

Влияние пространственной структуры мод на эволюцию спектра в перестраиваемых лазерах

Ю.Н.Пархоменко, О.В.Анисимова

Исследовано влияние пространственной структуры мод на нелинейные процессы в активной среде лазеров с элементами, обладающими угловой дисперсией. Показано, что «пространственно-неоднородное уширение» спектра может приводить к изменению его формы и уширению. Модифицирован алгоритм синтеза непрерывного спектра в резонаторах с управляемой структурой спектральной функции.

Ключевые слова: дисперсионный резонатор, активная среда, нелинейные процессы, эволюция спектра.

1. Введение

Перестраиваемые лазеры в настоящее время являются общепризнанным инструментом во многих технических и научных приложениях (спектроскопия, связь, метрология, разделение изотопов и т. д.). В некоторых из приложений необходима одночастотная линия генерации, достигаемая элементами, существенно повышающими потери (интерферометром Фабри – Перо либо решеткой скользящего падения [1]). Однако чаще всего используются лазеры с селекцией излучения более экономичными и простыми элементами (решетками и призмами, реже – интерференционно-поляризационными фильтрами [1]) с шириной линии $\sim 1-10$ пм, достаточной для значительной части приложений.

Большинство закономерностей селекции излучения и формирования его спектра в перестраиваемых лазерах можно считать выясненными. Вместе с тем ряд важных вопросов остается неизученным. Один из них – влияние активной среды на спектр генерации и его эволюцию. Считается, что в условиях однородного уширения спектра излучения активной среды (только такие среды эффективны в перестраиваемых лазерах) спектр сужается пропорционально квадратному корню из числа проходов излучения по резонатору и это сужение не зависит от природы фильтра (см., напр., [2]).

Однако лазеры, где селекция мод обеспечивается угловой дисперсией (в решетках и призмах), имеют принципиальную особенность, вытекающую из специфики механизма селекции: изменение длины волны в пределах линии генерации сопровождается смещением поля в поперечном направлении в резонаторе, в частности в активной среде. До сих пор последнему обстоятельству не придавали значения. Это и определило цель настоящей работы, в которой мы исследуем влияние указанной особенности на спектр в лазерах с простой линией генерации и с синтезируемым сложным спектром [3] и покажем, что

в определенных условиях она может принципиально изменять закономерности эволюции спектра.

2. Модель и базовые уравнения

Моды с разным поперечным пространственным распределением (даже «продольные») будут по-разному «насыщать» активную среду на нелинейном этапе генерации, что эквивалентно ее «пространственно-неоднородному уширению». Рассмотрим лазер бегущей волны либо линейный лазер (рис.1), в котором длина Δz четырехуровневой активной среды l и (в линейном лазере) ее удаление от зеркала 2 , существенно меньше длины l резонатора (типично для лазеров на красителях и др.). Положим, что среда l представляет собой тонкий слой, который в линейном резонаторе совмещен с зеркалом 2 . Это упростит процедуру получения уравнений и позволит учесть указанные выше нелинейные эффекты при сохранении всех свойств дисперсионного резонатора и механизма селекции мод в нем (увеличения потерь при отклонении от длины волны его настройки λ_0 на $\Delta\lambda$).

Разложим поле $E(x, t)$ в плоскости среды l по модам $\{u_{nj}(x)\}$ дисперсионного резонатора – собственным функциям уравнения

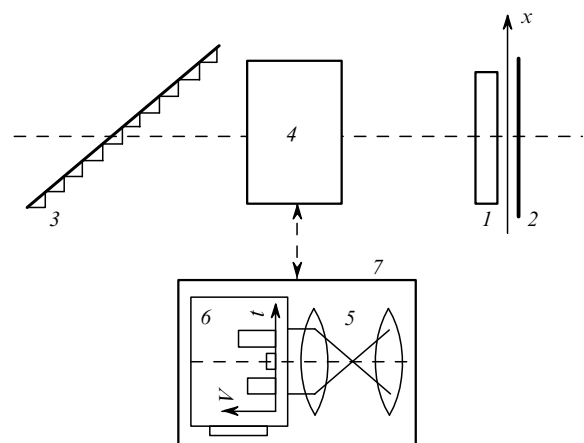


Рис.1. Оптическая схема перестраиваемого лазера: 1 – активная среда; 2 – зеркало; 3 – дифракционная решетка; 4, 7 – оптические системы; 5 – модулятор фазы; 6 – модулятор амплитуды.

$$\Lambda u(x) = \int_{-\infty}^{\infty} K(x, x_1) u(x_1) dx_1. \quad (1)$$

Ядро $K(x, x_1)$ (его вид обсуждается ниже) характеризует преобразования поля в линейных элементах, включая диафрагмы. Оператор Λ имеет собственные числа $\Lambda_{nj} = \exp(-\gamma_{nj})$, где γ_{nj} определяет логарифм потерь и фазовый сдвиг мод; $n = 0, 1, 2 \dots$ – поперечный индекс мод; $j = m - m_0$ отсчитывается относительно продольного индекса m_0 для моды с $\Delta\lambda_0 = 0$. Спектральная функция дисперсионного резонатора [3] $G(\lambda_0 + \Delta\lambda) = |A_{0j}(\Delta\lambda_j)|^2 / |A_{00}(0)|^2$ определяет его селективность. Тогда

$$E(x, t) = \sum_j \exp(i\omega_j t) \sum_n E_{nj}(t) u_{nj}(x), \quad (2)$$

где $E_{nj}(t)$ – коэффициенты разложения, зависящие от времени и учитывающие изменения, связанные с различием частот (ω_j) продольных ($n = 0$) и поперечных мод. После обхода излучения по резонатору получаем

$$E_{kj}(t + \tau_c) = \sum_n E_{nj}(t) F_{knj}(t), \quad (3)$$

где

$$F_{knj}(t) = \int dx_1 \int dx_2 K(x_1, x_2) \exp[2sN_2(x_2, t)\Delta z] \times v_{kj}(x_1) u_{nj}(x_2); \quad (4)$$

$v_{kj}(x)$ – собственные функции сопряженного к (1) уравнения с ортогональностью $\int v_{kj}(x) u_{nj}(x) dx = \delta_{kn}$ (в линейном резонаторе $v_{kj}(x) = u_{kj}(x)$); τ_c – время обхода резонатора; $N_2(x, t)$ – населенность верхнего лазерного уровня; $s = s(\lambda_0)$ – сечение активных центров.

Найдем приращение E_{kj} за проход и разделим его на τ_c . Переходя от конечных разностей к производным и используя традиционное приближение малости изменений за проход (для разложения в ряд экспоненты и других приложений), получаем уравнения для E_{kj} :

$$\frac{dE_{kj}}{dt} = \frac{\sum_n E_{nj}(t) 2s\Delta z \int N_2(x, t) u_{nj}(x) v_{kj}(x) dx - \gamma_{kj} E_{kj}(t)}{\tau_c}. \quad (5)$$

Материальные уравнения традиционны и приведены ниже.

3. Эволюция спектра одиночной линии простой регулярной структуры

Упростим систему (5), используя дополнительные приближения, подтвержденные теоретически и экспериментально, в частности, в перестраиваемых лазерах с угловой дисперсией. Остановимся на случае «пропускания» резонатора с параболическим или гауссовым законом, когда селекция в пределах линии генерации связана с перемещением поля в участки с меньшим отражением в процессе разъюстировки системы при изменении λ [4]. В этом случае, который реализуется во многих лазерах (с продольной накачкой, с профилированным коэффициентом отражения зеркал для улучшения модового состава [5–7] и т. д.), в генерацию выходят только продольные

моды при достаточной длительности линейного этапа и параметре диафрагмирования $\beta = [\pi w^2 / (\lambda l)]^{1/2} < 10$, где $2w$ – ширина диафрагмы (при $\beta > 10$ резонаторы с угловой дисперсией уменьшают селективность), а поля мод и их потери аппроксимируются аналитическими выражениями. Ниже эти приближения используются для упрощения уравнений.

Пусть лазер содержит дифракционную решетку 3, а система 4 – оптические элементы гауссовой оптики, обеспечивающие генерацию одиночной линии. Ядро уравнения (1) с плоскостью отсчета на зеркале 2 имеет вид [8, 9]

$$K(\xi_1, \xi) = \left(-\frac{i}{2\pi}\right)^{1/2} \exp\left\{i\left[f(\xi_1 + \xi) + \frac{g\xi_1^2 + g\xi^2 - 2\xi_1\xi}{2}\right]\right\},$$

где $\xi = x[2\pi/(\lambda B_s)]^{1/2}$ – безразмерная координата; $f = (2\pi B_s/\lambda)^{1/2} D_a \Delta\lambda/2$; $g = A_s$; $A_s = 1 + 2CB$; $B_s = 2BD$; A, B, C, D – элементы результирующей матрицы резонатора, включающей гауссову диафрагму; D_a – угловая дисперсия решетки 3. Решения уравнения (1) для поля u_{0j} продольных мод и их собственных чисел Λ_{0j} имеют вид

$$u_{0j} = \sqrt{\frac{2\sqrt{g^2-1}}{i\pi}} \exp\left[i\sqrt{g^2-1} \frac{(\xi + \Theta_j)^2}{2}\right],$$

$$\Lambda_{0j} = M^{1/2} \exp\left(\frac{-if_j^2}{g-1}\right),$$

где $M = g + (g^2 - 1)^{1/2}$; $f_j = (2\pi B_s/\lambda_j)^{1/2} D_a \Delta\lambda_j/2$. «Настройку» $\Delta\lambda_j$ в выражении для f_j выбираются из условия воспроизводимости полей мод, а знаки перед радикалами – из условия убывания поля на бесконечности. Комплексное смещение поля (его амплитуды и фазы) в поперечном направлении определяется выражением $\Theta_j = f_j/(g-1)$. Спектральная функция $G(\lambda)$ в данном случае является гауссовой с полушириной s_0 .

Для определения $N_2(x, t)$ используем скоростное уравнение, традиционное для многих типов перестраиваемых лазеров (на растворе красителей в пренебрежении триплетными переходами, с электронно-фононными переходами и т. д.), учитывая параметрическую зависимость от x , как и в [10], и переходя к многомодовому случаю аналогично тому, как это сделано в [11] (полагая моды статистически независимыми). Уравнение для чисел фотонов $q_j(t)$ получаем, дифференцируя соотношение $q_j(t) \sim |E|^2$ с учетом (5):

$$\frac{dq_j(t)}{dt} = 2q_j(t) \left[\frac{s\Delta z}{\tau_c} \int N_2(x, t) F_j^q(x) dx - \frac{\text{Re } \gamma_{0j}}{\tau_c} \right], \quad (6)$$

$$\frac{dN_2(x, t)}{dt} = W(t) [N_T - N_2(x, t)] - UN_2(x, t) \sum_j F_j^N(x) q_j(t) - \frac{N_2(x, t)}{\tau}, \quad (7)$$

где q_j – число фотонов j -й моды; $U = sc\Delta z/(V_a l)$ – коэффициент Эйнштейна для индуцированных переходов; c – скорость света; V_a – объем моды в активной среде; τ – время спонтанного излучения; $\text{Re } \gamma_{0j}$ – потери j -й моды (общие плюс селективные); $W(t)$ – мощность накачки; N_T – число активных центров.

Подчеркнем, что сохранение свойств дисперсионного резонатора привело к разным коэффициентам «связи» в

нелинейных членах уравнений для чисел фотонов и для инверсной населенности. Так, для линейного лазера (см. рис.1)

$$F_j^q(x) = 2\text{Re}[u_{0j}(x)u_{0j}(x)], \quad F_j^N(x) = u_{0j}(x)u_{0j}^*(x). \quad (8)$$

Таким образом, уравнения (6)–(8) отличаются не только «физическим» наполнением, но и структурой по сравнению со случаем спектрально-неоднородной среды [10].

Система (6)–(8) анализировалась численно для характерных параметров импульсных лазеров на красителях с лазерной накачкой (например, на родамине 6Ж, когда $s = 1.3 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$, $\tau \approx 4 \text{ нс}$ [11] и т. д.). Варьировались параметр β , максимальное превышение мощности накачки над пороговой $\rho = W_{\text{max}}/W_{\text{th}}$ и число мод (от 20 до 60). Начальные (затравочные) интенсивности мод у порога оценивались из типичной экспериментальной средней мощности $P(\rho)$ суперлюминесцентного шума, составляющей $\sim 0.05\text{--}0.2$ от мощности излучения лазера при $\rho \approx 5$ и имеющей спектральную плотность [12] $p(\lambda) = hY(\lambda, N_2)$, где $Y(\lambda, N_2) = \exp[2s(\lambda)N_2\Delta z] - 1$; $h = P(\rho)/\int d\lambda Y(\lambda, N_2)$ – параметр, зависящий от геометрии системы [12]. Мощность, приходящаяся на одну моду вблизи порога, $P_{j\text{th}} \approx (h/\rho)Y(\lambda_0, N_{2\text{th}})\delta\lambda/\chi^2$, где χ – отношение расходомостей шума и лазерного излучения ($\sim 5\text{--}20$ в нашем случае); $\delta\lambda$ – спектральная ширина, которая варьировалась от межмодового расстояния $\lambda_0^2/(2l)$ до предельной ширины $\lambda_0^2/(2cT)$ (T – средняя длительность импульса генерации). Изменения вышеперечисленных параметров, числа мод и формы переднего фронта импульса накачки (при сохранении длительности линейного этапа, достаточной для выделения продольных мод) не влияли на изучаемые ниже процессы на нелинейном этапе.

Решение системы (6)–(8) представлялось в виде $Q(\lambda, t) = Q_n(\lambda, t)I(t)$, где $Q(\lambda, t) = \sum_j q_j(t)$; $Q_n(\lambda, t)$ – нормированная часть решения ($\int Q_n(\lambda, t)d\lambda = 1$), отражающая изменения формы спектра; $I(t)$ – интенсивность спектра. Результаты расчетов для функции $Q_n(\lambda, t)$ и ее полуширины σ представлены на рис.2 и 3,а (передний фронт импульса накачки – отрезок гауссовой кривой). Учет изменения пространственной структуры приводит к существенной перестройке динамики спектра в течение импульса при $\beta \geq 3.5$ и $\rho > \rho_0$ (ρ_0 зависит от β и уменьшается с его увеличением). На рис.2 показаны типичные зависимости $Q_n(\lambda, t)$ от $\eta = t/\tau_c$ в случае $\beta = 4$.

При малых ρ ($\rho = 5$, рис.2,а) $Q_n(\lambda, t)$ эволюционирует подобно тому, как это было получено в [2], сохраняя свою форму и постепенно сужаясь. При увеличении ρ ($\rho = 15$, рис.2,б) спектр $Q_n(\lambda, t)$ сужается только в течение первых проходов излучения по резонатору ($\eta \leq 3$). Далее спектр последовательно трансформируется ($\eta = 4\text{--}10$): поднимаются его крылья, он преобразуется в прямоугольный, двугорбый и затем в обратном порядке в гауссов с последующим сужением. На рис.2,в выборочно показаны эти фазы, составляющие первый цикл нелинейной динамики спектра. При увеличении длительности накачки цикл повторяется: после вторичного сужения ($\eta = 14\text{--}26$) спектр повторно преобразуется в двугорбый ($\eta = 28\text{--}30$), а затем в гауссов и т. д.

Зависимость ширины спектра от времени (ширины функции $Q_n(\lambda, t)$ от $\eta = t/\tau_c$ на рис.3,а) в нашем случае отличается от полученной согласно [2] (штриховая линия). Нужно отметить появление скачков при переходе к не-

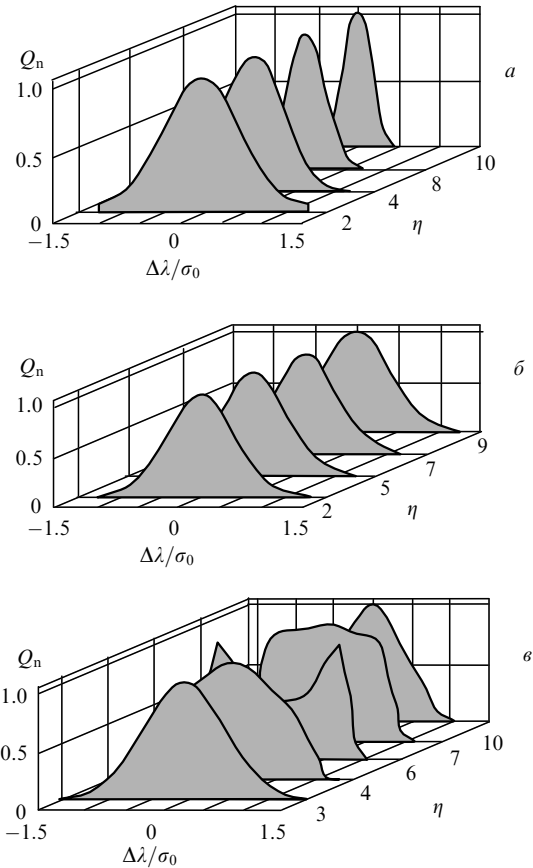


Рис.2. Зависимости спектра лазера Q_n от времени ($\eta = t/\tau_c$) для параметра диафрагмирования $\beta = 4$ при $\rho = W_{\text{max}}/W_{\text{th}} = 5$ (а), 10 (б) и 15 (в).

линейному этапу для $\beta > 3.5$ и замедление темпа сужения спектра.

Физически эти эффекты связаны с тем, что на линейном этапе сужения спектра в активной среде образуются

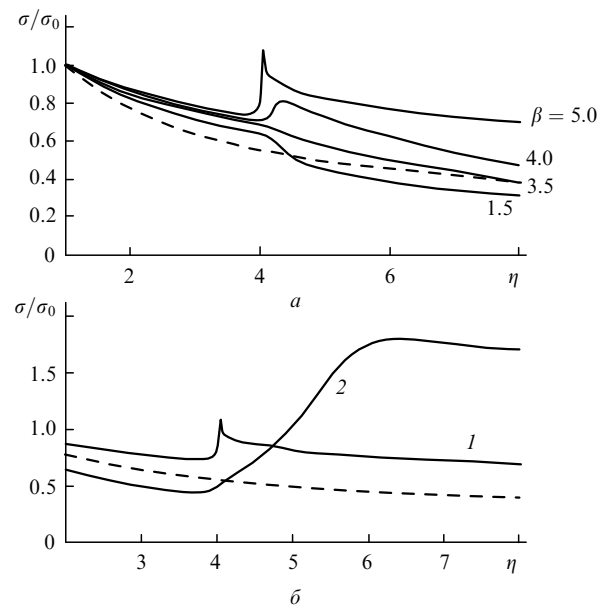


Рис.3. Зависимости текущего отношения σ/σ_0 от времени ($\eta = t/\tau_c$), рассчитанные для $\rho = 15$ и разных β (а), а также сравнение зависимостей, полученной из уравнений (6)–(8) (1) и взятой из [10] (2), при $\rho = 15$ и $\beta = 5$ (б). Штриховые кривые – зависимость σ/σ_0 от η в соответствии с [2].

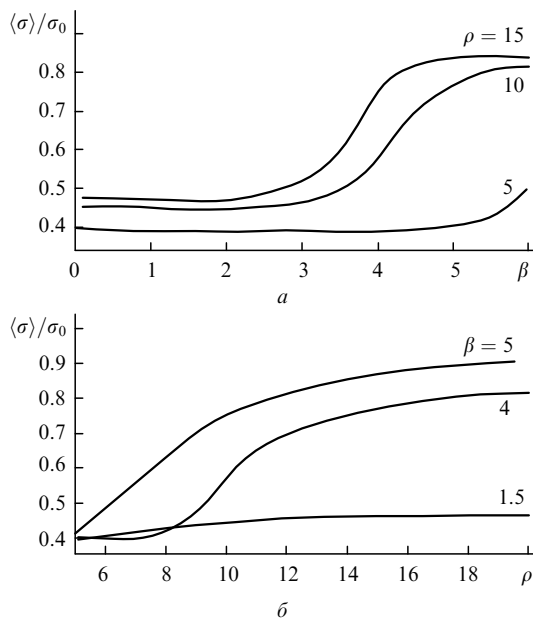


Рис. 4. Зависимости среднего за первый цикл спектральной динамики отношения $\langle \sigma \rangle / \sigma_0$ от β для разных ρ (а) и от ρ для разных β (б).

периферийные области, менее занятые полями мод, чем остальные. Размер этих областей при $\beta \geq 3.5$ достаточен для размещения в них мод новых спектральных пиков. При $\rho > \rho_0$ степень «насыщения» в центре настолько велика, что на периферии усиление на нелинейной стадии преобладает и наблюдается генерация, изменяющая форму спектра. При $\rho = \rho_0$ (рис.2,б) может наблюдаться динамическое равновесие между процессами на периферии и в центре (ширина и форма спектра практически неизменны).

В изучаемом случае наблюдаются принципиальные отличия излучения исследуемого лазера от излучения лазеров со спектрально-неоднородным уширением рабочего перехода [10] (несмотря на подобию эффектов): 1) переход остается однородно уширен, а роль неоднородного уширения выполняет регулярное изменение распределения поля в пределах линии генерации; 2) изменение членов «связи» (8) приводит к качественной и количественной перестройке динамики выхода отмеченных фаз, что подтверждает выполненный нами сравнительный анализ решений двух типов уравнений. Рис.3,б иллюстрирует один из примеров такой ситуации, когда переход к уравнениям (6)–(8) (кривая 1) сопровождается как существенным изменением хода зависимости, так и появлением скачка при переходе к нелинейному этапу.

Средние параметры спектров выходного излучения лазера определяются функцией $Q(\lambda, t)$. На рис.4 приведены зависимости от параметров β и ρ ее ширины (ширины спектра), а на рис.5 – ее формы (формы спектра), усредненных за время первого цикла. В области $\beta > 3.5$ при увеличении энергии накачки (рис.4,б) спектр резко расширяется из-за нелинейных процессов. На рис.5,а показана трансформация $Q(\lambda) = \langle Q(\lambda, t) \rangle$ при увеличении β и фиксированной энергии накачки ($\rho = 15$) через ряд промежуточных фаз, а на рис.5,б дан другой срез этого процесса (изменяется ρ , а $\beta = 4$), связанный с повышением влияния периферийных областей (для сравнения штриховой линией приведена функция $G(\lambda)$).

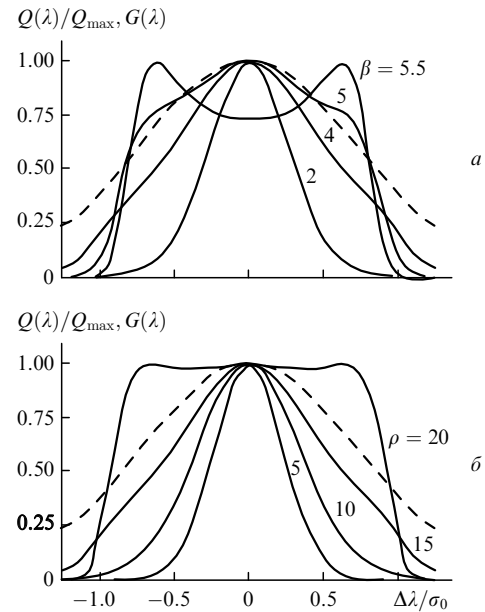


Рис. 5. Средние спектры за первый цикл спектральной динамики для разных β при $\rho = 15$ (а) и разных ρ при $\beta = 4$ (штриховая линия – спектральная функция дисперсионного резонатора $G(\lambda)$ с полушириной σ_0) (б).

Отметим, что конкретные параметры лазера выбраны для удобства представлений результатов, которые наблюдаются и при других параметрах (других лазеров) с увеличением длительности генерации на несколько порядков.

4. Влияние активной среды в лазере с синтезом спектра

Другой класс задач, который можно изучать, используя уравнения (5), связан с эволюцией спектров более сложной структуры. Здесь мы остановимся на практически важном лазере с перестройкой (синтезом) формы спектральной линии [3], при анализе работы которого будем применять результаты и решения, полученные в предыдущем разделе. Используемый метод [3] основан на управлении формой функции $G(\lambda)$ в процессе перестройки поперечного пространственного распределения амплитуды и фазы коэффициента пропускания. Переменная фаза, изменяемая модулятором 5 системы 7 (рис.1), «настраивает» парциальные области на разные длины волн, а их вклад в $G(\lambda)$ дозирует амплитуда a , устанавливаемая при перестройке формы звуковой волны $V(t)$ в акустооптическом модуляторе 6.

При дискретном распределении a резонатор можно представить как систему парциальных резонаторов с составной функцией $G(\lambda) = \sum a_r G_r(\lambda - \lambda_r)$ (ее вид приведен в [3]), где $G_r(\lambda)$ – спектральная функция парциального резонатора r ; λ_r – длина волны его настройки; a_r – амплитуда его вклада.

Изучим, как изменяются результаты расчетов при учете указанных выше процессов в активной среде. Полный анализ системы (5) или (6)–(8) в этом случае требует учета большого числа мод и практически невозможен, поэтому наряду с упрощениями, использованными выше, введем еще одно. Представим интенсивность излучения через числа фотонов мод парциальных резонаторов q_{rj} и будем характеризовать пространственную струк-

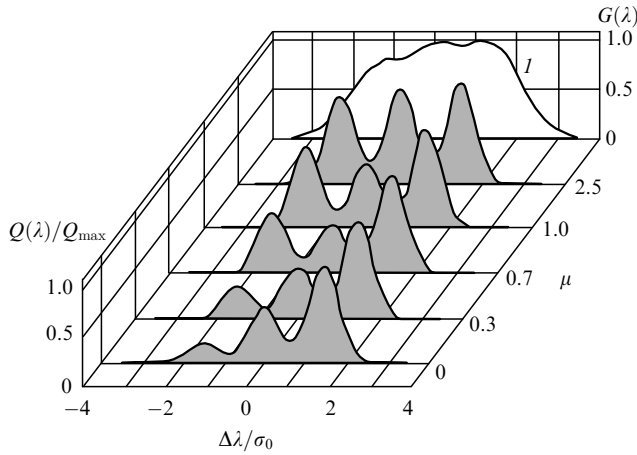


Рис.6. Зависимости формы среднего спектра лазера от параметра μ «пространственно-неоднородного уширения» (I – спектральная функция резонатора $G(\lambda)$).

туру этих мод распределением центральной продольной моды, положив $F_{rj}^{q,N}(x) = F_r^{q,N}(x)$. Опуская несложные преобразования, получаем уравнения

$$\frac{dN_2(x, t)}{dt} = W[N_T - N_2(x, t)] - UN_2(x, t) \sum_r F_r^N(x - x_r) q_r(t) - \frac{N_2(x, t)}{\tau}, \quad (9)$$

$$\frac{dq_r(t)}{dt} = q_r(t) \left[UV \int_{-\infty}^{+\infty} F_r^q(x - x_r) N_2(x) dx - \sum_j \text{Re } \gamma_{rj} \Phi_r(\lambda_j - \lambda_r, t) / \tau_c \right], \quad (10)$$

где $q_r(t) = \sum_j q_{rj}(t)$ – интенсивность поля резонатора r ; $\Phi_r(\lambda_j, t)$ ($\sum_j \Phi_r(\lambda_j, t) = 1$) – функция, характеризующая временную зависимость спектра поля резонатора r , достаточным приближением для которой являются решения системы (6)–(8). При подстановке $\Phi_r(\lambda_j, t)$ и $F_r(x)$ в (9), (10) происходит перенос от λ_j к длине волны λ_r «настройки» парциального резонатора и от x к координате x_r его оси. Результирующий спектр учитывает эволюцию спектров парциальных резонаторов и конкуренцию между их полями:

$$Q(\lambda, t) = \sum_r \Phi_r(\lambda, t) q_r(t).$$

Численный анализ системы (9), (10) был выполнен для серии функций $G(\lambda)$ (с различной асимметрией и эксцессом). На рис.6 показано влияние степени «пространственно-неоднородного уширения» μ (отношения расстояния между максимумами полей соседних резонаторов в активной среде к полуширине функции $F_r(x)$) на $Q(\lambda)$ в лазерах с одинаковой кинетикой накачки и с одной и той же асимметричной функцией $G(\lambda)$ (кривая I). При увеличении μ распределение средних значений $\{q_r(t) \approx Q(\lambda_r)\}$ постепенно приближается к распределению амплитуд $\{a_r\}$ функции $G(\lambda)$ (при $\mu = 0$ их различие максимально). При этом с увеличением длительности в промежутках между $\{\lambda_r\}$ спектр все больше искажается за счет конкуренции мод в парциальных резонаторах.

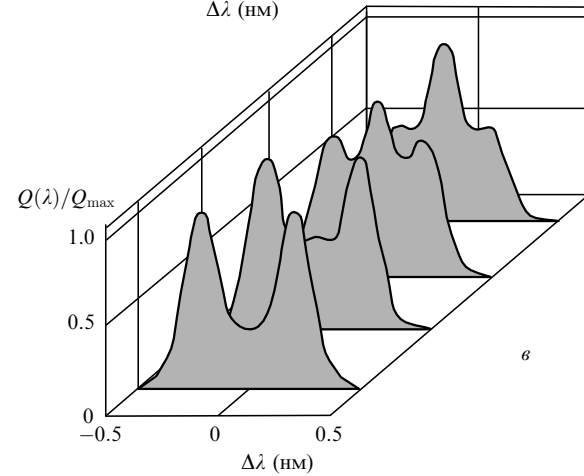
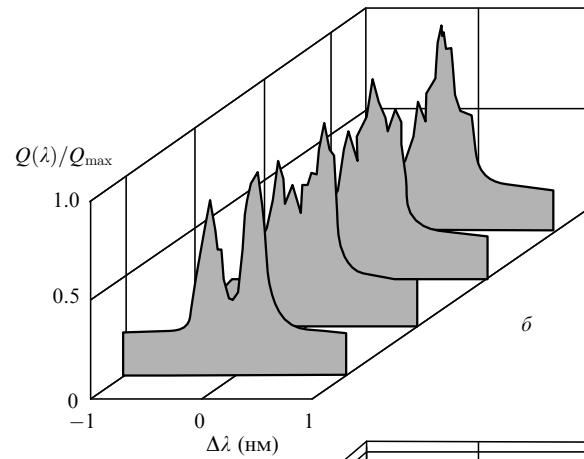
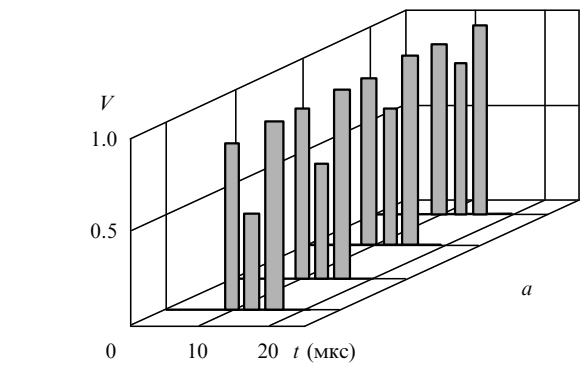


Рис.7. Перестройка эксцесса: соотношение между формами звуковых волн (а), экспериментальными (б) и расчетными (в) лазерными спектрами.

Учитывая указанные обстоятельства, модифицируем алгоритм синтеза. Будем добиваться сходства спектра не с $G(\lambda)$, а с приближением этой функции к среднему спектру, заменяя $G_r(\lambda - \lambda_r)$ средними спектрами парциальных резонаторов (в случае гауссовых функций просто вводится поправка к ширине функции $G_r(\lambda - \lambda_r)$), а стартовые амплитуды $\{a_r\}$ берутся такими, которые обеспечивали бы необходимое соотношение средних величин $\{q_r(t)\}$.

Эффективность такого алгоритма в лазере с пространственным звуковым модулятором б, обеспечивающим ступенчатое распределение амплитудного пропускания на примере перестройки эксцесса, подтверждает рис.7. Экспериментальные и расчетные средние спектры удовлетворительно согласуются.

5. Заключение

Отметим наиболее важные результаты работы, связанные с учетом влияния пространственной структуры мод на нелинейные процессы:

1. В перестраиваемых лазерах с резонаторами с угловой дисперсией в области, переходной к угловой дисперсии широкоапертурных резонаторов ($\beta > 3.5$), спектр может трансформировать свою форму от одnogорбой к двугорбой и обратно через промежуточные фазы. При этом на динамику изменения спектра существенно влияет учет реальной нормировки мод дисперсионных резонаторов. Последнее обстоятельство может оказаться важным и в других задачах, решения которых в нелинейной области зависят от соотношений конфигураций мод, в частности в лазерах с резонаторами других типов (например, неустойчивыми).

2. Обоснован алгоритма синтеза непрерывного спектра, который, наряду с особенностями селекции волн в дисперсионных резонаторах, учитывает влияние конкуренции мод в лазере и нелинейного «пространственно-неоднородного уширения» в активной среде.

Полученные закономерности имеют более общее значение, т. к. могут быть ответственны и за другие практически важные эффекты (например, скачкообразное смещение линии при сдвиге настройки спектральной функ-

ции), в том числе эффекты, более сложно проявляющиеся из-за влияния нестационарных изменений параметров активной среды (наведение тепловых линз, поперечные смещения зоны возбуждения при изменении характеристик лазера накачки и т. д.) и интерференционных эффектов в активной среде (например, в кристаллах корунда с примесью ионов титана), изменяющих форму спектральной функции.

1. Анохов С.П., Марусий Т.Я., Соскин М.С. *Перестраиваемые лазеры* (М., Радио и связь, 1982).
2. Flamant P. *Appl.Optics*, **17**, 955 (1978).
3. Parkhomenko Yu.N., Galkin O.N., Gorbenko O.V. *Appl.Optics*, **37**, 7763 (1998).
4. Кравченко В.И., Пархоменко Ю.Н., Соколов В.А. *Квантовая электроника*, **15**, 85 (1988).
5. Armandillo E., Giuliani G. *Optics Letts*, **11**, 445 (1985).
6. Snell K.J., McCarthy N., Piche M., Lavigne P. *Optics Comms*, **65**, 377 (1988).
7. Parent A., Lavigne P. *Appl.Optics*, **28**, 901 (1989).
8. Кравченко В.И., Пархоменко Ю.Н. *Квантовая электроника*, **12**, 1220 (1985).
9. Пархоменко Ю.Н. *Квантовая электроника*, **25**, 1131 (1998).
10. Ханян Я.И. *Квантовая радиофизика. Динамика квантовых генераторов* (М., Сов.радио, 1975, т. 2).
11. Самсон А.М. *Методы расчета оптических квантовых генераторов на органических красителях. Препринт Института физики АН БССР* (Минск, 1970).
12. Ярив А. *Квантовая электроника* (М., Сов. радио, 1980).