

Оптические свойства гетерогенных сред

А.Н.Ораевский, И.Е.Проценко

Показано, что в гетерогенном материале, состоящем из металлических наночастиц, взвешенных в активной лазерной среде, возможно получение гигантских показателя преломления, усиления и нелинейности.

Ключевые слова: гетерогенные среды, металлические наночастицы, гигантский показатель преломления.

1. Постановка задачи

Оптические материалы с высоким и контролируемым показателем преломления n могут иметь разнообразные применения, например для увеличения разрешающей способности оптических микроскопов [1], управления направлением распространения светового луча, создания миниатюрных высококачественных линз и других оптических элементов. В литературе обсуждается возможность увеличения показателя преломления в резонансной среде с помощью наведенной электромагнитным полем прозрачности (electromagnetic-induced transparency) [2–10], а также путем усиления рассеянного излучения [11]. В настоящей работе исследуются оптические свойства гетерогенной среды, состоящей из малых металлических шаров, распределенных в другом материале. Предварительное исследование такой среды проведено в [12]. Настоящая работа углубляет и развивает результаты, приведенные в [12].

2. Резонансные свойства суспензии металлических наночастиц

Исходным соотношением для дальнейшего анализа является формула Максвелла – Гарнета [13, 14]

$$\frac{\varepsilon_{\text{mix}}(\lambda) - \varepsilon_m(\lambda)}{\varepsilon_{\text{mix}}(\lambda) + 2\varepsilon_m(\lambda)} = \sum_j \eta_j \frac{\varepsilon_{bj}(\lambda) - \varepsilon_m(\lambda)}{\varepsilon_{bj}(\lambda) + 2\varepsilon_m(\lambda)}. \quad (1)$$

Она получена для среды, составленной из шаров, распределенных в материале (в дальнейшем будем называть его матрицей) с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_m(\lambda)$; $\varepsilon_{bj}(\lambda) = \varepsilon'_{bj}(\lambda) + i\varepsilon''_{bj}(\lambda)$ – диэлектрическая проницаемость материала, из которого изготовлены шары j -го сорта; η_j – относительный объем, занимаемый в смеси шарами j -го сорта; λ – длина волны излучения в вакууме. Предполагается, что радиус шаров r_{bj} значительно меньше длины волны и глубины проникновения поля в материал шаров. Далее мы будем предполагать, что радиусы шаров лежат в диапазоне нескольких нанометров, и называть их

наночастицами. Заметим, что соотношение (1) может быть получено, если известную формулу Клаузиуса – Моссотти [15, 16] применить к расположенным в вакууме шарам с нормированной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_{bj}/\varepsilon_m$. При этом мы получим нормированную на ε_m диэлектрическую проницаемость смеси ε_{mix} .

Ограничимся рассмотрением смеси, состоящей из наночастиц одного сорта. Введем обозначение

$$F(\lambda, \eta) = \eta \frac{\varepsilon_b(\lambda) - \varepsilon_m(\lambda)}{\varepsilon_b(\lambda) + 2\varepsilon_m(\lambda)}. \quad (2)$$

Тогда из формулы (2) следует, что

$$\varepsilon_{\text{mix}}(\lambda) = \varepsilon_m \frac{1 + 2F(\lambda, \eta)}{1 - F(\lambda, \eta)}. \quad (3)$$

В общем случае $F(\lambda, \eta) = F'(\lambda, \eta) + iF''(\lambda, \eta)$ – комплексная величина. Если параметры материалов удастся подобрать так, что $F''(\lambda, \eta) = 0$ и $F(\lambda, \eta) \rightarrow 1$, то диэлектрическая проницаемость смеси может стать очень большой. Эти два условия, выраженные через диэлектрические проницаемости материалов, имеют вид

$$(1 - \eta)\varepsilon'_b + (2 + \eta)\varepsilon'_m \rightarrow 0, \quad (4)$$

$$(1 - \eta)\varepsilon''_b + (2 + \eta)\varepsilon''_m = 0. \quad (5)$$

Второе условие удовлетворяется автоматически, если в качестве исходных материалов используются прозрачные среды. Из уравнения (4) находим

$$\eta \rightarrow \frac{\varepsilon'_b + 2\varepsilon'_m}{\varepsilon'_b - \varepsilon'_m}. \quad (6)$$

Поскольку $0 < \eta < 1$, то несложный анализ показывает, что один из компонентов должен иметь отрицательную диэлектрическую проницаемость. Это обстоятельство привлекает внимание к металлам. У металлов в оптической области спектра действительная часть диэлектрической проницаемости отрицательна [17, 18], но всегда отлична от нуля и ее мнимая часть. Это значит, что условие (5) может быть выполнено только в том случае, если $\varepsilon''_m < 0$, т. е. матрица является усиливающей средой.

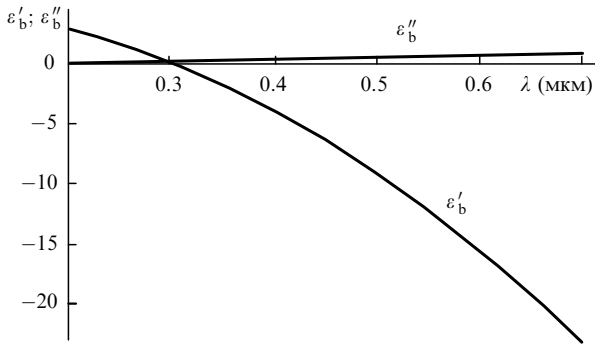


Рис.1. Диэлектрическая проницаемость серебра в видимом диапазоне длин волн.

На рис.1 представлены в качестве примера действительная и мнимая части диэлектрической проницаемости серебра как функции длины волны. Данные для этих графиков взяты из работы [17].

Свойства материала, являющегося смесью металлических наночастиц и усиливающей среды, будут проанализированы ниже. Здесь же мы отметим, что даже смесь металлических наночастиц и прозрачного материала является средой с интересными свойствами. На рис.2 показаны зависимости $\epsilon'_{mix}(\lambda)$ и $\epsilon''_{mix}(\lambda)$, вычисленные по формуле (3) для случая серебряных наночастиц. В отличие от монотонной зависимости характеристик исходных материалов от длины волны (рис.1), кривые на рис.2 имеют ярко выраженный резонансный характер, причем в окрестности резонансных точек $\epsilon'_{mix}(\lambda)$ и $\epsilon''_{mix}(\lambda)$ существенно больше, чем соответствующие величины исходных материалов.

Таким образом, в гетерогенной среде с металлическими наночастицами возникает своеобразный «внутренний резонанс». Этот резонанс является «отголоском» плазмонного резонанса, который присущ отдельному металлическому шару. В отдельном шаре он возникает на специфической для каждого металла частоте [19]. В исследуемой же нами смеси положение резонансной частоты (длины волны) зависит как от диэлектрической проницаемости исходных материалов, так и от параметра η . В этой связи отметим, что оптические свойства взвешенных в пустоте (воздухе) металлических наночастиц будут существенно отличаться от свойств сплошной металлической среды. Более детально характеристики такого рода смесей проанализированы в работе [12].

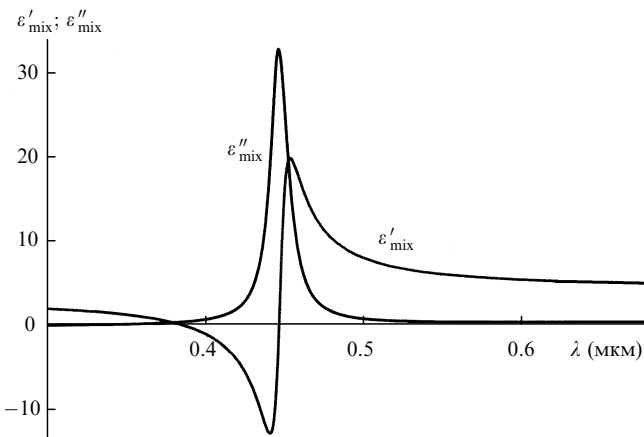


Рис.2. Функции $\epsilon'_{mix}(\lambda)$ и $\epsilon''_{mix}(\lambda)$ для серебряных наночастиц, взвешенных в прозрачной матрице, при $\epsilon_m = 2.5, \eta = 0.15$.

3. Смесь металлических наночастиц с активной средой

Хотя смесь металлических наночастиц с прозрачным материалом может иметь большой показатель преломления, ему непременно сопутствует и большое поглощение. Возникает естественное желание попытаться компенсировать мнимую часть диэлектрической проницаемости металла, используя в качестве матрицы лазерную среду. Для лазерной среды

$$\epsilon_m(\lambda) = n_m^2 - g^2 - 2in_m g, \tag{7}$$

где n_m – показатель преломления лазерной среды; g – умноженный на $\lambda/2\pi$ коэффициент усиления. Будем считать, что коэффициент усиления обнаруживает сравнительно узкий резонанс на длине волны λ_0 .

Проанализируем зависимость диэлектрической проницаемости смеси от параметров η и g , считая длину волны излучения равной λ_0 , т. к. влияние возбужденных частиц в этом случае максимально. Диэлектрическая проницаемость смеси будет большой вещественной и положительной величиной, если выполнены условия (4) и (5). Параметры, удовлетворяющие уравнениям (4) и (5), назовем критическими:

$$\eta_{cr} = \frac{\epsilon'_b + 2\epsilon''_m}{\epsilon'_b - \epsilon''_m} \approx \frac{|\epsilon'_b| - 2n_m^2}{n_m^2 + |\epsilon'_b|}, \quad g_{cr} = \frac{1 - \eta}{2 + \eta} \frac{\epsilon''_b}{2n_m} \approx \frac{1}{2} n_m \frac{\epsilon''_b}{|\epsilon'_b|}. \tag{8}$$

Приближенные равенства имеют место, если $n_m \gg g$.

Из условия $0 < \eta < 1$ следует ограничение на величину $|\epsilon'_b|$:

$$|\epsilon'_b| > 2n_m^2. \tag{9}$$

Это ограничение определяет выбор материалов и рабочего диапазона длин волн. Для GaAs ($n_m \approx 3.6$) и серебра условие (9) выполняется при $\lambda \geq 0.75$ мкм.

Если $F'' \rightarrow \pm 0$, то

$$\epsilon_{mix} \rightarrow \frac{3\epsilon_m}{1 - F'}. \tag{10}$$

В итоге, при малой положительной разности $1 - F'$ диэлектрическая проницаемость ϵ_{mix} (а вместе с ней и показатель преломления) может быть достаточно большой положительной величиной.

Для иллюстрации сказанного предположим, что исследуемая среда изготовлена из серебряных наночастиц,

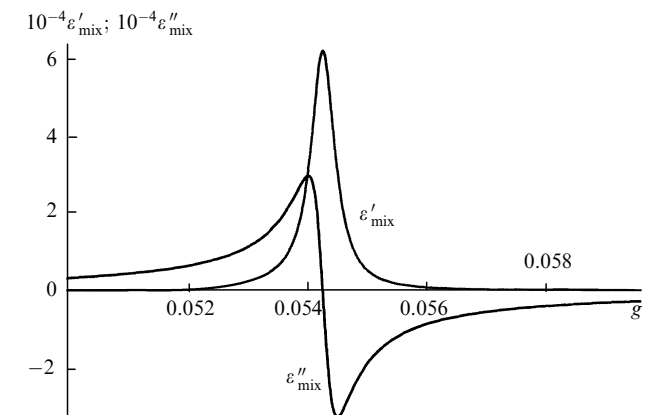


Рис.3. Функции $\epsilon'_{mix}(g)$ и $\epsilon''_{mix}(g)$ для серебряных наночастиц, взвешенных в активной лазерной матрице, при $\lambda = 0.8$ мкм, $n_m = 3.6, \eta = 0.1322$.

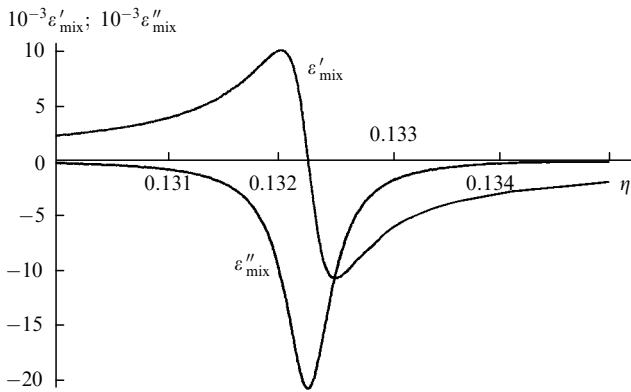


Рис.4. Функции $\epsilon'_{\text{mix}}(\eta)$ и $\epsilon''_{\text{mix}}(\eta)$ для серебряных наночастиц, взвешенных в активной лазерной матрице, при $g > g_{\text{cr}}$, $\lambda = 0.8$ мкм, $n_m = 3.6$, $g = 0.054$.

распределенных в GaAs ($n_m \approx 3.6$). Положим $\lambda_0 = 0.8$ мкм. При этой длине волны $\epsilon'_b = -31.2$ [17], так что условие (9) выполнено. Величины $\epsilon'_{\text{mix}}(\lambda_0, \eta, g)$ и $\epsilon''_{\text{mix}}(\lambda_0, \eta, g)$ как функции параметра g показаны на рис.3 для $\eta = 0.1322$, что близко к критическому значению. На рис.4 приведены зависимости $\epsilon'_{\text{mix}}(\eta)$ и $\epsilon''_{\text{mix}}(\eta)$ для $g = 0.055 > g_{\text{cr}}$. Обратим внимание на два обстоятельства. Во-первых, $\epsilon''_{\text{mix}}(\eta) < 0$, так что смесь в целом является усиливающей. Во-вторых, в окрестности η_{cr} диэлектрическая проницаемость резко изменяется при изменении η на десятки доли процента. Изменение тем резче, чем ближе коэффициент усиления к критическому. Ясно, что экспериментально контролировать концентрацию наночастиц и их размеры с такой точностью не представляется возможным. Тем не менее для $\eta = 0.13 \pm 0.01$ имеем $\epsilon_{\text{mix}} > 2000$ ($n_{\text{mix}} \approx 45$), как это видно из рис.5.

Как уже отмечалось, для серебра и GaAs при длине волны 0.8 мкм имеем $g_{\text{cr}} \approx 0.05$, что соответствует коэффициенту усиления $\kappa = (2\pi/\lambda)g \approx 4 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}$ в чистой матрице. Такой коэффициент усиления является исключительно высоким, однако он достигался в ряде экспериментов [20], так что надежды на экспериментальное наблюдение обсуждаемых эффектов не беспочвенны.

4. Среда с гигантским усилением и нелинейностью

Из рис.5 видно, что в окрестности $g = g_{\text{cr}}$ величина ϵ'_{mix} проходит через максимум и убывает, а ϵ''_{mix} проходит

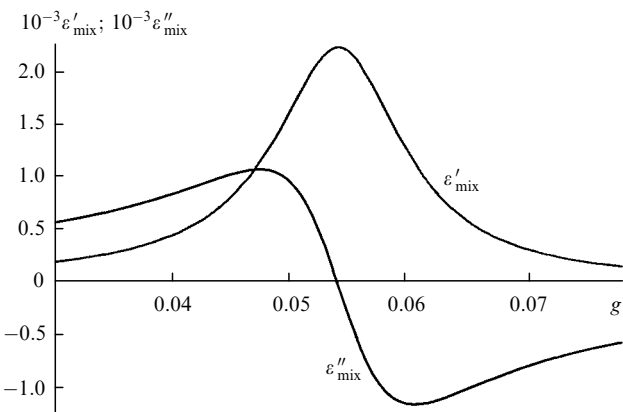


Рис.5. Функции $\epsilon'_{\text{mix}}(g)$ и $\epsilon''_{\text{mix}}(g)$ для серебряных наночастиц, взвешенных в активной лазерной матрице, при $\lambda = 0.8$ мкм, $n_m = 3.6$, $\eta = 0.13$.

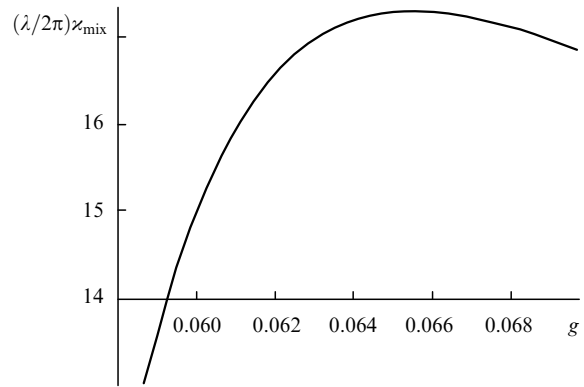


Рис.6. Нормированный коэффициент усиления смеси $(\lambda/2\pi)\kappa_{\text{mix}}(g)$ для серебряных наночастиц, взвешенных в активной лазерной матрице, при $\lambda = 0.8$ мкм, $n_m = 3.6$, $\eta = 0.13$.

через нуль и становится большой отрицательной величиной. При оптимальных параметрах η и λ величина ϵ''_{mix} становится гигантской. Понятно, что это соответствует очень большому коэффициенту усиления, который описывается формулой

$$\kappa_{\text{mix}} = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{|\epsilon_{\text{mix}}| - \epsilon'_{\text{mix}}}{2} \right)^{1/2}. \quad (11)$$

Гигантское усиление существует лишь в очень узкой области параметров η и λ , что требует их контроля с исключительно большой точностью. Тем не менее достаточно большие коэффициенты усиления вполне реальны. На рис.6 представлена зависимость $(\lambda/2\pi)\kappa_{\text{mix}}(g)$ для $\eta = 0.13$. При $g = 0.065$ коэффициент усиления в смеси примерно в 260 раз больше, чем исходный коэффициент усиления в чистой матрице.

При достаточно большой длине образца существенную роль будет играть насыщение поляризуемости усиливающих частиц. В этом случае интенсивность выходного сигнала стремится к некоторому пределу. Эту предельную интенсивность можно определить из уравнения (5), если ввести насыщающий член в выражение для поляризуемости усиливающих частиц. С учетом насыщения

$$g(|E|^2) \approx \frac{g}{1 + |E|^2/E_{\text{sat}}^2}, \quad (12)$$

где E – амплитуда поля излучения, распространяющегося в среде; E_{sat} – насыщающее поле для усиливающих частиц. Подставляя (12) в (5), получаем

$$(1 - \eta)\epsilon''_b + 2n_m(2 + \eta) \frac{g}{1 + |E|^2/E_{\text{sat}}^2} \rightarrow 0. \quad (13)$$

В соответствии с (13) амплитуда поля в среде будет стремиться к предельной амплитуде $E_{\text{sat}}(g/g_{\text{cr}} - 1)^{1/2}$. Наряду с усилением входного сигнала будет происходить и усиление спонтанного излучения, что приведет к монохроматичности выходного сигнала даже при монохроматическом входном.

Прозрачная среда может быть нелинейной средой: $\epsilon_m + \alpha E^\mu$, где $\mu \geq 2$. В гетерогенном образце, содержащем металлические наночастицы, нелинейные свойства могут быть многократно усилены. В первом приближении по E^μ вблизи критических значений η и g нелинейная часть диэлектрической проницаемости смеси

$$\epsilon_{\text{NL}} = G\alpha E^\mu, \quad G \approx 9 \frac{\epsilon_m \epsilon_b}{(\epsilon_b + 2\epsilon_m)(\epsilon_m - \epsilon_b)} \frac{1}{(1 - F)^2}. \quad (14)$$

Нетрудно убедиться, что в области параметров, близких к критическим, коэффициент G может стать очень большим. Так, при $\eta \approx 0.13$ и $g \approx 0.054$ имеем $G > 10^4$.

5. Роль рассеяния в формировании диэлектрической проницаемости

Предыдущие расчеты корректны в случае пренебрежимо малого рассеяния излучения. Это справедливо при достаточно высокой степени упорядоченности расположения наночастиц в смеси. Такая упорядоченность может возникать при приготовлении смеси из заряженных наночастиц, что может иметь место в ряде технологий. В общем же случае рассеяние должно быть учтено в балансе усиления и потерь. Коэффициент экстинкции, обусловленный рассеянием, дается соотношением [21]

$$h(\lambda) = \frac{1}{12\pi} \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^4 V \operatorname{Re} \langle |\delta\epsilon_{\text{mix}}(\lambda)|^2 \rangle_V, \quad (15)$$

где V – физически малый объем усреднения, фигурирующий при выводе макроскопических уравнений Максвелла [21]; $\langle |\delta\epsilon_{\text{mix}}(\lambda)|^2 \rangle_V$ – квадрат модуля флуктуаций диэлектрической проницаемости среды, усредненный по этому объему. Величину $\delta\epsilon_{\text{mix}}(\lambda)$ можно вычислить, используя формулу (3). Примем во внимание флуктуации только концентрации наночастиц δN_b и их объема δV_b и будем считать их статистически независимыми и пуассоновскими. Тогда

$$\langle \delta\epsilon_{\text{mix}}^2 \rangle_V = 9 \frac{1+q}{N_b V} \frac{F^2(\lambda, \eta)}{[1-F(\lambda, \eta)]^4}, \quad q = \frac{N_b V}{N V_b}, \quad (16)$$

и

$$h(\lambda) = \frac{3}{4\pi} \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^4 \frac{1+q}{N_b} \operatorname{Re} \left\{ \frac{F^2(\lambda, \eta)}{[1-F(\lambda, \eta)]^4} \right\}, \quad (17)$$

где N – плотность атомов в материале металлического шара.

Чтобы усиление не было подавлено рассеянием, необходимо обеспечить выполнение неравенства

$$-\operatorname{Im} \epsilon_{\text{mix}}^{1/2} > \frac{\lambda}{2\pi} h. \quad (18)$$

Для определения предельной амплитуды поля при наличии рассеяния необходимо использовать уравнение

$$\operatorname{Im} \epsilon_{\text{mix}}^{1/2} + \frac{\lambda}{2\pi} h = 0, \quad (19)$$

в котором ϵ_{mix} должно быть вычислено с учетом эффекта насыщения (см. (12)).

Рассеяние обуславливает не только экстинкцию: величина

$$\delta n(\lambda) = \frac{1}{12\pi} \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^3 V \operatorname{Im} \langle \delta\epsilon_{\text{mix}}^2 \rangle_V \quad (20)$$

дает вклад в показатель преломления.

Формула (15) для коэффициента экстинкции получена в предположении его малости в сравнении с волновым числом. В рассматриваемом нами случае в области коэффициентов усиления g , близких к критическому, это условие нарушается. На рис.7 представлены функции $(\lambda/2\pi)|h(g)|$ и $|\epsilon_{\text{mix}}^{1/2}(g)|$. При достаточно больших g (в дан-

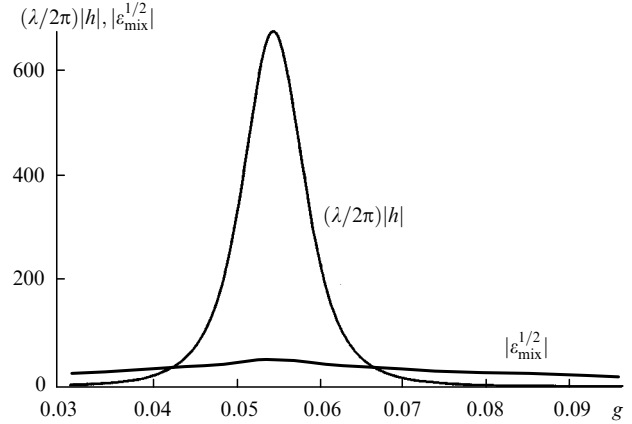


Рис.7. Функции $(\lambda/2\pi)|h(g)|$ и $|\epsilon_{\text{mix}}^{1/2}(g)|$ для серебряных наночастиц, взвешенных в активной лазерной матрице (GaAs), при $\lambda = 0.8$ мкм, $\eta = 0.13$, $V_b = 10^{-19}$ см³.

ном случае при $g > 0.07$) формулу (17) можно считать применимой. Но при $g \rightarrow g_{\text{cr}}$ флуктуации диэлектрической проницаемости становятся большими и ситуация напоминает критическую опалесценцию. Распространение излучения при g , близких к g_{cr} должно анализироваться на основе теории мутных сред [22], что требует специального рассмотрения.

6. О предельных размерах наночастиц и величине ϵ_{mix}

При сколь угодно точном приближении параметров g и η к их критическим значениям диэлектрическая проницаемость формально может стать сколь угодно большой. Однако в основе соотношения (1) лежит асимптотическая формула для поляризуемости шара, справедливая при условии $k_0 r_b |\epsilon_b|^{1/2} < 1$ [23], или

$$r_b < r_{\text{max}}(\lambda) \equiv \frac{\lambda}{2\pi |\epsilon_b|^{1/2}}, \quad (21)$$

где k_0 – волновое число в вакууме. Видно, что величина $r_{\text{max}}(\lambda)$ зависит от диапазона длин волн и конкретного материала. На рис.8 представлена зависимость $r_{\text{max}}(\lambda)$. Для серебряных наночастиц при $\lambda \approx 0.8$ мкм наибольший размер радиуса шара ограничен (~ 20 нм). При продвижении в фиолетовую область спектра максимально допустимый размер шара растет и в окрестности 0.4 мкм он достигает ~ 30 нм.

При очень малых размерах шара проявляется так называемое размерное квантование, когда движение электронов внутри шара нельзя считать квазисвободным. Раз-

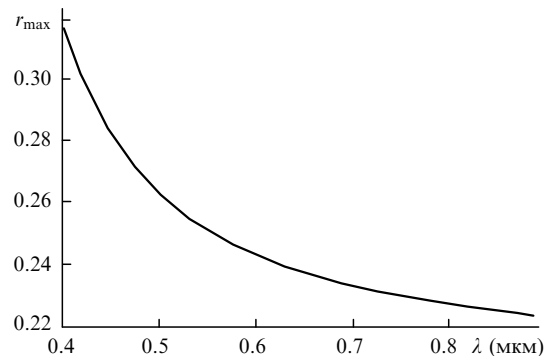


Рис.8. Зависимость $r_{\text{max}}(\lambda)$ для серебра в видимом диапазоне длин волн.

мерное квантование становится существенным, если длина когерентности l_{coh} волновой функции электрона превышает диаметр наночастицы. Опыт показывает [19], что размерное квантование в металлах начинает проявляться при диаметре наночастицы порядка нанометра и гелиевых температурах.

Таким образом, существует интервал допустимых радиусов наночастиц:

$$l_{\text{coh}} < r_b < \frac{\lambda}{2\pi|\epsilon_b|^{1/2}}. \quad (22)$$

Однако из этого вовсе не следует, что для радиуса шара, лежащего вне этого интервала, не существует резонансного увеличения диэлектрической проницаемости в гетерогенной смеси. Квантование движения электрона, конечно, изменит диэлектрическую проницаемость шара по сравнению с проницаемостью массивного образца. Однако если действительная часть диэлектрической проницаемости шара окажется отрицательной, то ее резонансное увеличение сохранится, хотя может измениться и сдвинуться по частоте. При $r_b > \lambda/(2\pi|\epsilon_b|^{1/2})$ дипольный момент шара и его поляризуемость должны вычисляться не по асимптотической формуле, справедливой для малых радиусов (см., напр., формулу (42) из гл. IX в книге [23]), а с учетом полного набора сферических волн, индуцируемых в шаре. При этом следует ожидать уменьшения вклада наночастиц в общую диэлектрическую проницаемость смеси с ростом параметра $k_0 r_b |\epsilon_b|^{1/2}$.

При приближении параметров среды к их критическим значениям диэлектрическая проницаемость среды формально может стать сколь угодно большой. Однако при очень больших диэлектрических проницаемостях нарушается одна из основных посылок теории, согласно которой в среде в объеме порядка куба длины волны должно находиться большое число частиц – в нашем случае наночастиц. Таким образом, качественно ясно, что

$$|\epsilon_{\text{mix}}| < \left(\frac{\eta}{V_b}\right)^{2/3} \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2. \quad (23)$$

В частности, $|\epsilon_{\text{mix}}| < 200$ при $V_b = 10^{-19} \text{ см}^3$, $\eta = 0.13$, $\lambda = 0.8 \text{ мкм}$.

7. Выводы

В работе [12] исследованы свойства гетерогенных сред на основе формулы Клаузиуса – Моссогги. Форма резонансов диэлектрической проницаемости, найденных в [12] (см. рис. 2 и 3 этой работы), совпадает с формой резонансов, вычисленных в настоящей работе по формуле Максвелла – Гарнета. Это не является случайным: формула Клаузиуса – Моссогги, использованная в [12], совпадает с формулой Максвелла – Гарнета для смеси из шаров двух типов, погруженных в вакуум. В качестве одной из задач нашей дальнейшей работы мы видим исследование среды из шаров двух типов, погруженных в диэлектрик. Этими шарами могут быть, в частности, металлические наночастицы и полупроводниковые квантовые точки. В среде, заполненной квантовыми точками, можно надеяться на получение больших коэффициентов усиления, по крайней мере, при низких температурах.

Проведенное рассмотрение показывает, что вполне реально рассчитывать на создание на основе гетероген-

ных сред материалов с управляемыми оптическими характеристиками. В частности, можно думать об изготовлении линз, фокусное расстояние которых управляется изменением коэффициента усиления. Такого рода микролинзами могли бы быть лазерные $p-n$ -переходы, в которые внедрены металлические наночастицы.

При $g > g_{\text{cr}}$ среды с $p-n$ -переходами, легированные металлическими наночастицами, могут служить излучателями с очень большим коэффициентом усиления. Как отмечалось в разд. 4, усиление спонтанного излучения обуславливает некогерентность выходного сигнала даже при монохроматичном входном сигнале. Можно надеяться, что в условиях насыщения спектральные компоненты спонтанного излучения, отличающиеся по частоте от внешнего сигнала, будут в значительной степени подавлены. Этот вопрос, а также проблемы динамики излучателей такого рода подлежат исследованию.

В рассматриваемых гетерогенных средах возможно получение как положительных, так нулевых и отрицательных показателей преломления, что делает такого рода среды интересными для изучения экзотических явлений электродинамики [24].

В проведенных выше расчетах для поляризуемости наночастиц использована формула (1), выведенная для шарообразных частиц. Однако есть основания полагать, что она применима для описания диэлектрической проницаемости среды, содержащей случайно ориентированные малые частицы произвольной формы. Это обстоятельство упрощает технологию приготовления таких сред.

Настоящее исследование частично поддержано грантом РФФИ № 00-02-16660.

1. Борн М., Вольф Э. *Основы оптики* (М., Наука, 1973).
2. Scully M.O. *Phys.Rev.Letts*, **67**, 1855 (1991).
3. Fleischhauer M., Keitel C.H., Scully M.O. *Phys.Rev.A*, **46**, 1468 (1992).
4. Scully M.O., Fleischhauer M. *Phys.Rev.Letts*, **69**, 160 (1992).
5. Scully M.O., Zhu Shi-Yao. *Optics Comms*, **87**, 134 (1992).
6. Harris S.E., Field J.E., Kasapi A. *Phys.Rev.A*, **46**, R29 (1992).
7. Zibrov A.S., Lukin M.D., Hollberg L., Nikonov D.E., Scully M.O., Robinson H.G. Velichansky V.L. *Phys.Rev.Letts*, **76**, 3935 (1996).
8. Dowling J.P., Bowden C.M. *Phys.Rev.Letts*, **70**, 1421 (1993).
9. Crenshaw M.E., Bowden C.M. *Phys.Rev.A*, **53**, 1139 (1996).
10. Leegwater J.A., Mukamel S. *Phys.Rev.A*, **49**, 146 (1994).
11. Ораевский А.Н., Проценко И.Е., Ботеро А. *Квантовая электроника*, **30**, 809 (2000).
12. Ораевский А.Н., Проценко И.Е. *Письма в ЖЭТФ*, **72**, 641 (2000).
13. J.C.Maxwell-Garnett, Philos. *Trans.Roy.Soc.London*, **203**, 385 (1904).
14. J.C.Maxwell-Garnett, Philos. *Trans.Roy.Soc.London*, **205**, 237 (1906).
15. *Физическая энциклопедия* (М., Сов. энциклопедия, 1990, т. 2).
16. Bottcher C.J. *Theory of electric polarization* (Amsterdam, Elsevier, 1973).
17. Boyd G.T., Rasing Th., Leite J.R.R., Shen Y.R. *Phys.Rev.B*, **30**, 519 (1984).
18. E.D.Palik (Ed.). *Handbook of optical constants of solids* (N.Y., Acad. Press, 1985).
19. Halperin W.P. *Rev.Mod.Phys.*, **58**, 533 (1986).
20. Васильев П.П. *Квантовая электроника*, **29**, 4 (1999).
21. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Электродинамика сплошных сред* (М., Наука, 1982).
22. Шифрин К.С. *Рассеяние света в мутной среде* (М.–Л., Физматгиз, 1951).
23. Стреттон Дж. *Теория электромагнетизма* (М., ОГИЗ–Гостехиздат, 1948).
24. Brillouin L. *Wave propagation group velocity* (N.Y., Acad. Press, 1960).