

Вынужденное комбинационное рассеяние кноидальных волн

В.А.Алешкевич, В.А.Выслоух, Я.В.Карташов

Исследованы особенности преобразования с помощью ВКР мультисолитонных периодических кноидальных волн в высокоэнергетические кноидальные волны на стоксовой частоте, лежащей в области аномальной дисперсии групповой скорости. Приведены зависимости максимальной степени сжатия импульса накачки и характерного расстояния возбуждения стоксовой волны от параметра локализации энергии кноидальной волны накачки.

Ключевые слова: солитоны, комбинационное рассеяние, кноидальные волны.

1. Введение

В кубичной среде важную роль играет класс периодических солитонных решений – кноидальные волны [1–4]. Концепция кноидальных волн весьма привлекательна, поскольку она позволяет анализировать динамику пространства как одно-, так и мультикомпонентных периодических решений нелинейного уравнения Шредингера при разной степени локализации энергии волнового поля. Одна из наиболее важных особенностей кноидальных волн заключается в том, что в пределе сильной локализации энергии волнового поля кноидальная волна трансформируется в локализованные светлые и темные солитоны [3, 5]. Отметим, что в волоконно-оптических линиях связи, как правило, следует рассматривать не единичные солитонные импульсы, а их последовательности. Кноидальная волна может служить моделью последовательности оптических сигналов, в которой скажность определяется степенью локализации энергии волнового поля.

Одним из наиболее естественных способов увеличения скорости передачи информации по волоконной линии связи является использование солитонных эффектов для сжатия импульсов в последовательности. Аномальная дисперсия групповых скоростей позволяет оптическому волокну выполнять роль распределенного компрессора [6–8], при этом распространение мультисолитонного импульса сопровождается периодическим самосжатием и в точке максимального сжатия импульс представляет собой узкий центральный пик на фоне широкого пьедестала. Увеличение степени сжатия при использовании этого метода сопровождается уменьшением доли энергии, заключенной в центральном пике, за счет роста пьедестала. В [9, 10] была показана возможность использования ВКР для преобразования связанного состояния солитонов (мультисолитонного импульса) на частоте накачки в высокоэнергетичный односолитонный импульс на стоксовой частоте в области аномальной дисперсии групповой скорости. При этом достигается значительное

сжатие локализованного стоксова импульса при отсутствии пьедестала.

Взаимодействие импульсов в последовательности оказывает значительное влияние на динамику ВКР и в этой связи несомненный интерес представляет исследование ВКР периодических кноидальных волн, являющееся предметом настоящей работы. Особое внимание уделено влиянию ВКР на максимальную степень сжатия импульса накачки, а также исследованию зависимости расстояния возбуждения стоксова сигнала от степени локализации энергии волнового поля.

2. Теоретическая модель

Динамика генерации импульсов ВКР описывается системой нелинейных уравнений, которая в простейшем случае взаимодействия накачки и первой стоксовой компоненты (сигнала), распространяющихся в разных модах, имеет вид [9, 10]

$$\begin{aligned}
 i \frac{\partial q_p}{\partial \xi} &= \frac{1}{2} \text{sign } \beta_p \frac{\partial^2 q_p}{\partial \eta^2} - q_p (|q_p|^2 + 2|q_s|^2) - i\alpha \frac{\omega_p}{\omega_s} q_p |q_s|^2, \\
 i \frac{\partial q_s}{\partial \xi} + i\delta \frac{\partial q_s}{\partial \eta} &= \frac{\sigma}{2} \text{sign } \beta_s \frac{\partial^2 q_s}{\partial \eta^2} - \frac{\omega_p}{\omega_s} q_s (|q_s|^2 + 2|q_p|^2) \\
 &+ i\alpha q_s |q_p|^2,
 \end{aligned} \quad (1)$$

где $q_{p,s}(\eta, \xi) = A_{p,s}(\eta, \xi)(L_{\text{dis}}/L_{\text{psm}})^{1/2}/I_0^{1/2}$ – безразмерные комплексные амплитуды светового поля накачки и сигнала; $A_{p,s}(\eta, \xi)$ – медленно меняющиеся огибающие полей накачки и сигнала; I_0 – интенсивность входного импульса накачки; $\xi = (t - z/v_p)/t_0$ – координата, представляющая собой нормированное бегущее время, связанное с импульсом накачки; t_0 – характерная длительность импульса накачки; $v_{p,s} = (\partial k_{p,s}/\partial \omega)^{-1}$ – групповые скорости накачки и сигнала; $k_{p,s}$ – волновые числа импульсов накачки и сигнала; $\omega_{p,s}$ – центральные частоты в спектрах накачки и сигнала; $\xi = z/L_{\text{dis}}$ – нормированная координата пространства; $L_{\text{dis}} = t_0^2/|\beta_p|$ – дисперсионная длина, соответствующая длительности t_0 ; $\beta_{p,s} = \partial^2 k_{p,s}/\partial \omega^2$; $L_{\text{psm}} = 2n_p/(k_p n_2 I_0)$ – длина фазовой самомодуляции; n_p – невозмущенный показатель преломления на частоте накачки; n_2 – нелинейный коэффициент; $\alpha = L_{\text{psm}}/L_{\text{amp}}$ – коэф-

коэффициент усиления; $L_{\text{amp}} = [g(\omega_s)I_0]^{-1}$ – длина усиления; $g(\omega_s)$ – коэффициент усиления в центре рамановской линии; $\delta = L_{\text{dis}}/L_{\text{group}}$ – параметр группового запаздывания; $L_{\text{group}} = v_p v_s t_0 / (v_p - v_s)$ – длина группового запаздывания; $\sigma = |\beta_s / \beta_p|$.

Система уравнений (1) имеет интеграл

$$\int_{-T/2}^{T/2} (\omega_s q_p q_p^* + \omega_p q_s q_s^*) d\eta = \text{const}, \quad (2)$$

выражающий закон сохранения энергии, где период $T \rightarrow \infty$ для локализованных решений и конечен в случае периодических решений. Первые члены в правых частях уравнений системы (1) описывают дисперсионное расплывание импульсов накачки и сигнала, причем знак перед дисперсионным членом положителен в области нормальной дисперсии (при $\lambda < \lambda_{\text{cr}} \approx 1.3$ мкм в кварцевых световодах) и отрицателен в области аномальной дисперсии (при $\lambda > \lambda_{\text{cr}}$); вторые члены описывают фазовую само- и кросс-модуляцию. Последний член в правых частях ответственен за рамановское усиление слабого сигнала в поле мощной волны накачки. Расстройка групповых скоростей накачки и сигнала учтена в последнем члене в левой части второго уравнения системы (1).

Основные физические процессы, определяющие динамику ВКР солитонов, можно разделить на внутримодовые и межмодовые. В режиме аномальной дисперсии внутримодовые процессы – фазовая самомодуляция и дисперсионное расплывание – приводят к периодическим изменениям огибающей мультисолитонного импульса: его последовательному сжатию, уширению и расщеплению на фрагменты. Интенсивность энергообмена между накачкой и сигналом повышается с увеличением амплитуды импульса накачки.

При максимальном сжатии импульса накачки межмодовый энергообмен приводит к формированию и последующему лавинообразному усилению сигнального импульса. Кросс-модуляционное взаимодействие волн также способствует сжатию импульсов и ускоряет энергообмен. При истощении накачки доминирующую роль начинает играть внутримодовое самовоздействие импульса сигнала, приводящее к формированию солитона. При этом особенно интересно рамановское усиление в режиме аномальной дисперсии, когда совместное действие дисперсионных и нелинейных эффектов приводит к наиболее значительному сжатию импульсов накачки и сигнала.

Мы рассматриваем возбуждение рамановских солитонов импульсом накачки с интенсивностью $I_0 \sim 1.6 \cdot 10^8$ Вт/см² и длительностью $t_0 = 500$ фс в области минимума потерь в кварцевом световоде при $\lambda_p = 1.55$ мкм, $\lambda_s = 1.67$ мкм. В выбранном диапазоне длин волн $\beta_p \approx -2.6 \cdot 10^{-28}$ с²/см, $\beta_s \approx -3.8 \cdot 10^{-28}$ с²/см, $n_2 = 3.2 \cdot 10^{-16}$ см²/Вт, $g \approx 6.8 \cdot 10^{-12}$ см/Вт. Характерные длины $L_{\text{dis}} = L_{\text{psm}} = L_{\text{amp}} = 9.62$ м и $L_{\text{group}} = 0.19$ м, что приводит к значениям параметров $\alpha = 1$, $\sigma = 1.46$ и $\delta = 52$. В двухмодовом световоде расстройку групповых скоростей накачки и сигнала можно скомпенсировать за счет волноводной дисперсии (зависимости характерной длины группового запаздывания различных мод от волноводного числа $V = k_p a (2n_p \delta n)^{1/2}$, где a – радиус сердцевины световода, δn – разность показателей преломления сердцевины и оболочки). Так, при распространении сигнала в моде LP₀₁, а накачки в моде LP₁₁, компенсация достигается

при $V = 4$. Последнее обстоятельство позволяет рассматривать динамику генерации рамановских солитонов при разных значениях параметра группового запаздывания δ , и в том числе наиболее интересный с теоретической точки зрения случай группового синхронизма при $\delta = 0$.

В режиме аномальной дисперсии, в отсутствие рамановского усиления и при нулевой стоковой компоненте $q_s = 0$, $q_p = q$ система (1) переходит в кубичное уравнение Шредингера [1–3], описывающее профили солитонов в среде с керровской нелинейностью. Его периодические решения хорошо известны и описываются эллиптическими функциями Якоби:

$$q_{\text{dn}}(\eta, \xi) = \text{dn}(\eta, k) \exp \left[i \xi \left(1 - \frac{k^2}{2} \right) \right], \quad (3)$$

$$q_{\text{cn}}(\eta, \xi) = k \text{cn}(\eta, k) \exp \left[i \xi \left(k^2 - \frac{1}{2} \right) \right],$$

где k – параметр локализации. Первое из них (dn-волна) описывает волновое поле, имеющее постоянную составляющую, на которую накладываются осцилляции вдоль оси η . Период этих осцилляций равен $2K(k)$, где $K(k)$ – эллиптический интеграл первого рода. Второе решение (cn-волна) соответствует осциллирующему полю без постоянной составляющей с периодом $4K(k)$. Максимальная локализация для волн обоих типов достигается при $k = 1$. При этом оба решения (3) совпадают и описывают светлый солитон: $q_{\text{dn}} = q_{\text{cn}} = \text{sech} \eta \exp(0.5i\xi)$.

В настоящей работе мы рассматриваем ВКР N -солитонных волн накачки $Nk \text{cn}(\eta, k)$ и $N \text{dn}(\eta, k)$ (где N – целое число) в кноидальные волны на стоковой частоте. В реальном эксперименте стоковая волна может развиваться из спонтанных шумов, распределенных по длине световода [11]. При численном моделировании ВКР удобнее, однако, задавать «затравочный» сигнал в виде $q_s(\eta, \xi = 0) = \mu q_p(\eta, \xi = 0)$, где $\mu \ll 1$ – относительная амплитуда затравочного сигнала, а интенсивность сигнальной волны пропорциональна μ^2 . Подобная постановка задачи соответствует режиму рамановского усилителя. Режим усилителя особенно интересен благодаря тому, что, варьируя амплитуду «затравочного» сигнала, можно отыскивать оптимальные с точки зрения компрессии режимы. Подобная ситуация может быть легко реализована экспериментально с помощью разделения импульса накачки на два канала.

В одном из каналов (отрезков волоконного световода) из спонтанных шумов под действием части импульса накачки генерируется затравочный сигнал, который потом (при необходимости – с контролируемым ослаблением и фильтрацией) вводится синхронно с оставшейся половиной накачки во второй отрезок световода. В этом случае относительную амплитуду затравочного сигнала (величину μ) можно варьировать в широких пределах, изменяя долю энергии импульса накачки, передаваемую в каждый из каналов, степень ослабления сигнала, длину первого отрезка световода и интенсивность самой накачки.

3. Самосжатие и ВКР cn-волны

Рассмотрим самосжатие и ВКР N -солитонной cn-волны $Nk \text{cn}(\eta, k)$. Интенсивность межмодового энергообмена, ведущего к усилению сигнальной волны, существ-

венно зависит от степени сжатия импульса накачки. При определенным образом подобранных начальных условиях (при малых амплитудах затравочного сигнала) влияние энергообмена на динамику самосжатия импульса накачки несущественно вплоть до точки максимального сжатия. При этом для описания эволюции мульти-солитонной сп-волны при малых k можно использовать приближение конечного числа гармоник. Такое приближение оправдано тем, что в пределе низкой локализации ($k \rightarrow 0$) сп-волна переходит в волну $k \cos \eta$, и с ростом k спектр волны достаточно медленно обогащается высшими гармониками. Последнее видно из разложения сп-волны в фурье-спектр:

$$Nk\text{sp}(\eta, k) = \frac{2\pi N}{K(k)} \times \sum_{m=0}^{\infty} g^{m+0.5} (1 + g^{2m+1})^{-1} \cos \frac{(2m+1)\pi}{2k(k)}, \quad (4)$$

где $g(k) = \exp[-\pi K'(k)/K(k)]$; $K'(k)$ – дополнительный эллиптический интеграл первого рода. Параметр g быстро уменьшается при $k \rightarrow 0$, при этом, например для $k = 0.5$, амплитуды третьей, второй и первой гармоник в разложении (4) относятся как 1:56:3041. Для адекватного описания самосжатия импульса накачки необходимо рассматривать эволюцию как минимум четырех первых гармоник с частотами $\pm(1/2)\pi K^{-1}(k)$ и $\pm(3/2)\pi K^{-1}(k)$. В спектральном представлении самосжатие импульса соответствует синхронизации двух низших гармоник с частотой $\omega_1 = \pm(1/2)\pi K^{-1}(k)$ с двумя высшими гармониками с $3\omega_1 = \pm(3/2)\pi K^{-1}(k)$ при наличии энергообмена между ними. В рамках этого приближения мы запишем поле волны в виде

$$q(\eta, \xi) = a_{3\text{low}}(\xi) \exp(-3i\omega_1 \eta) + a_{1\text{low}}(\xi) \exp(-i\omega_1 \eta) + a_{1\text{high}}(\xi) \exp(i\omega_1 \eta) + a_{3\text{high}}(\xi) \exp(3i\omega_1 \eta). \quad (5)$$

Периодическая волна, описываемая выражением (5), содержит более 95 % энергии соответствующей кноидальной сп-волны при $k = 0 - 0.9$. На входе в нелинейную среду амплитуды всех гармоник являются действительными.

При подстановке (5) в нелинейное уравнение Шредингера и приравнивании членов с одинаковыми частотами можно получить систему четырех связанных уравнений для амплитуд гармоник. Однако с использованием закона сохранения энергии $|a_{1\text{low}}|^2 + |a_{3\text{low}}|^2 + |a_{1\text{high}}|^2 + |a_{3\text{high}}|^2 = b = \text{const}$, а также соотношений Мэнли – Роу $|a_{1\text{low}}|^2 - |a_{1\text{high}}|^2 = 0$ и $|a_{3\text{low}}|^2 - |a_{3\text{high}}|^2 = 0$ систему четырех уравнений для амплитуд можно свести к гамильтоновой системе уравнений для переменных w, ψ :

$$\begin{aligned} \frac{dw}{d\xi} &= \frac{\partial H(w, \psi)}{\partial \psi} = -bw^{3/2}(1-w)^{1/2} \sin \psi \\ &\quad - 2bw(1-w) \sin 2\psi, \\ \frac{d\psi}{d\xi} &= -\frac{\partial H(w, \psi)}{\partial w} = -4\omega^2 + \frac{1}{2}b(2w-1)(1+2\cos 2\psi) \\ &\quad + \frac{1}{2}bw^{1/2} \left[\frac{w}{(1-w)^{1/2}} - 3(1-w)^{1/2} \right] \cos \psi, \end{aligned} \quad (6)$$

где b – полная сохраняющаяся энергия; $w = 2b^{-1}|a_{1\text{low}}|^2$ – нормированная мощность первой гармоники; $\psi = \psi_{3\text{low}} - \psi_{1\text{low}}$ – эффективная фаза;

$$H(w, \psi) = 4\omega^2 w + \frac{1}{2}bw(1-w)(1+2\cos 2\psi) + bw^{3/2}(1-w)^{1/2} \cos \psi \quad (7)$$

– гамильтониан, который также сохраняется в процессе распространения. Напомним, что подобная редукция возможна только в отсутствие ВКР. В новых переменных w, ψ интенсивность светового поля в точке $\eta = 0$ определяется выражением $I(\eta = 0, \xi) = 2b[1 + 2w^{1/2}(1-w)^{1/2} \cos \psi]$. Уравнения (6), (7) позволяют весьма точно оценить степень сжатия импульса $Nk\text{sp}(\eta, k)$, не используя прямое интегрирование уравнения Шредингера. Далее мы будем определять степень сжатия импульса как отношение интенсивности светового поля $I_{\text{opt}}(\eta = 0, \xi = L_{\text{opt}})$ в точке максимального сжатия $\xi = L_{\text{opt}}$ к входной интенсивности $I_0(\eta = 0, \xi = 0)$.

Сравнение результатов, получающихся в рамках приближения конечного числа гармоник, с результатами прямого численного интегрирования нелинейного уравнения Шредингера для начальных условий $q_{\text{cn}}(\eta, \xi = 0) = Nk\text{sp}(\eta, k)$ в отсутствие ВКР показывает их отличное согласие в пределах определенного интервала значений k , зависящего от порядка N волны. Так, для $N = 2$ погрешность определения степени сжатия в приближении конечного числа гармоник не превышает 5 % для любых $k \in [0, 0.85]$. Однако область применимости этого приближения быстро сужается с ростом N : для $N = 4$ она составляет $[0, 0.5]$ при том же 5%-ном критерии. Зависимость степени сжатия импульса от параметра k , вычисленная на основе прямого интегрирования системы (1), в отсутствие ВКР приведена на рис.1,а для нескольких N . Согласно приближению конечного числа гармоник, степень сжатия мала при низкой локализации и заметно возрастает с ростом k , достигая максимального значения, равного $\sim 16(N-1)^2/N^2$, при $k = 1$.

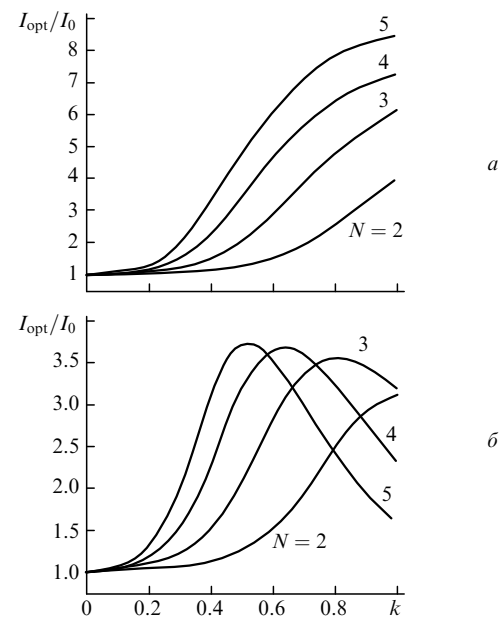


Рис.1. Зависимости степени сжатия I_{opt}/I_0 импульса сп-волны от параметра локализации k в отсутствие ВКР (а) и при его наличии (б) для разных N и $\mu = 0.001, \alpha = 1, \delta = 0, \sigma = 1.46$.

Перекачка энергии в сигнальную волну понижает степень сжатия импульса накачки. Динамика распространения волн при этом в значительной степени определяется исходной амплитудой сигнальной волны. Если она достаточно мала, то волна накачки до момента развития интенсивного энергообмена волн проходит через несколько этапов последовательного сжатия, уширения, разбиения на фрагменты и восстановления исходного профиля. Нас интересует случай, когда лавинообразное усиление стоксовой волны происходит вблизи точки первого сжатия волны накачки. Приближение конечного числа гармоник при этом неприменимо, поскольку оно не позволяет одновременно учесть самосжатие и энергообмен. Для исследования влияния ВКР на динамику распространения мультисолитонных сп-волн с $N > 1$ использовалось прямое численное интегрирование системы (1).

На рис.1,б изображены зависимости степени сжатия импульса накачки от параметра локализации k для нескольких значений N в режиме группового синхронизма $\delta = 0$. Видно, что если еще при $N = 2$ степень сжатия импульса накачки практически такая же, как и в отсутствие рассеяния, то уже при $N = 4$ интенсивный энергообмен между волнами приводит к значительному снижению степени сжатия импульса накачки, причем максимальное сжатие достигается уже не в пределе локализации, а при промежуточных значениях k . Типичные динамики сигнальной волны и волны накачки приведены на рис.2 для $N = 3$ и $k = 0.8$. Энергообмен между волнами ведет к

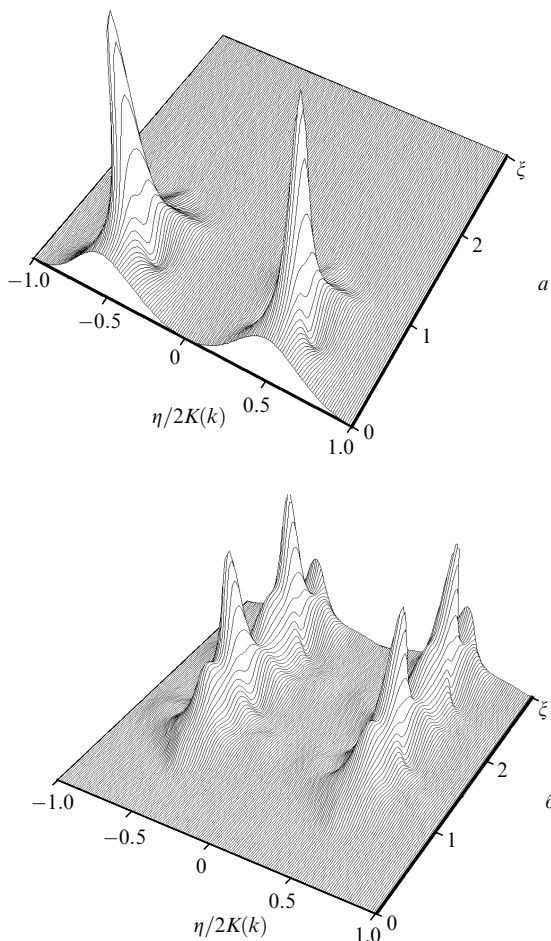


Рис.2. Динамика сп-волны накачки (а) и сигнальной волны (б) при $N = 3$, $k = 0.8$, $\mu = 0.001$, $\alpha = 1$, $\delta = 0$, $\sigma = 1.46$.

формированию приблизительно трехсолитонной сигнальной волны. Степень сжатия сигнального импульса, определенная как отношение интенсивности сигнальной волны в точке максимального сжатия к входной интенсивности волны накачки, всегда несколько ниже, чем степень сжатия импульса накачки в отсутствие ВКР (рис.1,а).

Динамика взаимодействия волн в пределе пространственной локализации также весьма интересна. Если наиболее интенсивный энергообмен между волнами происходит на расстоянии $\xi \approx 3\pi/16$, когда импульс накачки расщеплен на два фрагмента, а скорость свипирования частоты $\partial\omega_s/\partial\eta$ максимальна, то на стоксовой частоте формируется пара разбегающихся импульсов. Если же энергообмен происходит на расстоянии $\xi \approx \pi/4$, когда импульс накачки по-прежнему расщеплен на два фрагмента, а скорость свипирования частоты минимальна, то вместо пары разбегающихся импульсов формируется связанное состояние солитонов.

На рис.3 приведена зависимость расстояния ξ_{amp} , на котором достигается 50 %-ная перекачка энергии из сп-волны накачки в сигнальную волну, от параметра локализации k для нескольких значений N . Видно, что расстояние ξ_{amp} неограниченно возрастает при $k \rightarrow 0$ из-за того, что интенсивность волны накачки, а следовательно и интенсивность энергообмена, пропорциональна k^2 . Налицо также заметное увеличение интенсивности энергообмена с ростом N . Отметим, что уже для $N = 5$ расстояние ξ_{amp} практически перестает зависеть от k при $k > 0.6$. Кроме того, в пределе пространственной локализации ξ_{amp} слабо зависит от N при $N \geq 5$.

Важную роль в процессе генерации стоксова сигнала играет расстройка групповых скоростей. Известно [9], что в пределе пространственной локализации эффективность энергообмена между импульсами резко снижается с увеличением расстройки (увеличением параметра δ в уравнении (1)). Это обусловлено тем, что усиливаемый импульс (отстающий от импульса накачки в режиме аномальной дисперсии) уходит из области эффективного усиления, в которой интенсивность импульса накачки максимальна. Принципиально другая картина имеет место при ВКР периодической кноидальной волны. Благодаря периодичности сигнальная волна, «дрейфуя» относительно волны накачки, может при определенных значениях δ и периода попасть в условия оптимального усиления, что, в частности, проявляется в немонотонной за-

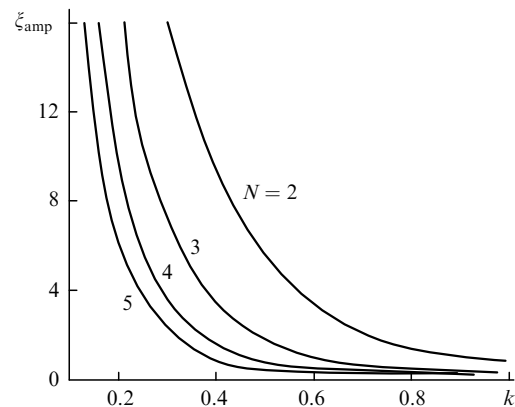


Рис.3. Зависимости расстояния ξ_{amp} от параметра локализации k в случае ВКР сп-волны для разных N при $\mu = 0.001$, $\alpha = 1$, $\delta = 0$, $\sigma = 1.46$.

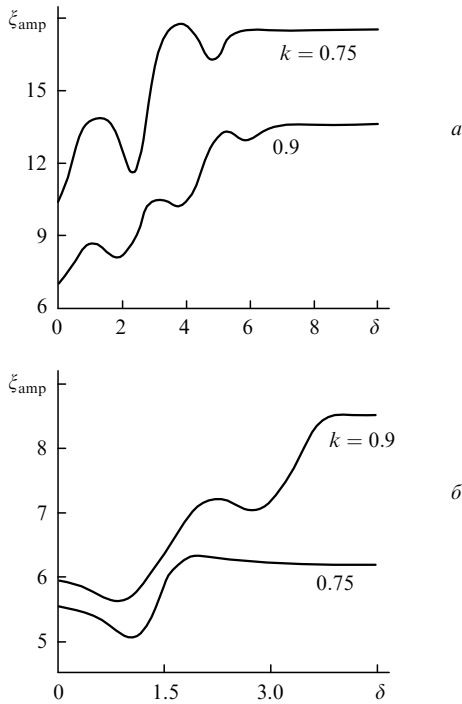


Рис.4. Зависимости расстояния ξ_{amp} от параметра группового запаздывания δ при $\mu = 0.001$, $\alpha = 1$, $\sigma = 1.46$, $N = 3$ для сп- (а) и дп-волны (б).

висимости расстояния ξ_{amp} от параметра группового запаздывания δ (рис.4,а). При достаточно больших δ расстояние ξ_{amp} перестает зависеть от δ . Другим важным проявлением расстройки групповых скоростей в динамике ВКР является возникновение постоянной составляющей в спектре стоксовой волны, т.е. возможность генерации волны дп-типа.

4. Самосжатие и ВКР дп-волны

Динамика ВКР дп-волны заметно сложнее динамики ВКР сп-волны из-за присутствия в спектре дп-волны постоянной составляющей, что видно из фурье-спектра дп-волны:

$$Ndn(\eta, k) = \frac{N\pi}{2K(k)} + \frac{2N\pi}{K(k)} \sum_{m=1}^{\infty} g^m (1 + g^{2m})^{-1} \cos \frac{\pi m}{K(k)} \eta. \quad (8)$$

При этом в пределе низкой локализации дп-волна может рассматриваться как плоская волна с наложенным малым гармоническим возмущением. Исследование самосжатия импульса дп-волны в отсутствие ВКР в приближении конечного числа гармоник и при использовании гамильтонова формализма дает наиболее достоверные результаты для $N = 2$, поскольку в этом случае лишь гармоники с $m = 1$ в разложении (8) (с частотами $2\omega_1 = \pm \pi K^{-1}(k)$) попадают в полосу частот модуляционной неустойчивости нулевой гармоники (плоской волны) и определяют нелинейную динамику системы. Поле волны при этом записывается в следующем виде:

$$q(\eta, \xi) = a_{low}(\xi) \exp(-i2\omega_1 \eta) + a_0(\xi) + a_{high}(\xi) \exp(i2\omega_1 \eta). \quad (9)$$

Волна, описываемая выражением (9), содержит более

95 % энергии соответствующей дп-волны при $k = 0 - 0.95$.

Подставляя (9) в нелинейное уравнение Шредингера и приравнивая члены с одинаковыми частотами, получаем систему трех связанных уравнений для амплитуд гармоник. Используя закон сохранения энергии $|a_{low}|^2 + |a_0|^2 + |a_{high}|^2 = b = \text{const}$ и разности квадратов модулей амплитуд гармоник $|a_{low}|^2 - |a_{high}|^2 = 0$ можно свести получившуюся систему уравнений к системе гамильтоновых уравнений для переменных w, ψ :

$$\frac{dw}{d\xi} = \frac{\partial H(w, \psi)}{\partial \psi} = -2bw(1-w) \sin \psi, \quad (10)$$

$$\frac{d\psi}{d\xi} = -\frac{\partial H(w, \psi)}{\partial w} = -4\omega_1^2 + b(3w-1) + 2b(2w-1) \cos \psi,$$

где b – полная сохраняющаяся энергия; $w = b^{-1}|a_0|^2$ – нормированная мощность нулевой гармоники; $\psi = \psi_{low} + \psi_{high} - 2\psi_0$ – эффективная фаза. Гамильтониан системы (10) имеет вид

$$H(w, \psi) = 4\omega_1^2 w + bw(1-1.5w) + 2bw(1-w) \cos \psi. \quad (11)$$

В новых переменных интенсивность светового поля в точке $\eta = 0$ описывается выражением $I(\eta = 0, \xi) = b(2-w) + 2^{3/2}bw^{1/2}(1-w)^{1/2} \cos \psi$.

Сравнение результатов, получающихся в рамках приближения конечного числа гармоник, с результатами прямого численного интегрирования нелинейного уравнения Шредингера для начальных условий $q_{dn}(\eta, \xi = 0) = 2dn(\eta, k)$ в отсутствие ВКР показывает, что приближение конечного числа гармоник достаточно точно предсказывает положение точки максимального сжатия (с погрешностью до 5%), однако менее продуктивно в определении степени сжатия (погрешность $\sim 30\%$).

Зависимость степени сжатия импульса дп-волны от параметра локализации k , вычисленная на основе прямого интегрирования системы (1), в отсутствие ВКР

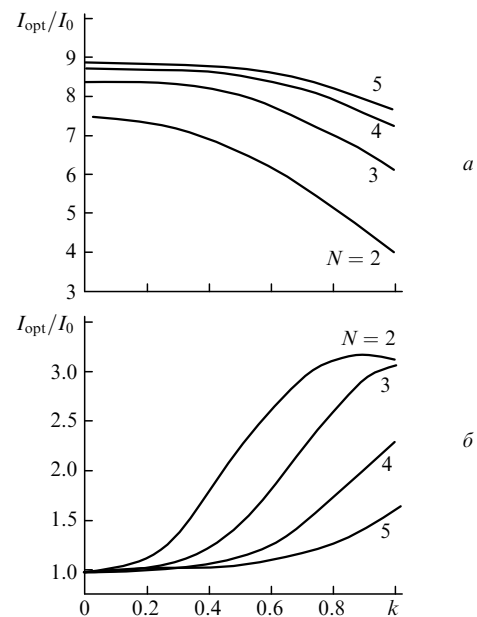


Рис.5. Зависимости степени сжатия I_{opt}/I_0 импульса дп-волны от параметра локализации k в отсутствие ВКР (а) и при его наличии (б) для разных N и $\mu = 0.001$, $\alpha = 1$, $\delta = 0$, $\sigma = 1.46$.

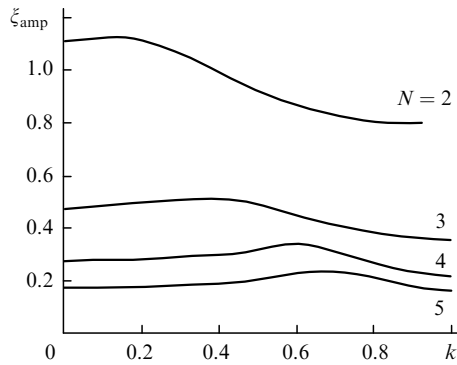


Рис.6. Зависимости расстояния ξ_{amp} от параметра локализации k в случае ВКР dn -волны для разных N при $\mu = 0.001$, $\alpha = 1$, $\delta = 0$, $\sigma = 1.46$.

представлена на рис.5,а для нескольких значений N . Заметим, что степень сжатия импульса dn -волны в отсутствие рассеяния максимальна при $k \rightarrow 0$. В этом случае амплитуда первой и высших гармоник мала, что замедляет развитие модуляционной неустойчивости, приводящей к самосжатию, поэтому расстояние $L_{\text{opt}} \rightarrow \infty$ при $k \rightarrow 0$. Чем больше порядок волны N , тем шире область значений k , в которой степень сжатия практически постоянна.

Учет ВКР кардинально меняет картину самосжатия импульса накачки. На рис.5,б представлена зависимость степени сжатия импульса накачки от параметра локализации k для нескольких значений N . Поскольку при $k \rightarrow 0$ амплитуды первой и высших гармоник малы (т. е. развитие модуляционной неустойчивости подавлено), а амплитуда нулевой гармоники велика (что ведет к интенсивному энергообмену с сигнальной волной уже на начальном этапе распространения), то в пределе слабой локализации не удастся добиться значительного сжатия из-за быстрого истощения накачки. В отличие от рис.5,а здесь степень сжатия возрастает при увеличении k и уменьшается с ростом порядка волны N .

На рис.6 приведена зависимость расстояния ξ_{amp} , на котором достигается 50%-ная перекачка энергии из dn -волны накачки в сигнальную волну, от параметра локализации k для нескольких значений N . Из рис.6 видно, что в отличие от случая sp -волны для dn -волны расстояние ξ_{amp} слабо изменяется с ростом параметра локализации k и быстро уменьшается с ростом N . Численное интегрирование показывает, что уже при $N \sim 8$ расстояние ξ_{amp} практически не зависит от k при $k < 0.9$.

Особенности формирования сигнальной волны при ВКР dn -волны заключаются в том, что на начальном этапе распространения наиболее интенсивный энергообмен, происходящий в областях максимальной интенсивности волны накачки, приводит к формированию узких пиков в сигнальной волне. На последующем этапе, однако, начинается энергообмен сигнальной волны с волной накачки в тех областях, где интенсивность накачки минимальна (но, тем не менее, отлична от нуля благодаря постоянной

составляющей), что приводит к формированию между узкими пиками сигнальной волны сложной дополнительной структуры поля. В дальнейшем динамика сигнальной волны еще более усложняется в результате конкуренции дисперсионных эффектов и самофокусировки.

Кроме того, если при рассеянии фундаментальной dn -волны с $N = 1$ в спектре сигнальной волны появляется нулевая гармоника, то при рассеянии волн с $N > 1$ нулевая гармоника в спектре сигнальной волны отсутствует. Отметим также, что максимальная степень сжатия импульсов сигнальной волны и волны накачки всегда меньше степени сжатия импульса dn -волны в отсутствие ВКР. Учет расстройки групповых скоростей приводит, как и в случае sp -волны, к немонотонной зависимости расстояния ξ_{amp} от параметра группового запаздывания (рис.4,б) и возникновению нулевой гармоники в спектре сигнальной волны.

5. Заключение

Таким образом, ВКР мультисолитонных кноидальных волн накачки приводит к формированию высокоинтенсивных кноидальных волн на стоксовой частоте, представляющих собой последовательность узких пиков без широких пьедесталов. В отсутствие ВКР степень сжатия импульса sp -волны накачки монотонно увеличивается с увеличением параметра локализации k . Максимальное сжатие импульса dn -волны в отсутствие ВКР достигается при $k \rightarrow 0$; с ростом k степень сжатия импульса dn -волны монотонно уменьшается. ВКР приводит также к понижению степени сжатия импульса накачки. В этом случае максимальное сжатие импульса как sp -, так и dn -волны достигается при промежуточных значениях параметра локализации k . Расстройка групповых скоростей приводит к немонотонной зависимости расстояния возбуждения стоксовой волны от параметра группового запаздывания и параметра локализации энергии волнового поля, а также к возникновению нулевой гармоники в спектре сигнальной волны.

1. Выслоух В.А., Петникова В.М., Шувалов В.В. *Квантовая электроника*, **25**, 1062 (1998).
2. Выслоух В.А., Петникова В.М., Руденко К.В., Шувалов В.В. *Квантовая электроника*, **28**, 55 (1999).
3. Petnikova V., Shuvalov V., Vysloukh V. *Phys.Rev.E*, **60**, 1 (1999).
4. Aleshkevich V., Vysloukh V., Kartashov Y. *Optics Comms*, **173**, 277 (2000).
5. Ankiewicz A., Krolkowski W., Akhmediev N. *Phys.Rev.E*, **59**, 6079 (1999).
6. Mollenauer L., Stolen R., Gordon J., Tomlinson W. *Phys.Rev.Letts*, **45**, 1095 (1980).
7. Mollenauer L., Stolen R., Gordon J., Tomlinson W. *Optics Letts*, **8**, 289 (1983).
8. Gordon J. *Optics Letts*, **8**, 596 (1983).
9. Выслоух В.А., Серкин В.Н. *Письма в ЖЭТФ*, **38**, 170 (1983).
10. Выслоух В.А., Серкин В.Н. *Изв. АН СССР. Сер. физич.*, **48**, 1777 (1984).
11. Smith R. *Appl.Optics*, **11**, 2489 (1972).