PACS 42.50.Ct; 42.50.Dv; 42.65.Yj

Генерация неклассического света при встречном параметрическом усилении в последовательных взаимодействиях

В.В.Волоховский, А.С.Чиркин

Развита квантовая теория встречного последовательного взаимодействия волн с кратными частотами ω, 2ω и 3ω. В приближении заданного поля волны накачки с частотой 2ω изучены параметрические процессы высокочастотного и низкочастотного усиления волн с частотами ω и 3ω соответственно. На этих частотах рассмотрены флуктуации квадратурных компонент, статистика фотонов и корреляция между флуктуациями числа фотонов.

***Ключевые слова**: квадратурно-сжатый свет, статистика фотонов, встречное взаимодействие, последовательные взаимодействия.*

1. Введение

В настоящее время наиболее распространенным способом получения неклассического света является вырожденное параметрическое усиление при высокочастотной накачке (см., напр., [1, 2]). В случае трехчастотного взаимодействия типа I (накачка – необыкновенная волна, усиленная волна – обыкновенная, взаимодействие e → oo) генерируется квадратурно-сжатый свет. С точки зрения применения неклассического света более перспективным представляется параметрическое взаимодействие типа II (взаимодействие e → oe). В этом случае генерируемое излучение состоит из ортогонально поляризованных полей, которые могут находиться в так называемом перепутанном состоянии. Перепутанные поляризационные состояния можно использовать, например, в квантовой криптографии [3] и квантовой телепортации [4] (см. также обзор [5]).

Наиболее эффективно параметрические взаимодействия протекают при выполнении условия фазового синхронизма или квазисинхронизма. Последнее условие реализуется в периодически-неоднородных нелинейных кристаллах (ПННК), в частности в кристаллах с регулярной доменной структурой (РДС-кристаллы). При квазисинхронном параметрическом взаимодействии вектор обратной «нелинейной решетки» (решетки пространственной модуляции коэффициента связи волн) компенсирует расстройку волновых векторов. Вместе с тем в ПННК с помощью выбора периода «нелинейной решетки» можно удовлетворить условиям квазисинхронизма одновременно для двух трехчастотных взаимодействий волн с кратными частотами ω, 2ω, 3ω [6, 7] и реализовать в последовательных взаимодействиях параметрическое усиление при низкочастотной накачке как при попутной [6], так и встречной [8] геометрии. Одна из особенностей последовательных взаимодействий состоит в том, что энергию накачки, например с частотой 2ω, можно полностью преобразовать в сигнальную волну с частотой 3ω.

В [9] изучены квантовые статистические свойства генерируемого света при попутном параметрическом взаимодействии в поле низкочастотной накачки. Установлено, что при этом формируется квадратурно-сжатый свет как на низкой частоте ω, так и на высокой частоте 3ω (частота накачки 2ω).

Цель настоящей работы – исследование квантовых свойств света, генерируемого при встречном параметрическом взаимодействии в поле низкочастотной накачки. Расчеты проведены в приближении заданного поля классической волны с частотой 2ω. В этом приближении особенностями встречного взаимодействия обладает взаимодействие волн в геометрии, при которой встречная волна имеет частоту ω или 3ω. Изучается связь квантовых флуктуаций света на генерируемых частотах ω и 3ω.

2. Основные соотношения

Рассмотрим последовательное протекание двух трехчастотных процессов в квадратично-нелинейной среде:

$$2\omega \to \omega + \omega, \qquad \omega + 2\omega \to 3\omega. \tag{1}$$

В данном случае волна с частотой 2ω является интенсивной волной накачки. Первый процесс в (1) представляет собой вырожденное параметрическое усиление при высокочастотной накачке, а второй – смешение оптических частот. Как отмечено выше, одновременно такие процессы могут эффективно протекать при квазисинхронных взаимодействиях. Вместе с тем с энергетической точки зрения динамика процессов (1) в ПННК существенно не отличается от их динамики в однородных нелинейных кристаллах, если характерная длина нелинейного взаимодействия волн L_{NL} (см. ниже) значительно больше периода модуляции Λ нелинейной восприимчивости [10]. В связи с этим нелинейную среду будем считать однородной. Разумеется, следует помнить, что встречные взаимодействия волн принципиально возможны лишь в ПННК.

При квантовом описании эволюции взаимодействующих волн в пространстве удобно пользоваться оператором импульса поля [11]. В представлении взаимодейст-

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119899 Москва, Воробьевы горы

Поступила в редакцию 17 марта 2000 г., после доработки – 14 сентября 2000 г.

вия оператор импульса поля для рассматриваемого процесса имеет вид

$$G_{\rm int} = \hbar(\gamma_2 a_1^{+2} a_2 + \gamma_3 a_3^{+} a_1 a_2 \ + \text{ эрмит. сопр.}), \qquad (2)$$

где $a_j\,(a_j^+)$ – оператор уничтожения (рождения) фотона с частотой $j\omega$; $\gamma_{2,3}$ – эффективные коэффициенты нелинейной связи волн, определяемые нелинейностями кристалла и порядком квазисинхронизма [6].

Пространственная эволюция оператора a_j определяется уравнением [11]

$$-i\hbar\frac{{\rm d}a_j}{{\rm d}z} = [a_j, G_{\rm int}]. \qquad (3)$$

Будем изучать поведение квантовых флуктуаций в процессе усиления двух слабых волн с частотами ω и 3ω в поле волны с частотой 2ω. Ограничимся анализом в приближении заданного поля накачки, считая ее классической, т. е. в (2) заменим оператор $a_2(z)$ числом $C_2 = a_2(0)$. При этом получим

$$G_{\rm int} = \hbar(k_2 a_1^{+2} + k_3 a_3^{+} a_1 + \text{эрмит. сопр.}), \qquad (4)$$

где $k_j = \gamma_j C_2$.

Пусть волна с частотой 3ω распространяется навстречу волне с частотой ω, бегущей вдоль положительного направления оси z. Тогда квантовые уравнения встречного взаимодействия примут вид (ср. с [9])

$$\frac{{\rm d}a_1}{{\rm d}z} = -{\rm i}k_3^* a_3 - {\rm i}\,2k_2 a_1^+,$$
$$\frac{{\rm d}a_3}{{\rm d}z} = {\rm i}k_3 a_1 \qquad (5)$$

с граничными условиями

$$a_1(0) = a_{10}, \qquad a_3(L) = a_{3L}, \qquad (6)$$

где L – длина кристалла. Уравнения (5) схожи с рассмотренными в работе [12] уравнениями для нелинейного ответвителя при интенсивной накачке на частоте второй гармоники. В нелинейной части ответвителя происходит усиление волны на основной частоте в поле второй гармоники. В исследуемом нами случае в качестве одной из основных волн выступает обратная волна с частотой 3ω.

Решения уравнений (5) выражаются через операторы в сечении $z = 0$ в виде

$$a_1(z) = u_2(z)a_{30} + v_2(z)a_{30}^+ + w_2(z)a_{10} + y_2(z)a_{10}^+, \qquad (7)$$

$$a_3(z) = u_1(z)a_{30} + v_1(z)a_{30}^+ + w_1(z)a_{10} + y_1(z)a_{10}^+, \qquad (8)$$

где

$$u_1(z) = \frac{2|k_2|}{\lambda_0^2}[\lambda_1\cosh(\lambda_2 z) - \lambda_2\cosh(\lambda_1 z)];$$

$$v_1(z) = -{\rm i}{\rm e}^{{\rm i}3\varphi_2}F_1(z); \qquad w_1(z) = {\rm i}{\rm e}^{{\rm i}\varphi_2}G_1(z);$$

$$y_1(z) = {\rm e}^{{\rm i}2\varphi_2}G_2(z); \qquad u_2(z) = -{\rm i}{\rm e}^{-{\rm i}\varphi_2}G_1(z);$$

$$v_2(z) = y_1(z); \qquad y_2(z) = -{\rm i}{\rm e}^{{\rm i}\varphi_2}F_2(z);$$

$$w_2(z) = \frac{2|k_2|}{\lambda_0^2}[\lambda_1\cosh(\lambda_1 z) - \lambda_2\cosh(\lambda_2 z)];$$

$$\varphi_2 = \arg C_2; \quad F_1(z) = \frac{2|k_2|}{\lambda_0^2}[\lambda_2\sinh(\lambda_1 z) - \lambda_1\sinh(\lambda_2 z)];$$

$$F_2(z) = \frac{2|k_2|}{\lambda_0^2}[\lambda_1\sinh(\lambda_1 z) - \lambda_2\sinh(\lambda_2 z)];$$

$$G_1(z) = \frac{2|k_2 k_3|}{\lambda_0^2}[\sinh(\lambda_1 z) - \sinh(\lambda_2 z)];$$

$$G_2(z) = \frac{2|k_2 k_3|}{\lambda_0^2}[\cosh(\lambda_1 z) - \cosh(\lambda_2 z)];$$

$$\lambda_{1,2} = |k_2| \pm \gamma; \ \lambda_0^2 = 4|k_2|\gamma; \ \gamma = \left(|k_2|^2 + |k_3|^2\right)^{1/2}.$$

Однако истинными граничными условиями для рассматриваемой задачи являются условия (6), поэтому искомым решением системы (5) будут выражения

$$a_1(L) = U_2 a_{3L} + V_2 a_{3L}^+ + W_2 a_{10} + Y_2 a_{10}^+,$$
$$a_3(0) = U_1 a_{3L} + V_1 a_{3L}^+ + W_1 a_{10} + Y_1 a_{10}^+. \qquad (9)$$

Здесь

$$U_1 = \frac{u_1(L)}{J}; \qquad W_1 = \frac{1}{J}[v_1(L)y_1^*(L) - u_1(L)w_1(L)];$$

$$V_1 = -\frac{v_1(L)}{J}; \quad Y_1 = \frac{1}{J}[v_1(L)w_1^*(L) - u_1(L)y_1(L)];$$

$$J = |u_1(L)|^2 - |v_1(L)|^2;$$

$$U_2 = \frac{1}{J}[u_2(L)u_1(L) - v_2(L)v_1^*(L)];$$

$$V_2 = \frac{1}{J}[u_1(L)v_2(L) - u_2(L)v_1(L)]; \qquad (10)$$

$$W_2 = u_2(L)W_1 + v_2(L)U_1 + w_2(L);$$

$$Y_2 = u_2(L)Y_1 + v_2(L)W_1^* + y_2(L).$$

При этом справедливы следующие канонические коммутационные соотношения:

$$[a_1(0), a_1^+(0)] = [a_1(L), a_1^+(L)]$$
$$= [a_3(L), a_3^+(L)] = [a_3(0), a_3^+(0)] = 1. \qquad (11)$$

В работе [10] (см. также обзор [13]) при анализе двух связанных квазисинхронных процессов установлено, что сначала идет частичный распад фотонов накачки с частотой 2ω на фотоны с частотой ω, которые, в свою очередь, складываясь с фотонами накачки, формируют фотоны с частотой 3ω. Как известно, при низкочастотном параметрическом усилении происходит перераспределение вакуумных флуктуаций, приводящее к образованию квадратурно-сжатого света на частоте ω. Поскольку в нашем случае часть таких фотонов будет участвовать в формировании квантов света с частотой 3ω, то на последней следует ожидать формирования неклассического света.

3. Флуктуации квадратурных компонент

Введем операторы квадратур усиливаемых волн следующим образом:

$$X_j(\theta_j) = a_j \exp(\mathrm{i}\theta_j) + a_j^+ \exp(-\mathrm{i}\theta_j)\,,$$
$$Y_j(\theta_j) = \mathrm{i}[a_j \exp(\mathrm{i}\theta_j) - a_j^+ \exp(-\mathrm{i}\theta_j)] = X_j(\theta_j + \pi/2)\,. \tag{12}$$

Здесь θ_j – фазы опорной волны при балансном гомодинном детектировании [2]; $j = 1, 3$. Пользуясь решением (7), (8), получаем выражения для квадратурных компонент (12), которые определяются всеми исходными квадратурами и существенно зависят от фаз θ_1 и θ_3 и фазы волны накачки φ_2. Для упрощения анализа фазовые соотношения выберем таким образом, чтобы операторы квадратур не зависели от эрмитово-сопряженных операторов:

$$3\theta_1 = \theta_3, \qquad \varphi_2 + 2\theta_1 = -\pi/2\,. \tag{13}$$

В данном случае для операторов квадратур получаем

$$X_1(L) = R_1(L)X_{10} - Q(L)X_{3L}\,,$$
$$Y_1(L) = T_1(L)Y_{10} - P(L)Y_{3L}\,,$$
$$X_3(0) = Q_1(L)X_{3L} + Q(L)X_{10}\,,$$
$$Y_3(0) = P_1(L)Y_{3L} + P(L)Y_{10}\,, \tag{14}$$

где

$$Q(L) = \frac{G_1(L) - G_2(L)}{u_1(L) + F_1(L)}; \qquad P(L) = \frac{G_1(L) + G_2(L)}{u_1(L) - F_1(L)};$$
$$Q_1(L) = \frac{1}{u_1(L) + F_1(L)}; \qquad P_1(L) = \frac{1}{u_1(L) - F_1(L)};$$
$$R_1(L) = w_2(L) - F_2(L) - \frac{[G_1(L) - G_2(L)]^2}{u_1(L) + F_1(L)};$$
$$T_1(L) = w_2(L) + F_2(L) - \frac{[G_1(L) + G_2(L)]^2}{u_1(L) - F_1(L)}. \tag{15}$$

Из (14) следует, что флуктуации на генерируемых частотах оказываются взаимосвязанными, поскольку в выражения для квадратур с разными частотами входят функции $Q(L)$ и $P(L)$, учитывающие взаимное влияние этих флуктуаций.

Введем параметры

$$L_{\mathrm{NL}} = |k_2|^{-1}, \quad \beta = |k_3|/|k_2|, \quad \zeta = L/L_{\mathrm{NL}}\,,$$

упрощающие анализ полученных результатов и обозначающие соответственно характерную длину нелинейного взаимодействия, отношение нелинейных коэффициентов связи волн и приведенную длину кристалла. Тогда входящие в (15) функции примут вид

$$u_1(\zeta,\beta) = A(\beta)\big\{\cosh\big[\big(1 - \big(1+\beta^2\big)^{1/2}\big)\zeta\big] - \eta(\beta)$$
$$\times \cosh\big[\big(1 + \big(1+\beta^2\big)^{1/2}\big)\zeta\big]\big\}\,,$$
$$F_1(\zeta,\beta) = A(\beta)\big\{\eta(\beta)\sinh\big[\big(1 + (1+\beta^2)^{1/2}\big)\zeta\big]$$
$$- \sinh\big[\big(1 - \big(1+\beta^2\big)^{1/2}\big)\zeta\big]\big\}\,,$$
$$F_2(\zeta,\beta) = A(\beta)\big\{\sinh\big[\big(1 + \big(1+\beta^2\big)^{1/2}\big)\zeta\big]$$
$$- \eta(\beta)\sinh\big[\big(1 - \big(1+\beta^2\big)^{1/2}\big)\zeta\big]\big\}\,, \tag{16}$$
$$w_2(\zeta,\beta) = A(\beta)\big\{\cosh\big[\big(1 + \big(1+\beta^2\big)^{1/2}\big)\zeta\big]$$
$$- \eta(\beta)\cosh\big[\big(1 - \big(1+\beta^2\big)^{1/2}\big)\zeta\big]\big\}\,,$$
$$G_1(\zeta,\beta) = B(\beta)\big\{\sinh\big[\big(1 + \big(1+\beta^2\big)^{1/2}\big)\zeta\big]$$
$$- \sinh\big[\big(1 - \big(1+\beta^2\big)^{1/2}\big)\zeta\big]\big\},$$
$$G_2(\zeta,\beta) = B(\beta)\big\{\cosh\big[\big(1 + \big(1+\beta^2\big)^{1/2}\big)\zeta\big]$$
$$- \cosh\big[\big(1 - \big(1+\beta^2\big)^{1/2}\big)\zeta\big]\big\},$$

где

$$A(\beta) = \frac{1 + \big(1+\beta^2\big)^{1/2}}{2\big(1+\beta^2\big)^{1/2}}; \qquad B(\beta) = \frac{\beta}{2\big(1+\beta^2\big)^{1/2}};$$
$$\eta(\beta) = \frac{1 - \big(1+\beta^2\big)^{1/2}}{1 + \big(1+\beta^2\big)^{1/2}}.$$

Будем считать, что падающие на кристалл поля находятся в вакуумном состоянии. Принимая во внимание (14), для дисперсий квадратур $V_{jA} = \langle A_j^2 \rangle - \langle A_j \rangle^2$ получаем выражения

$$V_{1X} = \big[R_1^2(\beta,\zeta) + Q^2(\beta,\zeta)\big]V_0\,,$$
$$V_{1Y} = \big[T_1^2(\beta,\zeta) + P^2(\beta,\zeta)\big]V_0\,,$$
$$V_{3X} = \big[Q_1^2(\beta,\zeta) + Q^2(\beta,\zeta)\big]V_0\,,$$
$$V_{3Y} = \big[P_1^2(\beta,\zeta) + P^2(\beta,\zeta)\big]V_0\,, \tag{17}$$

где $V_0 = 1$ – дисперсия квадратур вакуумного поля.

Выражения (17) описывают дисперсии квадратур на выходе нелинейного кристалла (в сечении $z = L$) для волны с частотой ω и на его входе (в сечении $z = 0$) для волны с частотой 3ω.

При $k_3 = 0$ согласно (16), (17)

$$V_{3X} = V_{3Y} = V_0\,, \qquad V_{1X} = \mathrm{e}^{-2\zeta}\,V_0\,, \qquad V_{1Y} = \mathrm{e}^{2\zeta}\,V_0\,.$$

Дисперсии квадратур поля с частотой 3ω остаются равными дисперсиям квадратур вакуумных флуктуаций, тогда как дисперсии квадратур поля с частотой ω изменяются, причем одна из них, а именно V_{1X}, при выполнении фазового соотношения (13) уменьшается. Это объясняется тем, что в данном случае протекает лишь один из квазисинхронных процессов – параметрическое усиление при высокочастотной накачке (процесс $2\omega \to \omega + \omega$).

При $k_2 = 0$ дисперсии квадратур оказываются равными дисперсии вакуумного поля: $V_{3X} = V_{3Y} = V_{1X} =$

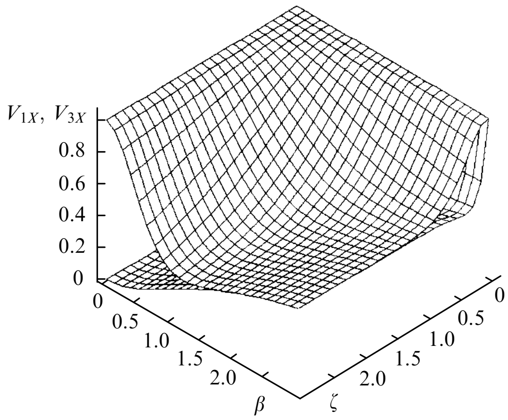

Рис.1. Дисперсии V_{3X} (верхняя поверхность) и V_{1X} (нижняя поверхность) в зависимости от приведенной длины нелинейной среды $\zeta = L/L_{\rm NL}$ и отношения коэффициентов связи $\beta = |k_3|/|k_2|$.

$V_{1Y} = V_0$, поскольку выполнены лишь условия для преобразования частоты вверх ($3\omega \to 2\omega + \omega$), которое при наличии только вакуумных флуктуаций на частоте ω не реализуется.

В случае же $k_2 \neq 0$ и $k_3 \neq 0$ происходит подавление квантовых флуктуаций в обеих выходных модах. При выборе начальных фазовых условий вида (13) флуктуации квадратур $X_3(0)$ и $X_1(L)$ оказываются уменьшенными, а флуктуации квадратур $Y_3(0)$ и $Y_1(L)$ – увеличенными, что согласуется с соотношением неопределенностей Гейзенберга. Отметим, что квантовые флуктуации на частоте 3ω всегда превышают таковые на частоте ω (рис.1).

В рассмотренном взаимодействии образование квадратурно-сжатого света происходит следующим образом. Первоначально, как отмечалось выше, идет параметрическое усиление при высокочастотной накачке. В этом процессе подавляются квантовые флуктуации в одной из квадратур на усиливаемой частоте (в нашем случае это квадратура X_1). Затем при $k_3 \neq 0$ происходит преобразование частоты вверх, вследствие чего трансформированные флуктуации частоты ω переносятся в волну с частотой 3ω. Перераспределение флуктуаций на частоте 3ω следует рассматривать как параметрическое усиление при низкочастотной накачке.

Флуктуации при высокочастотном параметрическом усилении наиболее эффективно подавляются в отсутствие смешения частот ($\beta = 0$), т. е. в отсутствие генерации излучения с высокой частотой 3ω. По мере роста β подавление флуктуаций на частоте ω становится менее эффективным, поскольку генерируются кванты с частотой 3ω. Эта генерация происходит случайным образом. Конкуренция указанных двух факторов может приводить, как показал анализ, к появлению минимума дисперсии квадратуры $X_3(0)$ в зависимости от β.

4. Корреляционные свойства выходного излучения

Рассмотрим теперь статистику числа фотонов выходного излучения на усиливаемых частотах, а также их корреляционные свойства. Обозначим через $\hat{n}_1$ и $\hat{n}_3$ операторы числа фотонов на частотах ω и 3ω соответственно, тогда

$$\hat{n}_j = a_j^+ a_j = \frac{1}{4}\left(X_j^2 + Y_j^2 - 2\right), \qquad j = 1, 3. \tag{18}$$

Воспользовавшись выражениями (17) и учтя, что для вакуумного поля $V_0 = 1$, для средних чисел фотонов получим соотношения

$$\begin{aligned} \bar{n}_1(\beta,\zeta) \equiv \langle\hat{n}_1\rangle &= \frac{1}{4}\left[R_1^2(\beta,\zeta) + Q^2(\beta,\zeta)\right. \\ &\quad \left. + T_1^2(\beta,\zeta) + P^2(\beta,\zeta)\right], \\ \bar{n}_3(\beta,0) \equiv \langle\hat{n}_3\rangle &= \frac{1}{4}\left[Q_1^2(\beta,\zeta) + Q^2(\beta,\zeta)\right. \\ &\quad \left. + P_1^2(\beta,\zeta) + P^2(\beta,\zeta)\right]. \end{aligned} \tag{19}$$

Формулы (19) описывают среднее число фотонов в выходных модах в сечении $z = L$ для моды с частотой ω и в сечении $z = 0$ для моды с частотой 3ω.

Далее определим дисперсии числа фотонов и корреляционную функцию $\langle n_1, n_3\rangle$ флуктуаций числа фотонов:

$$\begin{aligned} \sigma_{n_1}^2 &= \langle\hat{n}_1^2(L)\rangle - \langle\hat{n}_1(L)\rangle^2, \\ \sigma_{n_3}^2 &= \langle\hat{n}_3^2(0)\rangle - \langle\hat{n}_3(0)\rangle^2, \\ \langle n_1, n_3\rangle &= \langle n_1(L) n_3(0)\rangle - \langle n_1(L)\rangle\langle n_3(0)\rangle. \end{aligned} \tag{20}$$

Учитывая выражения (14) и (18), для дисперсий чисел фотонов выходных мод имеем

$$\begin{aligned} \sigma_{n_1}^2 &= \frac{1}{8}\left[\left(R_1^2 + Q^2\right)^2 + \left(T_1^2 + P^2\right)^2 - 2\left(R_1^2 T_1^2 + Q^2 P^2\right)\right. \\ &\quad \left. - 4(R_1 T_1 - 1)(QP - 1)\right], \\ \sigma_{n_3}^2 &= \frac{1}{8}\left[\left(Q_1^2 + Q^2\right)^2 + \left(P_1^2 + P^2\right)^2\right. \\ &\quad \left. - 2\left(Q_1^2 P_1^2 + Q^2 P^2\right) - 4(Q_1 P_1 - 1)\left(QP - 1\right)\right], \end{aligned} \tag{21}$$

а для корреляционной функции –

$$\begin{aligned} \langle n_1, n_3\rangle &= \frac{1}{8}\left[\left(R_1 - Q_1\right)^2 Q^2 + (T_1 - P_1)^2 P^2\right. \\ &\quad \left. - (R_1 P - P_1 Q)^2 - (T_1 Q - Q_1 P)^2\right)\right]. \end{aligned} \tag{22}$$

В выражениях (21), (22) аргументы стоящих в правой части функций опущены.

Корреляционные свойства выходного излучения удобно описывать при помощи коэффициента корреляции

$$K(\beta,\zeta) = \frac{\langle n_1, n_3\rangle}{\sigma_{n_1}\sigma_{n_3}}. \tag{23}$$

Результаты расчета $K(\beta,\zeta)$ представлены на рис.2. Видно, что коэффициент корреляции флуктуаций фотонов на частотах ω и 3ω при $\beta < 1$ больше, чем при $\beta > 1$, что связано с более эффективной генерацией суммарной частоты в последнем случае.

5. Квантовые флуктуации при встречном взаимодействии волн

Поведение характеристик выходного излучения в зависимости от параметров задачи в рассматриваемом процессе имеет ряд особенностей по сравнению со случаем попутного взаимодействия волн [9]. При относи-

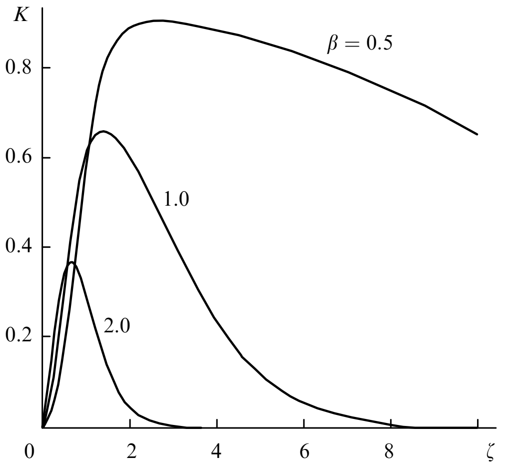

Рис.2. Коэффициент корреляции K флуктуаций числа фотонов в зависимости от приведенной длины нелинейной среды ζ для разных отношений коэффициентов связи β.

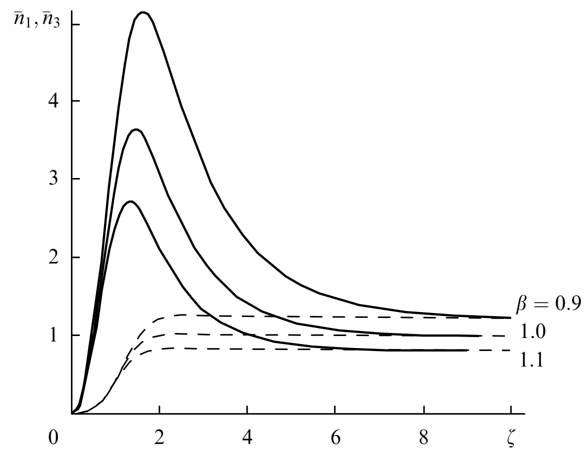

Рис.3. Среднее число фотонов на частотах ω (сплошные кривые) и 3ω (штриховые кривые) на выходе нелинейной среды в зависимости от ее приведенной длины для разных отношений коэффициентов связи β.

тельно больших длинах взаимодействия ($\zeta \to \infty$) выходные операторы поля и квадратур таковы:

$$\begin{aligned}
&a_1(L) \to -\left(1+\frac{1}{\beta^2}\right)^{1/2} a_{3L} + \frac{1}{\beta} a_{3L}^+ ,\\
&a_3(0) \to \left(1+\frac{1}{\beta^2}\right)^{1/2} a_{10} - \frac{1}{\beta} a_{10}^+ ,\\
&X_1(L) \to -\frac{\beta}{1+\left(1+\beta^2\right)^{1/2}} X_3(L) ,\\
&X_3(0) \to \frac{\beta}{1+\left(1+\beta^2\right)^{1/2}} X_1(0) ,\\
&Y_1(L) \to -\frac{\beta}{\left(1+\beta^2\right)^{1/2}-1} Y_3(L) ,\\
&Y_3(0) \to \frac{\beta}{\left(1+\beta^2\right)^{1/2}-1} Y_1(0).
\end{aligned} \tag{24}$$

Интересно, что выходные операторы определяются входными операторами на «сопряженной» частоте, отношением коэффициентов связи волн β и не зависят от начальных операторов на «своей» частоте.

Таким образом, как следует из (17) и (24), при встречном взаимодействии флуктуации квадратурных компонент не могут быть сделаны сколь угодно малыми. При этом до нуля могут быть подавлены квантовые флуктуации, обусловленные начальными флуктуациями на «своей» частоте, а выходной шум определяется перераспределенными флуктуациями, возникающими в каждой моде вследствие нелинейного взаимодействия.

На рис.2 показано поведение коэффициента корреляции $K(\beta,\zeta)$ флуктуаций числа фотонов на частотах ω и 3ω на выходе нелинейной среды в зависимости от приведенной длины кристалла. Поскольку при $\zeta \to \infty$ выходные значения операторов поля зависят только от начальных операторов на «сопряженной» частоте, которые некоррелированны, то коэффициент корреляции $K(\beta,\zeta)$ с ростом длины кристалла уменьшается и заметные корреляции имеют место в области нескольких нелинейных длин.

Зависимости от приведенной длины нелинейной среды выходных средних чисел фотонов на генерируемых частотах представлены на рис.3.

Проанализируем теперь статистику излучения мод, обратившись к фактору Фано $\mathscr{F}_j = \sigma_{n_j}^2/\bar{n}_j$ $(j=1,3)$. Когерентному состоянию поля соответствует $\mathscr{F}_j = 1$. Фактор Фано, не равный единице, говорит об отличии статистики излучения моды от пуассоновской. При $\mathscr{F}_j > 1$ статистика излучения суперпуассоновская, при $\mathscr{F}_j < 1$ – субпуассоновская. Точные выражения для $\mathscr{F}_j$ могут быть получены на основе формул (19) и (21). При относительно малых длинах кристалла ($\zeta \ll 1$) имеем

$$\begin{aligned}
&\mathscr{F}_1 \approx 2 + (8 - \beta^2/4)\zeta^2 + \ldots ,\\
&\mathscr{F}_3 \approx 1 + \frac{4}{9}\beta^2\zeta^2 + \ldots .
\end{aligned} \tag{25}$$

Отсюда следует, что при малых длинах взаимодействия статистика излучения на частоте 3ω близка к пуассоновской, а на частоте ω образуются бифотонные состояния – коррелированные пары фотонов, имеющие суперпуассоновскую статистику [1, 2].

В случае $\zeta \to \infty$ получаем

$$\mathscr{F}_j \to 2\frac{1+\beta^2}{\beta^2}, \quad j = 1,3.$$

Видно, что при относительно больших длинах взаимодействия статистики выходного излучения на частотах ω и 3ω становятся одинаковыми.

6. Заключение

Развитая квантовая теория встречного параметрического усиления низкой и высокой частот (ω и 3ω) в поле накачки с частотой 2ω при квазисинхронном последовательном взаимодействии волн с кратными частотами ω, 2ω и 3ω показала возможность получения квадратурно-сжатого света во встречных усиленных волнах с частотами ω и 3ω и зависимость эффективности подавления квантовых флуктуаций от длины нелинейной среды и отношения коэффициентов связи волн. При этом статистика фотонов на частотах ω и 3ω является суперпуассоновской.

Следует обратить внимание на следующую особенность рассмотренного процесса. Хотя расчеты выполнены в приближении заданного поля накачки, среднее число фотонов усиливаемых волн с ростом длины взаимодействия стремится к некоторому установившемуся значению порядка единицы (см. рис.3). Этот результат показывает, с одной стороны, справедливость использованного приближения, а с другой – существенное влияние вакуумных флуктуаций на встречное параметрическое взаимодействие.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке программы «Университеты России – фундаментальные исследования» и РФФИ (грант № 00-02-16040).

1. Клышко Д.Н. *Фотоны и нелинейная оптика* (М., Наука, 1980).
2. Walls D.F., Milburn G.J. *Quantum optics* (Berlin, Springer-Verlag, 1995
3. Lomonaco S.J. *Cryptologia*, **23**, 1 (1999).
4. Bennet Ch.H., Brassard G., Crepean C., Jozca R., Peres A., Wooberg W.K. *Phys.Rev.Letts*, **70**, 1895 (1993).
5. Килин С.Я. *УФН*, **169**, 507 (1999).
6. Aleksandrovski A.L., Chirkin A.S., Volkov V.V. *J.Rus.Laser Research*, **18**, 101 (1997).
7. Pfister O., Wells J.S., Hollberg L. et al. *Optics Letts*, **22**, 1211 (1997).
8. Волков В.В., Чиркин А.С. *Квантовая электроника*, **26**, 82 (1999).
9. Чиркин А.С. *Оптика и спектроскопия*, **87**, 627 (1999).
10. Волков В.В., Чиркин А.С. *Квантовая электроника*, **25**, 101 (1998).
11. Toren M., Ben-Aryeh Y. *Quantum Optics*, **6**, 425 (1994).
12. Perina J., Perina J. Jr. *Quantum Semiclass. Optics,* **7**, 863 (1995).
13. Чиркин А.С., Волков В.В., Лаптев Г.Д., Морозов Е.Ю. *Квантовая электроника*, **30**, 847 (2000).