

Уменьшение дробовых шумов в интерференционном детекторе гравитационных волн

Ю.В.Троицкий

Изучены характеристики интерферометра Майкельсона с отражающими интерферометрами Фабри–Перо (ИФП) в плечах, предназначенного для измерения сверхмалых перемещений. Показано, что современные успехи в технологии зеркальных покрытий вместе с оптимизацией параметров зеркал, входящих в ИФП, позволяют радикально улучшить отношение сигнала к дробовому шуму. Оптимальное пропускание переднего зеркала ИФП примерно равно коэффициенту поглощения зеркал.

Ключевые слова: чувствительность, детектор гравитационных волн, дробовой шум, интерферометр Майкельсона, интерферометр Фабри–Перо.

1. Постановка задачи

Одна из интересных задач, стоящих перед оптикой, – создание интерференционных устройств, которые позволили бы измерить сверхмалые перемещения, причиной которых являются гравитационные волны от внеземных источников. В действующих детекторах гравитационных волн (ДГВ) пока не достигнуто необходимое отношение сигнал/шум, и продолжается интенсивное их исследование и оптимизация (см., напр., [1–3]). Для успеха оптимизации важно обратить особое внимание на те параметры системы, которые оказывают решающее влияние на повышение чувствительности, в частности – на потери в зеркалах.

Современная технология оптических покрытий позволяет изготавливать диэлектрические зеркала с потерями порядка 10^{-6} . Эффективное использование свойств этих зеркал дало бы возможность резко увеличить чувствительность, что, в принципе, позволило бы решить всю проблему. Однако для этого нужен правильный выбор параметров интерферометров. Настоящая статья посвящена вопросам, важным для использования преимуществ зеркал со сверхнизкими потерями.

Мы рассмотрим самый простой способ получения полезного сигнала в интерферометре, когда рабочая точка расположена на склоне резонансной кривой интерферометра Фабри–Перо (ИФП) и перемещение зеркал регистрируется путем непосредственного измерения оптического сигнала на выходе. Здесь учитывается лишь статическая чувствительность и не учитываются частотные характеристики. Согласно опубликованным экспериментальным данным, дробовые шумы являются сейчас главной помехой в значительной части предполагаемого частотного диапазона гравитационных волн, и устранение этого источника шумов может существенно повлиять на борьбу с оставшимися помехами и на управ-

ление частотными характеристиками. Среди вопросов, которые будут рассмотрены ниже, следует особо отметить вопрос о том, имеет ли какие-нибудь преимущества почти общепринятая сейчас оптическая схема – интерферометр Майкельсона (ИМ) с Фабри–Перо-плечами (ИМФП, см. рис. 1) перед схемой из работы [4], в которой используются два оптически независимых ИФП, имеющих один и тот же источник света и развернутых на 90° (последнее диктуется квадрупольным характером гравитационной волны).

2. Схема интерференционного ДГВ

На рис. 1 показана стандартная схема ИМФП. Свет от лазера падает на светоделительную пластину 3 и распределяется между плечами а и б. В каждое плечо входит отражающий ИФП, который состоит из зеркал 1 и 2, находящихся на расстоянии z ; ИФП в двух плечах считаем

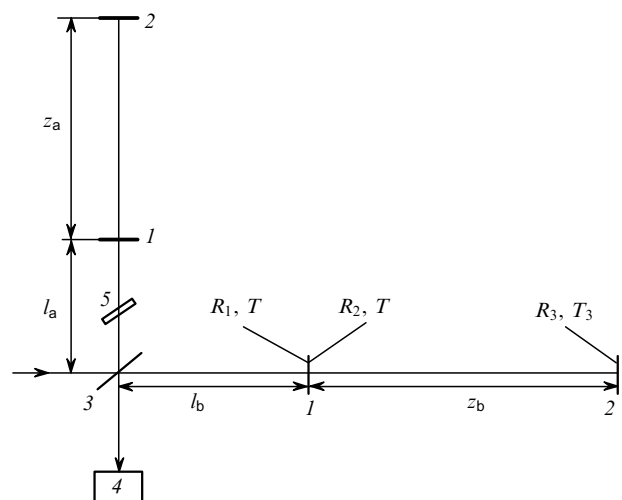


Рис. 1. Схема ИМФП:

1 и 2 – зеркала ИФП; z_a и z_b – расстояния между зеркалами ИФП в плечах а и б; l_a и l_b – расстояния от зеркал 1 до светоделительной пластины 3; 4 – фотодетектор; 5 – пластинка для компенсации дисперсии [5].

одинаковыми. Пусть под действием гравитационной волны плечо *a* укорачивается на Δz , а плечо *b* удлиняется (или наоборот). Тогда выходной сигнал, пропорциональный Δz , может быть зарегистрирован фотодетектором (ФД) 4. При интерференционном сложении двух лучей в плоскости ФД появляется возможность выбрать настройку ИМ в окрестности «темной» интерференционной полосы таким образом, чтобы снизить постоянную составляющую фототока ФД и увеличить отношение сигнала к дробовому шуму (ОСДШ). Схему ИМ можно дополнить пластинкой для компенсации дисперсии [5].

Обозначим комплексные коэффициенты отражения зеркал 1 (которые считаем одинаковыми в обоих плечах) $R_1^{1/2} \exp(i\Psi_1)$ со стороны светоделителя и $R_2^{1/2} \times \exp(i\Psi_2)$ изнутри ИФП, а их коэффициенты пропускания – $T^{1/2} \exp(i\Phi_1)$. Аналогично для зеркал 2 имеем $R_3^{1/2} \times \exp(i\Psi_3)$ и $T_3^{1/2} \exp(i\Phi_3)$, а для светоделителя 3 – $(R_a^{bs})^{1/2} \times \exp(i\Psi_a)$ или $(R_b^{bs})^{1/2} \exp(i\Psi_b)$ при падении света соответственно со стороны плеча *a* или *b* и $(T^{bs})^{1/2} \exp(i\Phi^{bs})$.

Пусть P_0 – мощность лазера, P_{pd} – мощность света, падающего на ФД. Тогда можно рассчитать коэффициент передачи световой энергии от лазера к ФД:

$$R_{MI} = \frac{P_{pd}}{P_0}. \quad (1)$$

Обозначим комплексные коэффициенты отражения от ИФП в плечах *a* и *b* соответственно $\tilde{\rho}_a$ и $\tilde{\rho}_b$. Пусть l_a и l_b – оптические длины участков, отделяющих ИФП от светоделителя 3 (см. рис.1). Полагая $R_a^{bs} = R_b^{bs} = R^{bs}$, можем записать

$$R_{MI} = T^{bs} R^{bs} |\tilde{\rho}_a + H^{1/2} \exp(i\Phi_{ab}) \tilde{\rho}_b|^2. \quad (2)$$

Параметр $\Phi_{ab} = 2\omega(l_a - l_b)/c + \Psi_b^{bs} - \Psi_a^{bs}$ характеризует настройку ИМ. Так как практически трудно сделать два ИФП совершенно идентичными, то в (2) введен некоторый коэффициент асимметрии H – отношение интенсивностей пучков, проходящих со стороны плеч *b* и *a*.

3. Дробовые шумы одиночного отражающего ИФП

Для нахождения ОСДШ α двухзеркального отражающего ИФП может быть использована формула [6]

$$\alpha = \frac{q}{A} \left(\frac{\eta P_0}{2\hbar\omega\Delta f} \right)^{1/2} |\Delta\varphi|, \quad (3)$$

где

$$q = \frac{KAS}{(K\tilde{R} + 1 - K)^{1/2}}; \quad (4)$$

Δf – полоса частот; η – квантовая эффективность ФД; $\Delta\varphi$ – малое изменение набега фазы $\varphi = \omega z/c - \Psi_2/2 - \Psi_3/2$ между зеркалами ИФП, которое необходимо измерить; \tilde{R} – коэффициент отражения от ИФП в рабочей точке; $S = |d\tilde{R}/d\varphi|$ – крутизна характеристики ИФП по фазе в этой же точке; K – коэффициент связи между модами интерферометра и лазера; $A = (A_2 + 1 - R_3)/2$; $A_2 = 1 - T - R_2$.

Из формулы (3) видно, что ОСДШ обратно пропор-

ционально A , и поэтому очень важно иметь малые потери в зеркалах. Однако чувствительность прибора зависит также и от параметра q , учитывающего пропускание зеркал. В оптимальном случае q имеет порядок единицы, но при ошибочном выборе коэффициентов пропускания зеркал q может уменьшиться на несколько порядков, соответственно приводя к падению ОСДШ.

Для нахождения \tilde{R} и S , входящих в (4), может быть использована [6–8] формула

$$\tilde{R} = \tilde{\rho}^2 = 1 - \frac{8x}{(2+x)^2 + (16/A^2)(\varphi - \varphi_1)^2}, \quad (5)$$

где $x = T/A$. Эта формула справедлива при небольших расстройках $\varphi - \varphi_1$ вблизи резонанса, который имеет место при $\varphi = \varphi_1$. Считается, что $A + T \ll 1$. Кроме того, из-за малости поглощения можно положить $\Psi_1 + \Psi_2 - 2\Phi_1 = \pi$ [7, 8].

Для каждой пары значений K и x сначала при помощи формул (3)–(5) находилась расстройка $\varphi - \varphi_1$, при которой q максимально, а затем вычислялись q , \tilde{R} и S для найденной расстройки. На рис.2 показаны результаты этих расчетов при $K = 0.999$ в диапазоне $x = 10^{-1} - 10^4$.

Из рис.2 видно, что функция $q(x)$ имеет максимум $q_{max} = 1.91$ при $x = 1.9$. Кривая $\tilde{R}(x)$ показывает, что причиной увеличения q является резкое падение \tilde{R} . Этот режим соответствует «согласованию» ИФП с источником света, в результате чего \tilde{R} снижается до 0.015. ИФП почти перестает отражать свет, и поэтому дробовой шум становится очень маленьким. В этом режиме крутизна S тоже имеет минимум ($AS = 0.24$), но коэффициент q , пропорциональный $AS/\tilde{R}^{1/2}$, все-таки оказывается довольно большим.

Если нужно увеличить амплитуду выходного сигнала, т.е. крутизну, то имеет смысл несколько отойти от режима «согласования». Так, при $x = 1$ получаем слегка уменьшенное $q = 1.45$, но зато AS возрастает до 0.7. Таким образом, можно рекомендовать выбирать T в пределах от A до $3A$. Если же, в отличие от этого, взять зеркала с большим пропусканием, то чувствительность

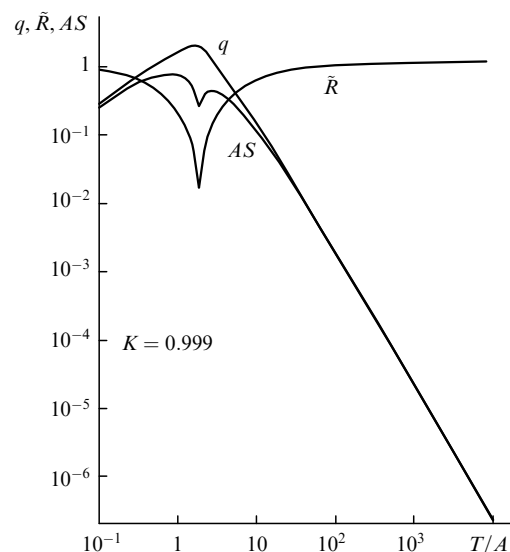


Рис.2. Зависимости коэффициента q , пропорционального ОСДШ в одиночном ИФП, коэффициента отражения от ИФП \tilde{R} и крутизны характеристики ИФП в рабочей точке S от пропускания T переднего зеркала ИФП.

заметно уменьшится. В качестве примера возьмем $A = 2 \cdot 10^{-6}$ и $T = 2 \cdot 10^{-4}$ (т.е. $T/A = 100$). Получаем $q = 2 \cdot 10^{-3}$ согласно рис.2, и по формуле (3) ОСДШ уменьшается в 1000 раз по сравнению с максимально возможным при данном поглощении в зеркалах; AS тоже уменьшается до $2 \cdot 10^{-3}$.

4. Оптимизация ИМФП

Для расчета отношения сигнала к дробовому шуму ИМФП может быть использована формула (3), в которой q следует заменить (при $K = 1$) на

$$q_{MI} = \frac{AS_{MI}}{R_{MI}^{1/2}}, \quad (6)$$

где R_{MI} – коэффициент передачи мощности от лазера к выходному ФД, определяемый при помощи формулы (2). Мы будем считать ИФП в плечах совершенно идентичными, за исключением того, что длина одного из них (например, плеча b) в момент прихода измеряемого сигнала получает малое приращение Δz . Величина S_{MI} представляет собой крутизну характеристики всей системы ИМФП при изменении фазы в одном из плеч: $S_{MI} = |dR_{MI}/d\varphi_b|$, где $\varphi_b = \omega z_b/c - \Psi_2/2 - \Psi_3/2$. Величина $A = (A_2 + 1 - R_3)/2$ относится к каждому из двух ИФП.

В формулу (2) необходимо подставить выражения для комплексных коэффициентов отражения от ИФП. Для этого на основе общих формул [7, 8], делая такие же приближения, как при выводе формулы (5), получаем эти выражения в виде

$$\tilde{r}_{a,b} = \frac{2A - T + i4(\varphi_{a,b} - \varphi_1)}{2A + T + i4(\varphi_{a,b} - \varphi_1)}. \quad (7)$$

Используя формулы (2) и (7) для расчета параметров R_{MI} и S_{MI} , можно получить зависимость q_{MI} от параметра $x = T/A$ и от параметра настройки ИМ Φ_{ab} , причем опять в каждом случае мы должны подставить в (7) те расстройки $\varphi - \varphi_1$ ИФП, при которых q_{MI} максимальны. В расчетах мы полагали $T^{bs}R^{bs} = 0.25$ и $H = 0.9$.

На рис.3,*a* показана зависимость параметров ИМФП от параметра настройки ИМ Φ_{ab} при $x = T/A = 1$. Если ИМ настроен на центр «светлой» полосы ($\Phi_{ab} = 0$), то $q_{MI} = 0.69$. При увеличении Φ_{ab} коэффициент q_{MI} постепенно возрастает до 0.84 (при $\Phi_{ab} = 2.8$). Таким образом, мы имеем большое q_{MI} и высокую чувствительность к перемещениям. На рис.3,*a* (а также на рис.3,*b*) видна резкая особенность при $\Phi_{ab} \approx \pi$ (в районе «темной» полосы ИМ), когда R_{MI} и S_{MI} минимальны, а q_{MI} слегка уменьшается. Эти параметры в точке особенности зависят от произвольно заданного нами коэффициента асимметрии H и поэтому носят случайный характер.

На рис.3,*b* построение аналогичных кривых выполнено для случая, когда передние зеркала ИФП имеют большое пропускание, далекое от оптимума: $T/A = 10^4$. В отличие от рис.3,*a*, здесь наблюдается очень резкая зависимость q_{MI} от настройки ИМ. При настройке на «светлую» полосу ($\Phi_{ab} = 0$) q_{MI} снижается до $2.4 \cdot 10^{-7}$. Вблизи «темной» полосы (при $\Phi_{ab} \approx 2.8$) q_{MI} резко возрастает до $7.6 \cdot 10^{-4}$. Но это значение все-таки на 3 порядка ниже, чем на рис.3,*a*. Таким образом, наличие ИМ при его правильной настройке позволяет существенно увели-

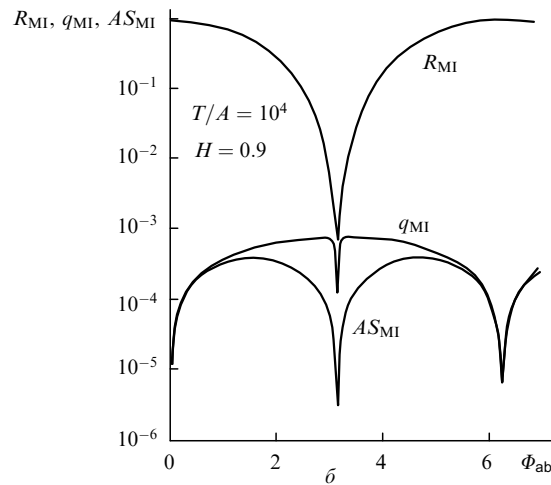
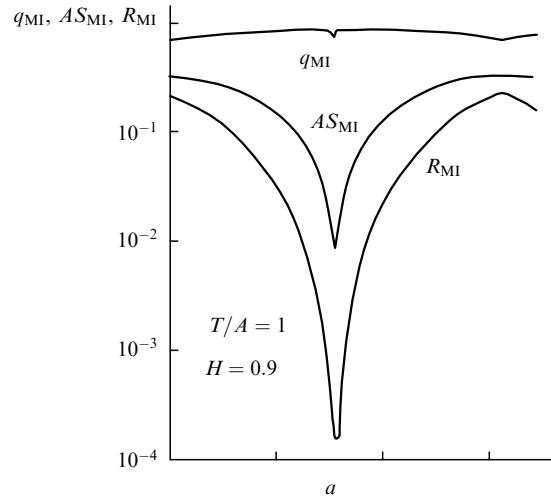


Рис.3. Зависимости коэффициента q_{MI} , пропорционального ОСДШ в комбинированном ИМФП, коэффициента R_{MI} и крутизны S_{MI} от рассогласования Φ_{ab} длин плеч l_a и l_b ИМ при пропускании переднего зеркала в каждом плече ИФП, близком к оптимуму ($T/A = 1$) (а), и при очень большом пропускании переднего зеркала ИФП, далекое от оптимума ($T/A = 10^4$) (б).

чить ОСДШ, но не в состоянии скомпенсировать огромное падение этой величины, вызванное неправильным выбором пропускания зеркал ИФП.

В условиях эксперимента параметром Φ_{ab} легко управлять, добиваясь максимума q_{MI} . В связи с этим имеет смысл изменить компьютерную программу таким образом, чтобы при каждом значении $x = T/A$ находить рабочую точку, оптимальную не только по φ , но и по Φ_{ab} , из условия максимума q_{MI} .

На рис.4 показаны результаты этих расчетов в оптимальных режимах. Максимальное q_{MI} при $x \approx 2$ равно 0.95, но этот режим отличается довольно малой крутизной $S_{MI} = 0.012/A$, которая к тому же может зависеть от H , рассогласования полей, aberrаций и т. п. Очевидно, что лучше использовать зеркала ИФП, слегка отличающиеся от оптимальных по q_{MI} . Например, можно взять или несколько меньшее T (при $T/A = 1$ получаем $q_{MI} = 0.84$) или большее – при $T/A = 4$ имеем $q_{MI} = 0.86$. Однако дальнейшее увеличение T недопустимо: $q_{MI} = 0.08$ при $x = 100$, $q_{MI} = 0.006$ при $x = 1000$ и т. д. Одновременно падает и величина AS_{MI} . Таким образом, на рис.4 показаны максимально достижимые параметры ИМФП при разных пропусканиях зеркал ИФП.

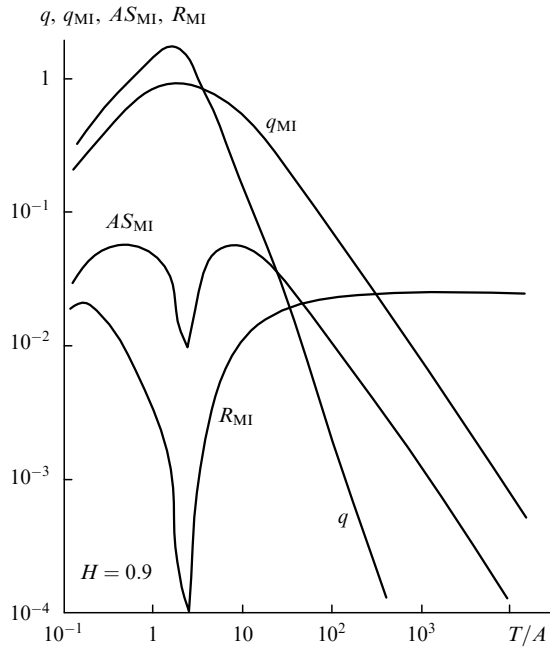


Рис.4. Зависимости от T/A величин $q_{MИ}$, $AS_{MИ}$ и $R_{MИ}$, оптимизированных по настройке как ИФП, так и ИМ, исходя из требования максимума $q_{MИ}$ при каждом значении $x = T/A$, а также зависимость $q(x)$ из рис.2.

Очень интересно сравнить рис.4 с характеристиками одиночного ИФП. На рис.4 воспроизведена кривая $q(x)$, взятая из рис.2. Видно, что при малых x (примерно при $x \leq 4$) эти точки близки к кривой $q_{MИ}(x)$; их расхождение примерно в 2 раза является кажущимся и вызвано тем, что при наших расчетах ИМФП мы считали «активным» только плечо b , а в него поступает лишь половина мощности P_0 . Однако с дальнейшим ростом T коэффициент q , как уже отмечалось, падает очень круто – гораздо круче, чем $q_{MИ}$. Причина этого понятна. При малых T ИФП имеет низкий собственный коэффициент отражения, что является первопричиной больших q и $q_{MИ}$. Но по мере роста T коэффициент \tilde{R} быстро возрастает, что ведет к сильной засветке ФД и, следовательно, к большим дробовым шумам. В отличие от этого, если у нас есть ИМФП и если мы, кроме того, выбрали рабочую точку вблизи «темной» интерференционной полосы ИМ, мы можем резко уменьшить интенсивность света, падающего на ФД, и снизить дробовые шумы. Это приводит к важной практической рекомендации: при использовании двух одиночных ИФП [4] необходимо брать зеркала с очень малым пропусканием: $T \approx (1 - 4)A$. Ес-

ли же взять неоптимальные зеркала с большим T , придется смириться с заметным уменьшением ОСДШ; кроме того, становится обязательным применение ИМ.

5. Заключение

Рассмотренный здесь расчет интерференционных измерителей перемещений для ДГВ позволяет сделать следующие выводы:

1. Переднее зеркало отражательного ИФП должно иметь пропускание T , примерно равное $(1 - 4)A$. Если это условие не выполнено, шумы заметно возрастают. Однако необходимо избегать $T \approx 2A$, т. к. при таком T исчезает отражение от ИФП (режим «согласования»), что связано с резким падением крутизны $|d\tilde{R}/d\varphi|$. Последняя рекомендация относится только к непосредственному способу вывода сигнала из ИФП, при котором используется крутизна склона резонансной кривой.

2. При T , оптимальных с точки зрения дробовых шумов, безразлично, использовать ли два отдельных ИФП, развернутых на 90° , или один ИМФП. Однако если по каким-то причинам взято неоптимальное пропускание T , то второй вариант предпочтительнее, т. к. позволяет заметно снизить постоянную составляющую выходного сигнала и, следовательно, повысить ОСДШ.

3. Для оценки достижимой в настоящее время чувствительности ДГВ, определяемой дробовыми шумами, можно в формуле (3) положить $\alpha = 1$ и найти Δz аналогично тому, как это сделано в [6]. Пусть, например, $A_2 = A_3 = 1.1 \cdot 10^{-6}$, $T = 2.2 \cdot 10^{-6}$, $T_3 = 0$, $P_0 = 1$ Вт, $q = 1.45$, $\eta = 0.8$, $\lambda = 8.5 \cdot 10^{-7}$ м, $z = 40$ м и $\Delta f = 100$ Гц. Расчет дает $\Delta z_{\min}/z = 2 \cdot 10^{-23}$. Эта оценка позволяет надеяться на то, что при использовании современных зеркал можно будет почти избавиться от дробовых шумов и существенно увеличить чувствительность ДГВ или укоротить их базу. Конечно, при этом на первый план могут выдвинуться другие источники помех, которые в свою очередь должны быть минимизированы.

1. Abramovici A. et al. *Phys.Letts A*, **218**, 157 (1996).
2. Vinet J.-Y., Meers B., Man C.N., Brillet A. *Phys.Rev.D*, **38**, 433 (1988).
3. Meers B.J. *Phys.Rev.D*, **38**, 2317 (1988).
4. Shoemaker D., Fritschel P., Giaime J., Christensen N., Weiss R. *Appl.Optics*, **30**, 3133 (1991).
5. Троицкий Ю.В. *Оптика и спектроскопия*, **85**, 690 (1998).
6. Троицкий Ю.В. *Квантовая электроника*, **25**, 89 (1998).
7. Троицкий Ю.В. *Многолучевые интерферометры отраженного света* (Новосибирск, Наука, 1985).
8. Troitski Y.V. *Proc. SPIE*, **2775**, 216 (1996).