247

# Лазерное охлаждение примесных кристаллов

С.Н.Андрианов\*, В.В.Самарцев\*\*

Сообщается об основных экспериментальных достижениях в новой области физики – лазерном охлаждении твердых тел. В рамках метода неравновесного статистического оператора построена теория лазерного охлаждения примесного кристалла. Результаты теории сопоставлены с результатами экспериментов, проведенных в Лос-Аламосской национальной лаборатории (США).

Ключевые слова: примесные кристаллы, лазерное охлаждение, неравновесный статистический оператор.

#### 1. Введение

В настоящее время лазерное охлаждение газовых сред достигло больших успехов. В частности, путем лазерного охлаждения получено бозе-конденсированное состояние вещества. В 1997 г. С.Чу, К.Коэну-Танноуджи и У. Филлипсу присуждена Нобелевская премия по физике за цикл работ по лазерному охлаждению газовых сред.

Возможность оптического охлаждения сплошных сред предсказана еще П.Прингсхеймом [1]. После этого развернулась теоретическая дискуссия между П.Прингсхеймом [2] и С.И.Вавиловым [3, 4], который отрицал данную возможность по термодинамическим соображениям. Ответ на этот вопрос был дан в работе Л.Д.Ландау [5], в которой была построена последовательная термодинамическая теория, доказывающая возможность оптического охлаждения сплошных сред.

Однако сложная структура сплошных сред позволила наблюдать их оптическое охлаждение лишь недавно [6, 7], после разработки новых источников света – пересраиваемых лазеров с узкой линией излучения – и сверхчистых сред.

Теория лазерного охлаждения примесных молекулярных кристаллов [8, 9] и чистых молекулярных кристаллов [10] принадлежит С.Н.Андрианову и В.В.Самарцеву. А.Н.Ораевский [11], а также А.А.Задерновский и Л.А. Ривлин [12] создали теорию лазерного охлаждения полупроводников.

В настоящей работе мы построили более полную теорию лазерного охлаждения примесных кристаллов, учитывающую пространственную неоднородность фононных состояний. Это может быть важно при практическом конструировании лазерного рефрижератора, когда необходимо учитывать неоднородность потока фононов вблизи границ образца и неоднородность его внутренней структуры. Кроме того, будет рассмотрен случай фононов с произвольной дисперсией.

### 2. Эксперимент

Первый эксперимент по реальному охлаждению твердотельного образца был выполнен в Лос-Аламосской национальной лаборатории (США) в 1995 г. Авторами эксперимента было осуществлено охлаждение образца тяжелого металлофлюоридного стекла, содержащего ионы иттербия и находящегося при комнатной температуре, на 0.3 К с помощью насыщения в течение 15 мин излучением титанового лазера на сапфире длинноволнового края линии поглощения иттербия [6]. Изменение температуры образца фиксировалось косвенно, по отклонению пробного луча гелий-неонового лазера на температурно-индуцированном изменении показателя преломления стекла, и непосредственно, с помощью камеры среднего ИК диапазона с азотным охлаждением.

Примерно в то же время Румблесом и Кларком из Императорского колледжа по науке, технологии и медицине в Лондоне было осуществлено лазерное охлаждение жидкого раствора родамина 101 в кислотосодержащем этаноле при возбуждении молекул родамина на длинноволновом крае линии поглощения с помощью излучения аргонового лазера в течение 4 ч [7]. Косвенным методом было обнаружено уменьшение температуры на 3 К ниже комнатной по температурно-зависящему изменению интенсивности флуоресценции, возбуждаемой пробным гелий-неоновым лазером.

Авторы обоих экспериментов объясняют лазерное охлаждение тела так называемым антистоксовым лазерным охлаждением, принципиальная схема которого показана на рис.1. Сначала лазер накачки, отстроенный от резонанса, переводит электроны с колебательного подуровня основного состояния 1' на чисто электронный возбужденный уровень 2, а затем происходит спонтанное излучение в ходе прямого и антистоксова непрямого переходов на основной уровень 1. При этом основную роль играют прямые переходы [8, 9], хотя при определенных условиях критическое значение имеют и антистоксовы непрямые переходы [10]. Так или иначе, весь процесс в целом носит название антистоксова процесса, посколь-

<sup>\*</sup>Федеральный научно-производственный центр НПО «Государственный институт прикладной оптики», Россия, 420075 Казань, ул. Липатова 2

<sup>\*\*</sup>Казанский физико-технический институт Казанского научного центра РАН, Россия, 420029 Казань, Сибирский тракт, 10/7

Поступила в редакцию 21 марта 2000 г., после доработки – 12 октября 2000 г.



Рис.1. Аппроксимированная схема энергетических уровней и переходов при антистоксовом механизме лазерного охлаждения.

ку частота излучения больше частоты поглощения. В силу того, что энергии (частоты́) фотонов накачки не хватает для чисто электронного перехода, возбуждаются лишь атомы, которые колеблются с частотой, равной разности частот электронного перехода и фотонов, и находятся на уровнях, лежащих выше основного электронного уровня 1. При этом энергия колебания атомов преобразуется в энергию возбуждения электронной оболочки. Далее эта энергия выносится из образца вместе с фотонами спонтанного излучения.

Спектры поглощения и флуоресценции ионов иттербия в стекле и молекул родамина в этаноле приведены на рис.2. Они показывают, что частота возбуждения лежит в



Рис.2. Поперечные сечения линий поглощения  $\sigma_{ab}$  (пунктир) и флуоресценции  $\sigma_f$  (сплошная кривая) ионов иттербия в тяжелом металлофлуоридном стекле в зависимости от длины волны (*a*) и молекул родамина в кислотосодержащем этаноле в зависимости от энергии при температурах 310 (*1*), 290 (*2*), 270 (*3*), 250 (*4*), 220 (*5*) и 200 К (*6*) [6, 7].

длинноволновом крыле линии поглощения примесных молекул, что подтверждает антистоксову модель лазерного охлаждения, представленную на рис.1. В случае иттербия наивысшая эффективность охлаждения достигается при отстройке длины волны излучения на 17 нм от центральной длины волны излучения, что соответствует возбуждению с нижнего подуровня штарковского мультиплета иона иттербия (179 см<sup>-1</sup>) в стекле [13]. При этом слабая выраженность фононного крыла позволяет нам в дальнейшем воспользоваться моделью слабой дипольфононной связи. Для родамина в этаноле оптимальная отстройка была равна 9 нм.

Наибольшие успехи по лазерному охлаждению твердых тел достигнуты в Лос-Аламосе на волоконных образцах в связи с их оптической чистотой и малостью поверхности. На оптических волокнах, легированных иттербием, осуществлено лазерное охлаждение сначала на 16 К [14], а затем на 21 К [15] ниже комнатной температуры. Здесь мы остановимся на этих экспериментах подробнее.

Сначала были поставлены эксперименты по лазерному охлаждению объемных образцов. Непрерывное излучение титанового лазера на сапфире использовалось для накачки и фокусировалось на полированном образце. Навстречу ему в том же образце с небольшим поперечным смещением подавалось пробное излучение гелийнеонового лазера. В результате лазерного охлаждения в образце возникал температурно-индуцированный градиент показателя преломления, на котором отклонялось пробное излучение. Это отклонение фиксировалось детектором, чувствующим положение луча.

Отклонение луча в зависимости от длины волны накачки показано на рис.3. Мы видим, что максимальное охлаждение наблюдалось на длине волны накачки 1015 нм, что соответствует поглощению колебаний на нижнем подуровне штарковского мультиплета основного состояния иттербия в стекле. Эти данные были подтверждены прямым измерением температуры охлаждения с помощью ИК камеры, зафиксировавшим уменьшение температуры на 0.3 К.

Проводилось лазерное охлаждение волокон с внешними диаметрами 400, 250 и 135 мкм. С уменьшением диаметра волокна, т. е. при переходе от волокна диаметром 400 мкм к волокну диаметром 250 мкм эффективность охлаждения увеличивалась. Однако для диаметра волокна 135 мкм она снова уменьшалась, что, по-видимому, связано с наличием примесей в материале волокна, на которых происходит выделение тепла. Наилучшее охлаждение (на 21 К ниже комнатной температуры) было



Рис.3. Зависимость нормированного отклонения  $\delta$  пробного луча от длины волны [6].

получено для волокна с внешним диаметром 250 мкм и внутренним диаметром 175 мкм. Охлаждение при этом фиксировалось по температурно-зависящей флуоресценции.

Были поставлены также эксперименты по лазерному охлаждению при температурах 150 и 100 К. Факт охлаждения фиксировался по отклонению пробного луча гелий-неонового лазера, абсолютное изменение температуры не измерялось. Тенденция изменения эффективности лазерного охлаждения при изменении температуры говорит о возможности охлаждения до криогенных температур. Изменение температуры в криогенной области может быть измерено по температурно-зависящему спаду интенсивности фотонного эха [16].

## 3. Теория

В молекулярном кристалле анизотропные примесные молекулы совершают либрационные качания относительно своих положений равновесия. Поскольку направление их электрического дипольного момента перехода жестко связано с осями симметрии молекулы, либрационные качания модулируют постоянную взаимодействия молекул с электромагнитным полем, что приводит к так называемым непрямым переходам, когда вместе с фотоном поглощается или испускается один фонон. Непрямые переходы проявляются как узкие линии на фоне сплошного длинноволнового крыла полосы поглощения.

В случае редкоземельных ионов, обсуждавшихся выше, поглощение фотонов сначала происходит при переходах с подуровней штарковского мультиплета, и лишь затем происходит поглощение на этих подуровнях фононов. Однако фононные процессы протекают очень быстро, и в этом случае можно использовать тот же модельный гамильтониан.

Гамильтониан системы примесных ионов или молекул в кристалле, взаимодействующих с электромагнитным полем в дипольном приближении и с кристаллической решеткой в модели слабой связи, записывается в следующем виде:

$$H = H_0 + H_1, \tag{1}$$

где

$$H_0 = H_d + H_f + H_p \tag{2}$$

- основной гамильтониан, а

$$H_1 = H_{\rm df} + H_{\rm df}^{\rm p} + H_{\rm pp} \tag{3}$$

- гамильтониан возмущения. Здесь

$$H_{\rm d} = \sum_{i} \hbar \omega_0 S_j^z \tag{4}$$

– гамильтониан системы примесных ионов или молекул в модели двухуровневого атома; j – номер примесной молекулы;  $\omega_0$  – частота электронного перехода;  $S_j^z$  – оператор *z*-проекции эффективного спина S = 1/2;

$$H_{\rm f} = \sum_{k} \hbar \omega_k a_k^+ a_k \tag{5}$$

– гамильтониан поля фотонов; k – индекс, нумерующий три компоненты волнового вектора и поляризацию фотонов;  $\omega_k$  – частота фотонов;  $a_k^+$  и  $a_k$  – операторы рождения и уничтожения фотонов;

$$H_{\rm p} = \sum_{q} \hbar \Omega_q b_q^+ b_q \tag{6}$$

– гамильтониан поля фононов; q – индекс, нумерующий три компоненты волнового вектора и поляризацию фононов;  $\Omega_q$  – частота фононов;  $b_q^+$  и  $b_q$  – операторы рождения и уничтожения фононов;

$$H_{\rm df} = \sum_{jk} \left[ g_k \exp(\mathrm{i}\mathbf{k}\mathbf{r}_j) S_j^+ a_k + g_k^* \exp(-\mathrm{i}\mathbf{k}\mathbf{r}_j) S_j^- a_k^+ \right] \quad (7)$$

– оператор взаимодействия атомов с электромагнитным полем на прямом переходе в приближении вращающейся волны;  $g_k$  – постоянная связи;  $r_j$  – радиус-вектор примесного атома;  $S_j^+$  и  $S_j^-$  – повышающая и понижающая компоненты оператора спина в циклических координатах;

$$H_{df}^{p} = \sum_{jkq} \left\{ h_{kq} \exp[i(\mathbf{k} - \mathbf{q})\mathbf{r}_{j}]S_{j}^{+}a_{k} \left(b_{-q} + b_{q}^{+}\right) + h_{kq}^{*} \exp[-i(\mathbf{k} - \mathbf{q})\mathbf{r}_{j}]S_{j}^{-}a_{k}^{+} \left(b_{q} + b_{-q}^{+}\right) \right\}$$
(8)

– оператор взаимодействия атомов с электромагнитным полем и решеткой на непрямых переходах через те или иные подуровни на фоне сплошного спектра фононов в приближении вращающейся волны;  $h_{kq}$  – постоянная связи;

$$H_{\rm pp} = V^{-1} \sum_{q_1, q_2, q_3, \tau} \Phi^{\tau}(\boldsymbol{q}_1, \boldsymbol{q}_2, \boldsymbol{q}_3) b_{\boldsymbol{q}_1}^+ b_{\boldsymbol{q}_2}^+ b_{\boldsymbol{q}_3} + \operatorname{эрмит. \, conp. } (9)$$

– оператор взаимодействия фононов друг с другом; V – объем элементарной ячейки;  $\Phi^{\tau}(q_1, q_2, q_3)$  – постоянная связи;  $\tau$  – произвольный вектор обратной решетки.

Итак, рассматривается система из N примесных центров в твердом теле. На эту систему воздействует непрерывное лазерное излучение на частоте  $\omega$ , резонансной частоте перехода  $1' \rightarrow 2$  (см. рис.1). Населенность уровня 1' обеспечивается фононами моды q. Введем число фононов моды q

$$n_q = b_q^+ b_q \tag{10}$$

и коллективную разность населенностей рабочих электронных уровней

$$R_z = 2\sum_j S_j^z. \tag{11}$$

Уравнения для динамических переменных *D*<sub>m</sub> в рамках метода неравновесного статистического оператора [17] записываются в виде

$$\frac{\mathrm{d}\langle D_{\mathrm{m}}\rangle}{\mathrm{d}t} = \hbar^{-2} \int_{-\infty}^{0} \mathrm{d}t \mathrm{e}^{\varepsilon t} \langle [H_{1}(t), [D_{\mathrm{m}}, H_{1}]] \rangle_{q}, \qquad (12)$$

где  $\varepsilon$  – параметр, описывающий необратимость процессов, который следует положить равным нулю после взятия интеграла; угловые скобки с индексом q означают усреднение по квазиравновесному статистическому оператору;

$$H_1(t) = \exp\left(\frac{\mathrm{i}}{\hbar}H_0t\right)H_1\exp\left(-\frac{\mathrm{i}}{\hbar}H_0t\right). \tag{13}$$

В рамках метода неравновесного статистического оператора можно получить следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial \langle n_q \rangle}{\partial t} + v_q \nabla \langle n_q \rangle = \left[ \frac{\langle n_q \rangle + 1}{\tau_1^{\rm s}(q)} - \frac{\langle n_q \rangle}{\tau_1^{\rm as}(q)} + \frac{1}{\tau_{\rm s}(q)} \right] \\
\times \frac{\langle R_z \rangle + N}{2} + \left[ \frac{1}{\tau_{\rm s}(q)} - \frac{1}{\tau_{\rm as}(q)} \right] \langle n_q \rangle \langle R_z \rangle \\
+ \frac{N - \langle R_z \rangle}{2\tau_{\rm as}(q)} - L(n_q),$$

$$\frac{\partial \langle R_z \rangle}{\partial t} = -(N + \langle R_z \rangle) \left\{ \frac{1}{\tau_1} + \sum_q \left[ \frac{\langle n_q \rangle + 1}{\tau_1^{\rm s}(q)} + \frac{\langle n_q \rangle}{\tau_1^{\rm as}(q)} \right] \right\}$$
(14)

$$+\frac{1}{\tau_{s}(q)}\bigg]\bigg\} - 2\langle R_{z}\rangle\bigg\{\frac{1}{\tau_{r}}+\sum_{q}\bigg[\frac{1}{\tau_{s}(q)}+\frac{1}{\tau_{as}(q)}\bigg]\langle n_{q}\rangle\bigg\} + (N-\langle R_{z}\rangle)\sum_{q}\frac{1}{\tau_{as}(q)},$$
(15)

где

$$L(n_{q}) = \frac{2\pi}{\hbar^{2}} \sum_{q_{1},q_{2},q_{3}} \left| \Phi^{\tau}(q_{1},q_{2},q_{3}) \right|^{2} \delta(\omega_{q_{1}} + \omega_{q_{2}} - \omega_{q_{3}})$$

$$\times (\delta_{qq_{1}} + \delta_{qq_{2}} - \delta_{qq_{3}}) [\langle n_{q_{3}} \rangle (1 + \langle n_{q_{1}} \rangle) (1 + \langle n_{q_{2}} \rangle)$$

$$- \langle n_{q_{1}} \rangle \langle n_{q_{2}} \rangle (1 + \langle n_{q_{3}} \rangle)]$$
(16)

– интеграл столкновений фононов друг с другом;  $v_q$  – скорость фононов;  $\omega_{q_1}, \omega_{q_2}, \omega_{q_3}$  – частоты фононов;

$$\frac{1}{\tau_1} = \sum_k \frac{1}{\tau_1(k)} \tag{17}$$

– обратное время спонтанной релаксации на прямом переходе 2  $\rightarrow$  1;

$$\frac{1}{\tau_1^s(q)} = \sum_k \frac{1}{\tau_1^s(k,q)}$$
(18)

– обратное время спонтанной релаксации на непрямом переходе  $2 \rightarrow 1' \rightarrow 1;$ 

$$\frac{1}{\tau_1^{\rm as}(q)} = \sum_k \frac{1}{\tau_1^{\rm as}(k,q)}$$
(19)

– обратное время спонтанной релаксации на непрямом переходе  $2 \rightarrow 2' \rightarrow 1;$ 

$$\frac{1}{\tau_{\rm r}} = \sum_{k} \frac{\langle n_k \rangle}{\tau_1(k)} \tag{20}$$

– обратное время вынужденных прямых переходов 2  $\rightarrow$  1;

$$\frac{1}{\tau_{\rm s}(q)} = \sum_{k} \frac{\langle n_k \rangle}{\tau_{\rm i}^{\rm s}(k,q)} \tag{21}$$

– обратное время вынужденных непрямых переходов 2  $\rightarrow$  1'  $\rightarrow$  1;

$$\frac{1}{\tau_{\rm as}(q)} = \sum_{k} \frac{\langle n_k \rangle}{\tau_1^{\rm as}(k,q)}$$
(22)

– обратное время вынужденных непрямых переходов 2  $\rightarrow$  2  $' \rightarrow$  1 [9].

Полученная система уравнений слишком сложна, поэтому мы произведем некоторые упрощения. Будем считать, что неравновесность фононов мала,  $\langle n_q \rangle \approx n_q^0$ , где  $n_q^0$  – равновесное число фононов при данной температуре образца. Тогда, поскольку  $L(n_q^0) = 0$  [18], интегралом столкновений в правой части уравнения (14) можно пренебречь. С другой стороны, слагаемое в левой части с производной по координатам в случае небольшого отклонения температуры при охлаждении и малого образца можно приближенно заменить на

$$v_q \, \frac{\Delta n_q^0}{\Delta x} = \frac{n_q^0 - \bar{n}_q}{\tau_1(q)},$$

где  $\Delta n_q^0 = n_q^0 - \bar{n}_q$ ;  $\tau_1(q) = \Delta x/v_q$ ;  $\bar{n}_q$  – число фононов термостата;  $\Delta x$  – размеры образца. Это соответствует пространственно-однородному случаю и случаю малой неравновесности фононов. Тогда в пренебрежении антистоксовыми непрямыми процессами из уравнения (14) получим

$$\frac{\mathrm{d}\langle n_q \rangle}{\mathrm{d}t} = \left(\frac{\langle n_q \rangle + 1}{\tau_1^{\mathrm{s}}(q)} + \frac{1}{\tau_{\mathrm{s}}(q)}\right) \frac{\langle R_z \rangle + N}{2} + \frac{1}{\tau_{\mathrm{s}}(q)} \langle n_q \rangle \langle R_z \rangle - \frac{\langle n_q \rangle - \bar{n}_q}{\tau_{\mathrm{p}}(q)}.$$
(23)

Аналогично из уравнения (15) получим

$$\frac{\mathrm{d}\langle R_z \rangle}{\mathrm{d}t} = -(N + \langle R_z \rangle) \bigg\{ \sum_q \bigg[ \frac{\langle n_q \rangle + 1}{\tau_1^{\mathrm{s}}(q)} + \frac{1}{\tau_s(q)} \bigg] + \frac{1}{\tau_1} \bigg\} - 2\langle R_z \rangle \sum_q \frac{\langle n_q \rangle}{\tau_s(q)}.$$
(24)

При этом следует учитывать, что излучение подается лишь на частоте стоксова непрямого перехода, и поэтому в пренебрежении усилением собственной спонтанной люминесценции можно считать, что  $1/\tau_r = 0$ . Суммирование по волновому вектору фононов дает

$$\frac{\mathrm{d}\langle n \rangle}{\mathrm{d}t} = \frac{N + \langle R_z \rangle}{2} \left[ F_1^{\mathrm{s}}(T) + \frac{1}{T_1^{\mathrm{s}}} + \frac{1}{T_{\mathrm{s}}} \right] + \langle R_z \rangle F_{\mathrm{s}}(T) - F_{\mathrm{p}}(T) + F_{\mathrm{p}}(T_0), \qquad (25)$$

$$\frac{\mathrm{d}\langle R_z \rangle}{\mathrm{d}t} = -(N + \langle R_z \rangle) \left[ F_1^{\mathrm{s}}(T) + \frac{1}{T_1^{\mathrm{s}}} + \frac{1}{T_{\mathrm{s}}} + \frac{1}{\tau_1} \right] -2\langle R_z \rangle F_{\mathrm{s}}(T) , \qquad (26)$$

где

$$\langle n \rangle = \sum_{q} \langle n_q \rangle \tag{27}$$

- полное число фононов;

$$\frac{1}{T_1^{\rm s}} = \sum_q \frac{1}{\tau_1^{\rm s}(q)}; \quad \frac{1}{T_{\rm s}} = \sum_q \frac{1}{\tau_{\rm s}(q)}; \quad F_1^{\rm s}(T) = \sum_q \frac{\langle n_q \rangle}{\tau_1^{\rm s}(q)};$$
$$F_{\rm s}(T) = \sum_q \frac{\langle n_q \rangle}{\tau_{\rm s}(q)}; \quad F_{\rm p}(T) = \sum_q \frac{\langle n_q \rangle}{\tau_{\rm p}(q)}. \tag{28}$$

В стационарных условиях имеем

$$F_{s}(T) \{ 2\tau_{1} [F_{p}(T) - F_{p}(T_{0})] + N \} + \tau_{1} [F_{p}(T) - F_{p}(T_{0})] \\ \times \left[ F_{1}^{s}(T) + \frac{1}{T_{1}^{s}} + \frac{1}{T_{s}} + \frac{1}{\tau_{1}} \right] = 0,$$
(29)

где T<sub>0</sub> – температура термостата.

В высокотемпературном приближени<br/>и $\langle n_q\rangle\!=\!k_{\rm B}T/\hbar\Omega_q$ имеем

$$AT^2 + BT - CT_0 = 0, (30)$$

где

$$I = \tau_1 \Phi_p \left( \Phi_1^s + 2\Phi_s \right); \ B = \Phi_s N + C - AT_0;$$
$$C = \tau_1 \Phi_p \left( \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_s} + \frac{1}{\tau_1} \right);$$
(31)

$$\Phi_{1}^{s} = k_{B}\hbar^{-1}\sum_{q} [\Omega_{q}\tau_{1}^{s}(q)]^{-1}; \ \Phi_{s} = k_{B}\hbar^{-1}\sum_{q} [\Omega_{q}\tau_{s}(q)]^{-1};$$
$$\Phi_{p} = k_{B}\hbar^{-1}\sum_{q} [\Omega_{q}\tau_{p}(q)]^{-1};$$
(32)

*k*<sub>в</sub> – постоянная Больцмана.

Решение уравнения (30) имеет вид

$$T = (2A)^{-1} \left[ -B + \left( B^2 + 4ACT_0 \right)^{1/2} \right].$$
(33)

Разлагая корень в ряд по степеням  $1/T_0$ , получаем

$$T = T_0 - \frac{\Phi_{\rm s} N}{\tau_1 \Phi_{\rm p}(\Phi_1^{\rm s} + 2\Phi_{\rm s})}.$$
 (34)

Отсюда видно, что температура охлаждения тем ниже, чем больше примесных центров, чем активнее спонтанная релаксация на прямом переходе  $2 \rightarrow 1$  и чем слабее связь с термостатом. При больших мощностях накачки  $(\Phi_s \gg \Phi_1^s)$  наступает насыщение

$$T = T_0 - \frac{N}{2\tau_1 \Phi_p},\tag{35}$$

т.е. температура охлаждения не зависит от мощности накачки. Это выражение носит более общий характер, чем соответствующее выражение из работы [9], т. к. оно включает суммирование по всем типам колебаний, участвующих в процессе. Заменив в  $\Phi_p$  суммирование по qумножением на эффективное число колебаний M, получим

$$T = T_0 - \frac{\hbar\Omega_0}{2k_{\rm B}} \frac{\tau_{\rm p}N}{\tau_1 M},\tag{36}$$

где  $\Omega_0$  – частота активного колебания. Заметим, что выражение (36) совпадает с соответствующим выражением из работы [9], где, однако, M – число всех колебаний, участвующих в лазерном охлаждении. Подставив  $\Omega_0 = 200 \text{ см}^{-1}$ ,  $\tau_p \approx \tau_1 \approx 10^{-5} \text{ с}$ ,  $N = 10^{16}$  [13], получим, что  $M = 10^{16}$  при охлаждении образца на 21 К ниже комнатной температуры (как в Лос-Аламосском эксперименте).

Заметим, что уравнение (29) можно решить и в низкотемпературном приближении. Для этого надо учесть, что

$$\langle n \rangle = \exp\left(-\frac{\hbar\Omega_0}{k_{\rm B}T}\right)$$

и провести соответствующее преобразование Лапласа. Однако конкретные оценки потребуют знания зависимостей всех коэффициентов от *q*.

## 4. Заключение

Таким образом, построенная теория лазерного охлаждения примесных кристаллов показала, что учет пространственной неоднородности фононных состояний приводит к уравнению (14), правая часть которого зависит от взаимодействия фотонов с примесными атомами. В пространственно-однородном случае получены простые соотношения для температуры образца, учитывающие дисперсию фононов. Сопоставление результатов теории с экспериментом по лазерному охлаждению оптических волокон, поставленным в Лос-Аламосе, дало возможность оценить число фононных состояний, участвующих в охлаждении, и понять, что именно штарковские подуровни при комнатных температурах участвуют в антистоксовом лазерном охлаждении. Построенная теория антистоксова механизма лазерного охлаждения примесных твердых тел позволяет сделать вывод о том, что при низких температурах представляется уместным использовать зеемановские, а не штарковские подуровни, т. к. в этом случае именно они соответствуют по энергии заселенным фононным состояниям.

Работа поддержана МНТЦ (ISTC) (грант № 737) и РФФИ (грант № 99-02-18495а).

- 1. Pringsheim P. Zs. Phys., 57, 739 (1929).
- 2. Pringsheim P. J. Phys. USSR, 10, 495 (1946).
- 3. Vavilov S.I. J. Phys. USSR, 9, 68 (1945).
- 4. Vavilov S.I. J. Phys. USSR, 10, 499 (1946).
- 5. Landau L.D. J. Phys. USSR, 10, 503 (1946).
- Epstein R.I., Buchwald M.I., Edwards B.C., Gosnell R.T., Mungan C.E. Nature, 377, 500 (1995).
- 7. Clark J.L., Rumbles Y. Phys. Rev. Letts, 76, 2037 (1996).
- 8. Andrianov S.N., Samartsev V.V. Laser Physics, 6, 759 (1996).
- Андрианов С.Н., Самарцев В.В. Оптика и спектроскопия, 84, 774 (1998).
- 10. Andrianov S.N., Samartsev V.V. Laser Physics, 6, 949 (1996).
- 11. Ораевский А.Н. Квантовая электроника, 23, 1045 (1996).
- 12. Задерновский А.А., Ривлин Л.А. Квантовая электроника, 23, 1131 (1996).
- Mungan C.E., Gosnell T.R. Adv. Atomic, Mol. Opt. Phys., 40, 161 (1999).
- Mungan C.E., Buchwald M.I., Edwards B.C., Epstein R.I., Gosnell T.R. *Phys.Rev.Letts*, 78, 1030 (1997).
- 15. Luo X., Eisaman M.D., Gosnell T.R.Optics Letts, 23, 637 (1998).
- Маныкин Э.А., Самарцев В.В. Оптическая эхо-спектроскопия (М., Наука, 1984).
- Зубарев Д.Н. Неравновесная статистическая термодинамика (М., Наука, 1971).
- Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика (М., Наука, 1979).