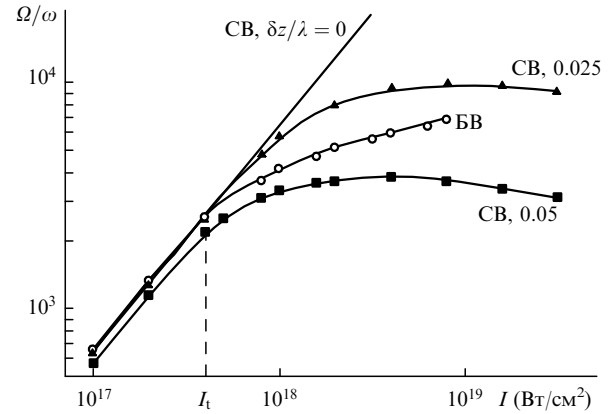


Рис.2. Зависимости максимальной частоты генерируемой гармоники Ω от интенсивности накачки I с длиной волны $\lambda = 308$ нм для БВ и СВ при разных $\delta z/\lambda$. Расчет выполнен в рамках полуклассической модели для иона Ar^{8+} (потенциал ионизации $I_p = 15.5$ а.е).

скорость роста E_r^{max} и, следовательно, максимальной генерируемой частоты Ω снижается (рис.2). Уменьшение E_r^{max} связано с тем, что лишь электроны, обладающие меньшими энергиями, эффективно рекомбинируют, возвращаясь в окрестность родительского иона, а электроны с $t_0 \approx t_{opt}$ «промахиваются» и не вносят вклад в ГГВП.

Оценим критическую интенсивность I_t . Из (6) с учетом определения средней скорости продольного движения \bar{v}_z получаем $\bar{v}_z > V_{sp}$. При этом с учетом (1) и (5) интенсивность $I_t = c^{4/3} \omega^{8/3} (2I_p)^{1/3} [\omega \tau / f_r(t_0)]^{2/3}$, а соответствующая частота отсечки $\Omega_{cr} \sim \omega^{2/3}$. Таким образом, критерий проявления релятивистских эффектов при ГГВП имеет вид $I(\lambda/2\pi)^{8/3} > c^4$ (т.е. $I_t \sim \lambda^{-8/3}$), что существенно отличается от принятого критерия релятивизма при надпороговой ионизации, связанного с увеличением эффективной массы электрона ($I(\lambda/2\pi)^2 > c^4$, что соответствует $I > 10^{18}$ Вт/см² для $\lambda = 1$ мкм [3]). Следовательно, влияние магнитной компоненты накачки на ГГВП нужно учитывать для излучения с $\lambda = 0.3$ мкм уже при $I = 10^{17}$ Вт/см².

2.2. Стоячая волна

Для преодоления уменьшения эффективности ГГВП, связанного с продольным смещением фотоэлектронов, мы предлагаем использовать в качестве накачки СВ. В такой волне амплитуда компонент накачки, действующей на атом, зависит от положения атомов δz . Точки пучности электрического поля ($\delta z = 0$) соответствуют узлам магнитного поля, следовательно, в этих точках сила, действующая на электрон со стороны магнитного поля, равна нулю. При смещении от этих точек амплитуда электрического поля убывает $\sim \cos(2\pi\delta z/\lambda)$, а магнитного — возрастает $\sim \sin(2\pi\delta z/\lambda)$. Это означает, что компенсация продольного дрейфа и, следовательно, увеличение эффективности ГГВП могут быть достигнуты только в части объема взаимодействия. Кроме того, вследствие уменьшения амплитуды электрического поля уменьшается пондеромоторная энергия электрона, поэтому при ГГВП атомами, находящимися в точках с различными δz , излучению кванта с фиксированной энергией соответствуют фотоэлектроны с различными t_0 . Это существенно отличает случай СВ от случая БВ, в котором подобная зависимость может быть связана только с поперечным распределением интенсивности в ограниченном пучке накачки.

Критерий (6), определяющий эффективность ГГВП, в случае СВ остается тем же, что и в случае БВ. Кроме того, распыление волнового пакета электрона в этих двух случаях одинаково и эквивалентно распылению свободного волнового пакета. Последнее является одним из предположений используемой модели, которое обосновано тем, что значительная часть траектории фотоэлектрона в континууме находится вдали от родительского иона и кулоновское поле мало влияет на распыление. Таким образом, исследование влияния релятивистских эффектов на ГГВП в СВ сводится к исследованию продольного смещения фотоэлектрона.

В первом приближении по v/c движение электрона в СВ вдоль оси x остается таким же, как и в нерелятивистском случае. Отличие от случая БВ (т. е. от формул (3)) проявляется лишь в зависимости амплитуд координаты и скорости фотоэлектрона от положения атома δz . Уравнение движения фотоэлектрона вдоль оси z в СВ сводится к нелинейному уравнению Хилла, аналитическое исследование которого затруднено. Однако при относительно невысоких интенсивностях, когда $(z - \delta z)/\lambda \sim U_q/c^2 \ll 1$, можно считать, что амплитуда поля, действующего на электрон, не зависит от текущей координаты электрона (а только от координаты атома). При этом фактор $\sin(4\pi z/\lambda) \approx \text{const} = \sin(4\pi\delta z/\lambda)$. Это приближение остается справедливым и при малых δz , т. е. для атомов вблизи пучности электрического поля, т. к. соответственно уменьшается и амплитуда продольного смещения электронов.

В указанном приближении для продольного смещения фотоэлектрона получаем

$$z = z_0 g(t_0, t) \sin(4\pi\delta z/\lambda)/2 + \delta z,$$

где

$$\begin{aligned} g(t_0, t) = & \{1/2 + \omega(t - t_0)[\omega(t - t_0) - \sin 2\omega t_0]/4 \\ & - \sin \omega t_0 \sin \omega t + (\cos 2\omega t_0 - 5 \cos 2\omega t)/8\}; \\ v_z = & \omega z_0 \sin(4\pi\delta z/\lambda)/2[\omega(t - t_0) - (\sin 2\omega t + \sin 2\omega t_0)/4 \\ & - \sin \omega t_0 \cos \omega t]. \end{aligned} \quad (7)$$

Численное интегрирование уравнения (2) для СВ с $\lambda = 0.3$ мкм и I вплоть до 10^{19} Вт/см² показывает, что даже при весьма малых $\delta z/\lambda \sim 0.01$ уравнение (7) выполняется с погрешностью не хуже 10%. Из (7) видно, что, в отличие от случая БВ (5), движение фотоэлектрона в СВ имеет дополнительную (равноускоренную) составляющую. В момент рекомбинации для моментов ионизации $t_0 \approx t_{\text{opt}}$ эта составляющая доминирует над осцилляторной и дрейфовой (смещение $z_r(t_{\text{opt}})$ за счет этой составляющей превышает смещение за счет остальных компонент на порядок).

Сравнение смещения электрона $z_r(t_0)$ в БВ и СВ по формулам (5) и (7) показывает, что при одинаковой интенсивности накачки и выполнении неравенства

$$\sin |4\pi\delta z/\lambda| < \frac{f_r(t_0)}{g_r(t_0)}, \quad (8)$$

где $g_r(t_0) = g(t_0, t_r)$, смещение $z_r(t_0)$ в БВ больше, чем в СВ. Неравенство (8) позволяет оценить диапазон значений $\delta z < \delta z_{\text{cr}}$, при которых ГГВП в СВ происходит эффектив-

нее, чем в БВ (при одинаковой интенсивности накачки). Отметим, что эта оценка зависит не от параметров атома и интенсивности накачки, а только от момента ионизации. С учетом численного обращения (4) из (8) для δz_{cr} получаем $\delta z_{\text{cr}}(t_{\text{opt}})/(\lambda/4) \approx 0.12$. Следовательно, в СВ не все атомы дают эквивалентный вклад в ГГВП, при этом $\delta z_{\text{cr}}/(\lambda/4)$ характеризует эффективность использования атомов в этом процессе.

При гауссовой форме волнового пакета [11] условие (6) означает не полное «промахивание», а уменьшение вероятности рекомбинации и, следовательно, эффективности ГГВП. Это означает, что при релятивистской интенсивности накачки как в БВ, так и в СВ в спектре ГГВП будут присутствовать частоты, близкие к Ω_0 , но с существенно меньшей интенсивностью. Заметим также, что ширина волнового пакета $\sigma(t_r)$, как правило, значительно превышает ширину волновой функции основного состояния атома. При этом интенсивность N -й гармоники I_N определяется формой волнового пакета электрона и имеет гауссову зависимость от продольного смещения центра волнового пакета:

$$I_N \sim \exp \left[-2 \left(\frac{z_r(t_0)}{V_{\text{sp}} \tau(t_0)} \right)^2 \right]. \quad (9)$$

Фактор (9) определяет релятивистскую модификацию спектра ГГВП и позволяет оценить уменьшение η_t интенсивностей гармоник в БВ по сравнению с СВ при $\delta z = 0$. С учетом (1), (5), (7) получаем

$$\eta_t(t_0) \approx \exp(-2a_f^2(t_0)), \quad (10)$$

где $a_f(t_0) = F^{3/2}(2I_p)^{1/4} f_r(t_0)/(\omega^3 c \tau(t_0))$. На рис.3 приведена зависимость $\eta_t(t_{\text{opt}})$ от интенсивности накачки. Видно, что при увеличении интенсивности накачки I от I_t до $2I_t$ интенсивность гармоники убывает на два порядка, так что при $I > I_t$ использование БВ становится малоэффективным. Из (9) следует также оценка для уменьшения интенсивности гармоник в СВ, генерируемых атомами с $\delta z \neq 0$, по сравнению с интенсивностью гармоник, генерируемых атомами с $\delta z = 0$:

$$\eta_s(t_0, \delta z) \approx \exp \left(-a_g^2(t_0) \sin^2 \frac{4\pi\delta z}{\lambda} \right), \quad (11)$$

где $a_g(t_0) = F^{3/2}(2I_p)^{1/4} g_r(t_0)/(\omega^3 c \tau(t_0))$.

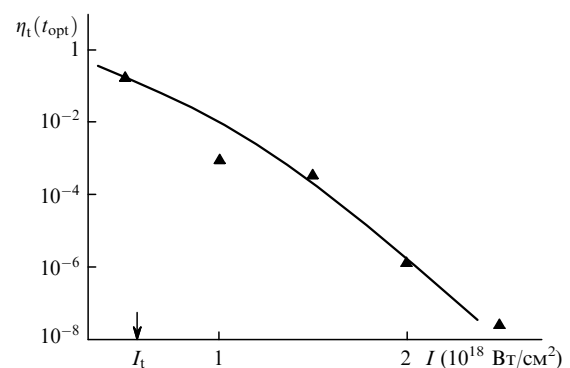


Рис.3. Полуклассический расчет (кривая) и модельный квантовомеханический расчет (точки) зависимости отношения $\eta_t(t_{\text{opt}})$ интенсивностей гармоник с частотой $3.17U_q$ в БВ и в СВ (при $\delta z = 0$) от интенсивности накачки.

Отметим, что в силу немонотонности зависимости $E_r(t_0)$ вклад в излучение на частоте, меньшей Ω_0 , вносят две классические траектории. Так, для частоты, равной $\Omega_0/2$, моменты ионизации $t_0 \approx t_1 = 0.01T$ и $t_2 = 0.1T$ (см. рис.1). При расчетах для иона Ar^{8+} и накачки с $I \sim 10^{18}$ Вт/см² вероятность ионизации для t_1 на 8 порядков выше, чем для t_2 , поэтому основной вклад в ГГВП вносит левая ветвь ($0 < t_0 < t_{\text{opt}}$) кривой E_r на рис.1. Обозначим $\alpha = (\bar{v}_z(t_0)/\bar{v}_z(t_{\text{opt}}))^2$, что для t_1 составляет 1.8 в БВ и 1.4 – в СВ. Из (10), (11) следует, что уменьшение интенсивности гармоник в средней части и на краю плато связаны следующим образом:

$$\eta_{s,t}(t_1) \sim \eta_{s,t}^{\alpha}(t_{\text{opt}}). \quad (12)$$

Так как $\alpha > 1$, то уменьшение интенсивности гармоник в середине плато будет более существенным, чем на его краю («провал» плато). Этот эффект связан с убыванием средней скорости продольного смещения \bar{v}_z и с увеличением энергии E_r фотоэлектрона с ростом t_0 при $t_0 < t_{\text{opt}}$ (рис.1). Таким образом, развитая модель предсказывает как релятивистское уменьшение интенсивности всех гармоник, так и существенный «провал» плато в низкочастотной части спектра ГГВП.

Оценим суммарную эффективность ξ генерации гармоник с номером N в СВ атомами с различными δz . Для этого проинтегрируем зависимость $\eta_s(\delta z)$:

$$\xi = \frac{4}{\lambda} \int_0^l dz \exp \left[-\frac{1}{2} a_g^2(t_0) \sin^2(2k\delta z) \right], \quad (13)$$

где $l = \lambda/2\pi \arccos(N\omega/\Omega_0)$ определяет максимальное δz , при котором еще возможна генерация гармоники с номером N (так как $N\omega < \Omega = \Omega_0 \cos^2 k\delta z$). Отметим, что ξ можно условно назвать эффективностью использования атомов в СВ. Наибольший интерес представляет ГГВП с максимальными частотами, поэтому в оценке (13) для N , близких к Ω_0/ω , величина l мала и можно считать, что $\sin(2k\delta z) \approx 2k\delta z$. Если пренебречь слабой зависимостью t_0 от δz (при $0 < \delta z < l$), интегрирование (13) даст

$$\xi = \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \frac{\text{erf}(2^{1/2}\pi l a_g/\lambda)}{a_g}, \quad (14)$$

где $\text{erf} x$ – функция ошибок. Таким образом, из (10), (11) и (14) видно, что суммарная эффективность ГГВП в СВ убывает с ростом I , но гораздо медленнее, чем в БВ. Оценки для $N\omega = 0.9\Omega_0$, $I = 10^{18}$ Вт/см² и $\lambda = 0.3$ мкм показывают, что $\xi \approx 7 \cdot 10^{-2}$, $\eta_t \approx 7 \cdot 10^{-4}$, так что выигрыш R в эффективности ГГВП при использовании СВ по сравнению с БВ составляет $\xi/\eta_t \approx 10^2$. Отметим, что в средней части плато этот выигрыш будет больше.

Таким образом, полуклассические расчеты дают наглядную картину влияния релятивистских эффектов на ГГВП. Для подтверждения справедливости выводов полуклассического подхода описания ГГВП в релятивистском режиме были выполнены квантовомеханические расчеты спектров коротковолнового излучения атомов.

2.3. Расчет спектров ГГВП в рамках квантовомеханической модели

Спектры ГГВП рассчитывались для иона Ar^{8+} и излучения накачки с $\lambda = 0.3$ мкм и $I \sim 10^{16} - 10^{19}$ Вт/см². Траектории центра волнового пакета определялись числен-

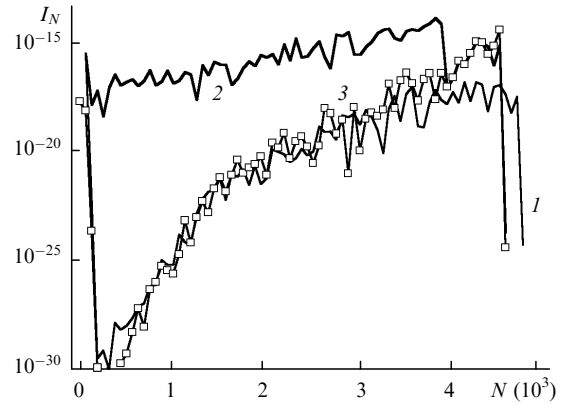


Рис.4. Спектры ГГВП (квантовомеханический расчет) ионом Ar^{8+} при накачке с $I = 8 \cdot 10^{17}$ Вт/см² в поле БВ (1) и в поле СВ при $\delta z = 0$ (2), а также при $\delta z = 0$ с учетом вклада только электронов с $t_0 > t_{\text{opt}}$ (3).

ным интегрированием уравнения (2). Зависимости координат электрона от времени подставлялись в выражение для дипольного момента $D(t)$ свободно-связанного перехода с учетом выражения (1), определяющего текущую ширину волнового пакета. Спектр ГГВП вычислялся методом стационарной фазы.

Рассмотрим сначала релятивистскую модификацию спектра в случае БВ. Повышение интенсивности накачки ($I > I_t$) приводит к тому, что сначала значительно уменьшается интенсивность низкочастотной части спектра ГГВП (рис.4). Это находится в согласии с результатом (12) полуклассической модели: провал плато обусловлен «промахиванием» фотоэлектрона мимо родительского иона, причем наибольшее «промахивание» испытывают электроны с малыми t_0 , что соответствует низкочастотной части спектра. Такая интерпретация подтверждается результатами следующего численного эксперимента. На кривой 3 рис.4 при расчете спектра ГГВП в случае СВ для $\delta z = 0$ искусственно исключен вклад электронов с $t_0 < t_{\text{opt}}$ (что эквивалентно «промахиванию» таких электронов). При этом низкочастотная часть спектра совпадает с низкочастотной частью спектра в случае использования БВ. Это подтверждает справедливость интерпретации «провала», т. к. при больших интенсивностях накачки электроны с $t_0 < t_{\text{opt}}$ в случае БВ «промахиваются», а в случае СВ дают основной вклад в ГГВП и обеспечивают тем самым преимущество использования СВ.

С дальнейшим увеличением интенсивности БВ будет снижаться также и интенсивность высокочастотной части спектра ГГВП (по сравнению со спектром в СВ при $\delta z = 0$). При этом интенсивность гармоники с частотой $\Omega_0 = 3.17U_q$ будет меньше, чем в СВ при $\delta z = 0$. Отношение $\eta_t(t_{\text{opt}})$ интенсивности этой гармоники в БВ и СВ показано точками на рис.3. Видно хорошее согласие результатов полуклассического анализа и модельного расчета спектра. Таким образом, снижение интенсивности гармоники с частотой Ω_0 при использовании БВ по сравнению с СВ для $\delta z = 0$ достигает $5 \cdot 10^{-4}$ при $I = 10^{18}$ Вт/см² (рис.3, 5).

В случае же СВ накачки интенсивность гармоник зависит также от положения атомов: с увеличением δz интенсивность гармоник уменьшается. Кроме того, из-за уменьшения амплитуды электрического поля убывает ponderomotorная энергия U_q и, следовательно, Ω_0 . На рис.5 представлена серия спектров ГГВП для СВ и разных δz . Для сравнения представлен также спектр для БВ

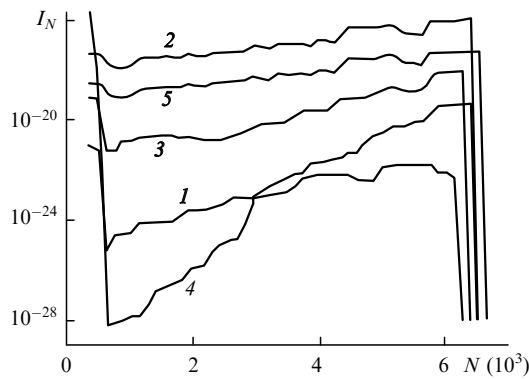


Рис.5. Спектры ГВП (квантовомеханический расчет) ионом Ag^{8+} при $I = 10^{18}$ Вт/см², $\lambda = 308$ нм в поле БВ (1) и в поле СВ при $\delta z/\lambda = 0$ (2), 0.0125 (3) и 0.025 (4), а также суммарный спектр для СВ (в расчете на один атом), излучаемый атомами в диапазоне $0 < \delta z < \lambda/4$ (5).

при той же интенсивности накачки. Видно, что при достаточно малых δz интенсивность гармоник для СВ больше, а при больших δz – меньше, чем для БВ. Таким образом, можно определить диапазон $0 < \delta z < \delta z_{\text{cr}}$, при которых ГВП для СВ происходит эффективнее, чем для БВ: для частоты отсечки $\delta z_{\text{cr}}/(\lambda/4) \approx 0.1$, что согласуется с результатом полуклассической модели.

Отклик среды (в расчете на один атом), полученный суммированием спектров, генерируемых в СВ атомами с различными δz , представлен на рис.5 кривой 5. Видно, что в суммарном спектре интенсивность гармоник меньше, чем в спектре для оптимального случая $\delta z = 0$. Это связано с тем, что эффективность использования атомов $\xi < 1$ (см. оценку по формуле (14)). Таким образом, выигрыш R в эффективности ГВП при использовании СВ по сравнению с БВ определяется двумя факторами: увеличением интенсивности генерации для атома в точке $\delta z = 0$ (по сравнению с БВ), который характеризуется параметром $1/\eta_t$, и эффективностью ξ использования атомов в СВ. Выигрыш R возрастает с увеличением интенсивности накачки и может достигать нескольких порядков. Так, при $I = 10^{18}$ Вт/см² и $\lambda = 0.3$ мкм $\eta_t \approx 5 \cdot 10^{-4}$, $\xi \approx 5 \cdot 10^{-2}$ и $R \approx 10^2$.

Заключение

Таким образом, развитая модель предсказывает значительное снижение интенсивности генерации гармоник высокого порядка и модификацию формы спектра гармоник при использовании излучения накачки релятивистской интенсивности. Предложенная схема ГВП в СВ позволяет частично компенсировать снижение эффективности генерации гармоник. В отличие от случая БВ накачки, в СВ эффективность генерации существенно зависит от положения генерирующего атома относительно пучности электрического поля. По этой причине эффективность использования атомов ξ в стоячей волне меньше, чем в бегущей волне, и убывает с ростом интенсивности накачки. Однако вследствие компенсации релятивистского смещения фотоэлектронов интенсивность гармоник в СВ может существенно превышать интенсивность гармоник в БВ. Так, выигрыш в эффективности ГВП при использовании СВ достигает 10^2 при накачке с интенсивностью 10^{18} Вт/см² и длиной волны 0.3 мкм и растет с дальнейшим увеличением интенсивности накачки.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 00-02-17533).

1. Corkum P.B. *Phys.Rev.Letts*, **71**, 1994 (1993).
2. Preston S.G., Sanpera A., Zepf M. et al. *Phys.Rev.A*, **53**, R31 (1996).
3. Keitel C.H., Knight P.L. *Phys.Rev.A*, **51**, 1420 (1995).
4. Kulyagin R.V., Shubin N.Yu., Taranukhin V.D. *Proc.SPIE*, **2770**, 46 (1995).
5. Kulyagin R.V., Taranukhin V.D. *Laser Phys.*, **7**, 623 (1997).
6. Taranukhin V.D., Shubin N.Yu. *Book of abstracts VIII annual intern. laser physics workshop* (Budapest, Hungary, 1999, p. 103); Taranukhin V.D. *Laser Phys.*, **10**, 330 (2000).
7. Таранухин В.Д., Шубин Н.Ю. *Квантовая электроника*, **28**, 81 (1999).
8. Lewenstein M., Balcou Ph., Ivanov M.Yu. et al. *Phys.Rev.A*, **49**, 2117 (1994).
9. Келдыш Л.В. *ЖЭТФ*, **47**, 1945 (1964).
10. Переломов А.М., Попов В.С., Терентьев М.В. *ЖЭТФ*, **51**, 309 (1966).
11. Budil K.S., Salieres P., L'Huillier A. et al. *Phys.Rev.A*, **48**, R3437 (1993).
12. Taranukhin V.D., Shubin N.Yu. *J.Opt.Soc.Amer.B*, **17**, 1509 (2000).