

## Восстановление изображения предмета по спекл-структуре его поля

И.М.Бельдюгин\*, И.Г.Зубарев\*\*, С.И.Михайлов\*\*

*Показано, что информация о спекл-структуре позволяет сформировать некоторое подобие резонатора, модой которого с наименьшими потерями будет искомое изображение. Проведено моделирование процесса восстановления изображения для достаточно широкого класса объектов. Обсуждаются перспективы создания астрономических приборов, эквивалентных современным телескопам и основанных на принципе регистрации и обработке информации, содержащейся в спекл-структуре рассеянного объектом поля.*

**Ключевые слова:** спекл-структура, восстановление изображений, телескопические системы.

При облучении объекта когерентным или квазикогерентным светом с длиной когерентности, большей глубины объекта, на некотором расстоянии от него распределение интенсивности отраженного излучения имеет вид зернистой структуры (спекл-структуры). При этом характерный размер спекла  $d_c = \lambda/\theta$ , где  $\lambda$  – длина волны излучения, а  $\theta$  – угол, под которым наблюдается объект. Весьма существенно, что при перемещении плоскости наблюдения в направлении объекта на расстояние  $l \leq l_f = d_c^2/\lambda = \lambda/\theta^2$  (где  $l_f$  – френелевская длина) спекл-структура не меняет своего вида, т.е. для ее регистрации не требуется прецизионной точности измерений (в оптике эта точность обычно порядка  $\lambda$ ). Более того, если наблюдаемый объект находится в космосе, а наблюдение ведется через достаточно тонкий слой турбулентной атмосферы, расположенный непосредственно вблизи плоскости регистрации, то наблюдаемое распределение интенсивности будет эквивалентно распределению, полученному в отсутствие турбулентности.

Уже достаточно давно, вероятно, начиная с опытов Брауна и Твисса, информация о спекл-структуре использовалась для получения некоторых представлений о форме и структуре наблюдаемого объекта [1]. В то же время весьма привлекательной является задача получения изображения объекта по его спекл-структуре. Действительно, решение подобного рода задачи означало бы принципиальную возможность создания астрономических приборов, эквивалентных современным телескопам, но с существенно большим угловым разрешением и, по существу, нечувствительных к искажениям, вносимым атмосферной турбулентностью.

Проблема измерения была бы сведена к регистрации распределения интенсивности на некоторой площадке с последующей обработкой результатов на ЭВМ по найденной методике. При этом угловое разрешение  $\theta_r$  было

бы  $\sim \lambda/D$ , где  $D$  – характерный размер площадки регистрации, который здесь может многократно превышать размеры самых крупных современных телескопов при относительно небольшой точности фиксации приемных элементов. Вероятно, существуют и другие области применения, где подобный подход к формированию изображения был бы полезен, а может быть, и единственно возможен.

Следует отметить, что на протяжении последних лет делались попытки решения подобного рода задачи [2, 3], но редкие удачные результаты носили, вообще говоря, случайный, несистематический характер и не имели четкого методологического обоснования. Получение и реализация достаточно логичной методики решения задачи нахождения изображения объекта по спекл-структуре его поля и является предметом настоящей работы.

Будем, не нарушая общности, считать, что объект сосредоточен в некоторой плоскости, имеет конечные размеры и распределение поля на его поверхности описывается скалярной комплексной функцией  $f(\rho)$ . Тогда поле  $F(\rho_1)$  в плоскости регистрации спекл-структуры, параллельной (компланарной) предметной плоскости, связано с  $f(\rho)$  при малых углах наблюдения интегральным соотношением Кирхгофа – Френеля:

$$F(x_1, y_1) = A \iint f(x, y) \times \exp \left\{ i \frac{k}{2L} [(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2] \right\} dx dy, \quad (1)$$

где  $k = 2\pi/\lambda$ ;  $L$  – расстояние между плоскостями;  $A$  – незначительная в данном случае постоянная.

Соответствующее распределение интенсивности имеет следующий вид:

$$I(x_1, y_1) = |F(x_1, y_1)|^2 = F(x_1, y_1)F^*(x_1, y_1). \quad (2)$$

Можно показать, что при достаточно большом расстоянии до объекта ( $L \gg d$ , где  $d$  – характерный размер объекта)  $I(x_1, y_1)$  малочувствительно к поступательным

\*Государственное унитарное предприятие «НПО Астрофизика», Россия, 123424 Москва, Волоколамское ш., 95

\*\*Физический институт им.П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53

перемещениям объекта за время регистрации. В дальнейшем будем рассматривать шероховатые рассеивающие объекты. Это соответствует действительности, т. к. поверхности реально существующих объектов не обработаны с оптической точностью, на них может осаждаться пыль и т. д. Все это означает, что поле  $f(\rho)$  с точки зрения его фазовых характеристик является случайным статистическим полем и

$$\langle f(\rho_0)f(\rho_0 + \rho) \rangle \approx \begin{cases} 1, & \rho < \varepsilon, \\ 0, & \rho > \varepsilon, \end{cases}$$

где  $\varepsilon \leq 10^{-3}$  м – характерный размер шероховатости. Угловые скобки имеют смысл как усреднения по ансамблю, так и интегрирования по предметной плоскости для одной реализации. Для рассматриваемого случая можно показать, что если нас будет интересовать только распределение интенсивности поля на объекте, а расстояние до плоскости регистрации  $L \geq \varepsilon d_{\text{об}}/\lambda$  ( $d_{\text{об}}$  – характерный размер объекта), то, не нарушая общности, можно считать, что

$$F(x_1, y_1) = A \iint f(x, y) \exp \left[ -i \frac{k}{L} (xx_1 + yy_1) \right] dx dy, \quad (3)$$

т. е. поле предмета и спекл-структура связаны между собой преобразованием Фурье. Таким образом, задача сводится к следующему: имеются шероховатый плоский объект конечных размеров и квадрат модуля преобразования Фурье рассеянного им поля. Необходимо найти распределение интенсивности поля в предметной плоскости  $|f(\rho)|^2$ .

Мы сделали попытку решить поставленную задачу, используя представления и терминологию, получившие широкое распространение в теории открытых резонаторов. Суть подхода заключается в следующем: в каждом отдельном случае по имеющейся информации о спекл-структуре формируется виртуальный резонатор, в котором искомое распределение является модой с наименьшими потерями или доминирующей по интенсивности модой. Введем элементы виртуального резонатора следующим образом.

Поскольку мы интересуемся распределением только интенсивности поля в предметной плоскости, то по интенсивности поля спекл-структуры  $I(x_1, y_1)$  на основании известного из статистики соотношения между средней интенсивностью  $\bar{I}$  и корреляционной функцией  $K(\rho_1)$   $\langle I(\mathbf{r}_1 + \rho_1)I(\mathbf{r}_1) \rangle = \bar{I}^2 + |K(\rho_1)|^2$ . Здесь под усреднением понимается интегрирование по площади для одной конкретной реализации, что допустимо, т. к. спекл-структура имеет случайный характер. Отметим, что в случае естественных стационарных объектов  $|K(\rho_1)|$  можно получить непосредственным измерением временной зависимости интенсивности поля в разных точках с последующим усреднением их произведений, как, например, в опытах Брауна и Твисса.

По теореме Ван Циттерта – Цернике

$$K(x_1, y_1) = A \iint |f(x, y)|^2 \exp \left[ -i \frac{k}{L} (xx_1 + yy_1) \right] dx dy. \quad (4)$$

Используя далее очевидное соотношение

$$B(x, y) = \iint |K(x_1, y_1)|^2 \exp \left[ i \frac{k}{L} (xx_1 + yy_1) \right] dx_1 dy_1 =$$

$$= \iint \tilde{I}[(x_2 - x), (y_2 - y)] \tilde{I}(x_2, y_2) dx_2 dy_2, \quad (5)$$

где  $\tilde{I}(x, y) = |f(x, y)|^2$  – интенсивность поля на предметной плоскости, и учитывая то, что предмет имеет конечные размеры, можно найти ориентированный некоторым образом в предметной плоскости прямоугольник, в котором сосредоточена функция  $B(x, y)$ , касающаяся его сторон. Разделив этот прямоугольник на четыре равные части перпендикулярами, проведенными из середин смежных сторон, и выделив одну из них, получим прямоугольник, в котором расположен наш предмет. Граничные точки предмета касаются всех четырех сторон выделенного прямоугольника.

Именно этот прямоугольник и будет в дальнейшем фигурировать в качестве одного из зеркал «резонатора». Другим зеркалом будет служить область конечных размеров в плоскости регистрации спекл-структуры с характерным размером  $D$ , в которой осуществляется регистрация спеклов (в предельном случае  $D \rightarrow \infty$ ). Поиск установившегося поля проведем по следующему алгоритму. Выберем, например, за нулевое приближение однородное распределение поля на зеркале в предметной плоскости. Получим его фурье-образ в плоскости регистрации спекл-структуры. Затем, оставляя неизменной фазу, в качестве амплитуды возьмем распределение  $|K(x_1, y_1)|$ . Произведем обратное преобразование Фурье. В предметной плоскости оставим без изменения поле, попадающее в указанный выше прямоугольник, и занулим непопадающее. Повторим этот процесс еще раз, и т. д.

В настоящей работе подобный итерационный процесс был смоделирован на компьютере при помощи математического пакета MathCAD-2000 и графического редактора Paint Shop 7, который использовался для синтеза искусственных объектов а также для приема отсканированных реальных изображений. Проанализируем предложенную процедуру. Использованный метод итераций похож, с одной стороны, на метод Фокса – Ли в теории открытых резонаторов, с другой – на итерационный процесс Гершберга – Секстона [4, 5], применяемый в теоретической оптике для восстановления полей по распределению их интенсивностей в двух разнесенных в пространстве плоскостях. Поскольку итерационная процедура (навязывание полю амплитуды спекл-структуры на одном из зеркал) имеет существенно нелинейный характер, представления из теории линейных открытых резонаторов можно переносить на данную ситуацию с достаточной степенью условности.

Представляется правдоподобным, что искомое распределение интенсивности в предметной плоскости (изображение) в некотором смысле наиболее подходит для сформированного виртуального резонатора и в этом плане является его модой: оно полностью вписывается в прямоугольное зеркало, его распределение интенсивности в плоскости наблюдения совпадает с  $|K(x_1, y_1)|^2$ , а в процессе итераций оно переходит само в себя. Другие возможные изображения, дающие то же распределение  $|K(x_1, y_1)|^2$ , но сдвинутые на произвольный вектор  $\rho$  относительно центра прямоугольного зеркала, виньетируются его краями и плохо «выживают» в процессе итераций (моды с большими потерями).

Имеется, однако, второе изображение, дающее такое же  $|K(x_1, y_1)|^2$  и вписывающееся в зеркало. Это распределение соответствует  $K^*(x_1, y_1)$  в плоскости спекл-струк-

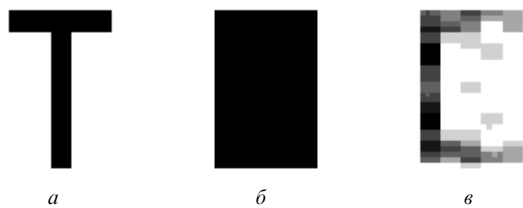


Рис.1. Результаты машинного моделирования восстановления изображения объекта Т-образной формы при симметричных начальных условиях:  
*a* – истинное изображение; *b* – зеркало в предметной плоскости; *v* – результат 2000 итераций.

туры и  $I(-x, -y)$  в предметной плоскости. При симметричных стартовых условиях на предметном зеркале оба решения представлены с одинаковым весом. Для линейного резонатора в пределе получилась бы картина наложения друг на друга равноинтенсивных распределений, из которой в общем случае было бы сложно выделить искомое изображение.

Очевидным исключением является случай  $I(x, y) = I(-x, -y)$ . Здесь ситуация еще более драматична. Поскольку резонатор нелинеен, оба распределения влияют друг на друга сложным образом и полученное в результате итераций распределение может не иметь ничего общего с искомым. На рис.1, *b* представлены результаты итерационной процедуры (2000 итераций), стартовой из симметричных начальных условий. Отметим, что уже после проведения порядка 30 итераций устанавливается изображение, которое практически не изменяется в дальнейшем.

Эту проблему можно обойти двумя способами. Один из них заключается в том, что процедуру итераций можно начинать от существенно несимметричных начальных условий в предметной плоскости. В результате при наличии большой несимметрии в искомом изображении одно из распределений будет представлено в начальных условиях с заметно меньшим весом, чем другое. Тогда полученное в результате итераций изображение будет соответствовать искомому с точностью до инверсии. На рис.2 показан именно этот случай. Здесь изображение Т-образного объекта восстанавливалось за примерно 50 итераций. На практике в качестве стартовых условий можно использовать полученное тем или иным способом искаженное изображение. На рис.3 представлен результат восстановления изображения искусственно синтезированного объекта.

В квазисимметричном случае, т. е. когда искомое и инвертированное изображения сильно перекрываются, результат оказывается зашумленным инвертированным изображением и шумом, обусловленным нелинейным

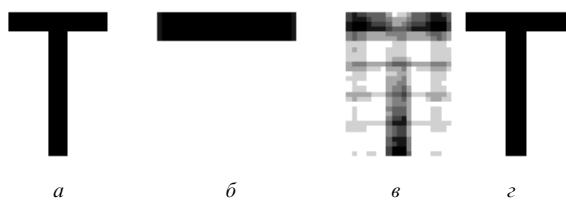


Рис.2. Влияние несимметричных начальных условий на получение изображений:  
*a* – истинное изображение; *b* – стартовое изображение; *v* – результат 20 итераций; *z* – результат 100 итераций.

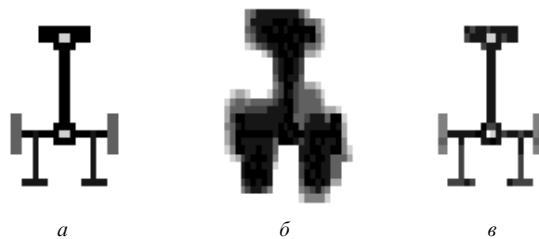


Рис.3. То же, что и на рис.2, но при использовании в качестве начальных условий искаженного изображения объекта (*b*).

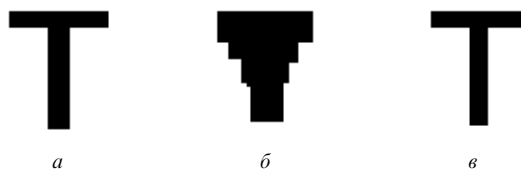


Рис.4. Влияние скорректированной геометрии зеркала на качество восстановленного изображения:  
*a* – истинное изображение; *b* – зеркало в предметной плоскости; *v* – результат 30 итераций.

характером итерационной процедуры.

Второй способ, представляющийся более конструктивным, заключается в том, что по анализу структуры свертки в предметной плоскости  $\iint \tilde{I}(\tilde{x} - x, \tilde{y} - y) \times I(\tilde{x}, \tilde{y}) d\tilde{x} d\tilde{y}$ , или по анализу искаженного в общем случае, например атмосферой, полученного стандартным методом (с помощью телескопа) изображения можно скорректировать первоначально прямоугольную форму зеркала в предметной плоскости так, чтобы инвертированное изображение виньетировалось. Тогда в процессе итераций в «резонаторе» будет выживать мода, соответствующая, в основном, одному изображению (рис.4). В данном случае для получения незашумленного изображения хватало примерно 30 итераций.

Для указанного выше квазисимметричного случая можно предложить комбинированный способ, сочетающий в себе первые два с добавлением процедуры динамической адаптации абриса зеркала в предметной плоскости. Суть адаптации состоит в следующем: после проведения 10–50 итерационных циклов полученная картинка обычно состоит из изображения объекта, сильно зашумленного инвертированным изображением. При этом часто удается гораздо более точно определить абрис объекта и, следовательно, дополнительно уточнить геометрию зеркала в предметной плоскости. Такой комбинированный способ может быть пригоден для восстановления достаточно сложных изображений. Со-



Рис.5. Получение изображения комбинированным методом:  
*a* – истинное изображение; *b* – полученное зашумленное изображение; *v* – результат 35 итераций; *z* – изображение, полученное в результате коррекции геометрии зеркала.

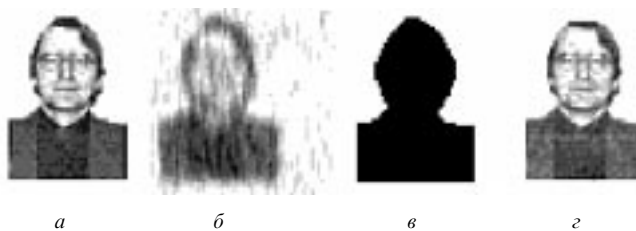


Рис.6. То же, что и на рис.5 (в – скорректированная геометрия зеркала в предметной плоскости).

ответствующие результаты представлены на рис.5 и 6. В качестве начальных здесь выбирались сильно искаженные изображения самолета и человеческого лица. Затем по вышеизложенной методике производилась корректировка геометрии зеркала. Полное число итераций здесь составляло  $\sim 100 - 300$ .

Таким образом, показано, что, используя информацию о спекл-структуре, можно сформировать некоторое

подобие резонатора, модой которого с наименьшими потерями будет интересующее нас изображение. Результаты настоящей работы получены на основе машинного моделирования. Однако численные методы в данном случае полностью адекватны аналоговым методам, применяемым в фурье-оптике, что позволяет говорить об адекватности развитой методики реальной экспериментальной ситуации. Полученные результаты позволяют поставить вопрос о создании приборов наблюдения, не требующих прецизионной точности изготовления и во многих случаях нечувствительных к атмосферным искажениям, угловое разрешение которых определяется задействованной апертурой, значительно превышающей апертуры современных телескопов.

1. Курикса А.А. *Радиотехника и электроника*, **5**, 771 (1968).
2. Fienap J.R. *Appl.Optics*, **21**, 2758 (1982).
3. Bates R.H.T., Tan D.G.H. *J.Opt.Soc.Amer.A*, **2**, 2013 (1985).
4. Gerchberg R.W., Saxton W.O. *Optik*, **34**, 275 (1971).
5. Gerchberg R.W., Saxton W.O. *Optik*, **35**, 279 (1972).