

Теория дифференциального и интегрального рассеяния лазерного излучения на поверхности диэлектрика с учетом наличия дефектного слоя

В.В.Азарова*, В.Г.Дмитриев*, Ю.Н.Лохов*, К.Н.Малицкий**

Теоретически исследовано дифференциальное и интегральное рассеяние света на диэлектрических поверхностях с учетом наличия тонкого приповерхностного дефектного слоя. Методом функций Грина найдены выражения для интенсивности дифференциального и полного интегрального рассеяния. Найдены условия, при которых рассеянием на дефектном слое можно пренебречь по сравнению с рассеянием на шероховатости. Предложена методика разделения рассеяний, связанных с шероховатостью и с дефектным слоем. Проведены оценки типичных изменений диэлектрической проницаемости и интенсивности рассеяния, соответствующих дефектному слою, связанному с повышенной концентрацией структурных дефектов в приповерхностной области.

Ключевые слова: дифференциальное рассеяние, полное интегральное рассеяние, дефектный слой.

1. Введение

Методы дифференциального (angle resolved scattering – ARS) и полного интегрального (total integral scattering – TIS) рассеяния широко применяются для метрологического исследования оптических поверхностей [1]. В этих методах измеряется интегральная или угловая мощность рассеянного на поверхности излучения, нормированная на мощность зеркально отраженного излучения. Существование поверхностного рассеяния связано с неоднородностями оптических свойств поверхности и приповерхностной области, такими как шероховатость поверхности и дефектный слой, возникающими в результате прецизионной обработки поверхностей.

Интерпретация экспериментальных результатов по методам дифференциального и полного интегрального рассеяния требует создания полной физико-математической модели рассеяния света оптической поверхностью с учетом всех приводящих к нему эффектов. На сегодняшний день хорошо исследованным является лишь рассеяние на шероховатости поверхности [2–4]. Слабо изучены остаются вопросы, связанные с другими возможными механизмами поверхностного рассеяния, в частности с неоднородностью оптических свойств приповерхностной области. Вследствие этого при анализе экспериментальных данных обычно предполагается, что шероховатость является единственным источником поверхностного рассеяния; при этом не делается никаких оценок точности подобного приближения.

Таким образом, отсутствие развитой теории поверхностного рассеяния, с учетом как шероховатости, так и приповерхностного дефектного слоя, не позволяет достоверно интерпретировать экспериментальные данные,

полученные методами дифференциального и интегрального рассеяния, в которых используются измерения интенсивности рассеянного излучения. Кроме того, развитие такой теории позволило бы найти различия в характеристиках рассеяний, связанных с шероховатостью и с дефектным слоем, и тем самым предложить методику определения параметров как шероховатости, так и дефектного слоя указанными методами. Отметим, что задача нахождения параметров приповерхностных дефектных и нарушенных слоев является актуальной в ряде задач лазерной физики, таких как повышение оптической стойкости поверхностей к лазерному излучению, захват частот в резонаторах лазерных гироскопов и др.

В настоящей работе рассмотрена задача упругого поверхностного рассеяния оптического излучения, связанного с наличием тонкого (по сравнению с длиной волны) приповерхностного слоя с малыми флуктуациями диэлектрической проницаемости или показателя преломления. Рассматриваемая модель является приближением для описания неоднородностей оптических свойств приповерхностного слоя, связанных с повышенной концентрацией структурных дефектов различного типа (например, вакансий, дислокаций, вакансионных пор, атомов внедрения и т. п.), а также с флуктуациями концентрации дефектов (такой приповерхностный слой мы называем дефектным слоем).

Основной причиной возникновения дефектного слоя являются большие силовые напряжения, возникающие при прецизионной обработке поверхности, например при шлифовании и полировании, в связи с чем резко понижается порог образования структурных дефектов. Кроме того, наличие свободной поверхности приводит к возникновению ряда поверхностных эффектов (например, переходного слоя, поверхностных электронных, или таммовских, состояний), которые также могут вызывать изменение оптических свойств в приповерхностной области.

Для исследования задачи рассеяния использован метод функции Грина, развитый ранее применительно к рассеянию на шероховатости [3]. Найдены зависимости

*Федеральное государственное унитарное предприятие "НИИ «Полос» им. М.Ф.Стельмаха", Россия, 117342 Москва, ул. Введенского, 3

**Московский физико-технический институт (государственный университет), Россия, 141700 Долгопрудный Моск. обл., Институтский пер., 9

для дифференциального и полного интегрального рассеяния от параметров дефектного слоя. Рассмотрены вопросы, связанные с условиями малости интенсивности излучения, рассеянного дефектным слоем, по сравнению с интенсивностью излучения, рассеянного шероховатостями, а также возможность разделения рассеяний, обусловленных данными механизмами. Рассмотрена простая модель влияния структурных дефектов на оптические свойства, позволяющая провести оценку характерных параметров дефектного слоя и соответствующего рассеяния, связанного с повышенной концентрацией структурных дефектов. Проведено сравнение коэффициентов полного интегрального рассеяния на дефектном слое и на шероховатости, а также интенсивности рассеяния Мандельштама–Бриллюэна для прецизионных кварцевых подложек.

2. Постановка задачи и основные уравнения

Рассмотрим плоскую монохроматическую волну, падающую из вакуума под углом θ_0 на плоскую поверхность оптического диэлектрика (ось z направлена нормально к поверхности диэлектрика, плоскость падения совмещена с плоскостью xz , рис.1):

$$\mathbf{E}(\mathbf{R}) = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t + i\mathbf{k}^{(0)} \cdot \mathbf{R}). \quad (1)$$

Далее рассмотрим следующую модель диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\omega)$. Предположим, что диэлектрик описывается постоянной изотропной вещественной диэлектрической проницаемостью. В тонком приповерхностном слое с характерной толщиной d существуют малые изотропные флуктуации диэлектрической проницаемости:

$$\varepsilon(\mathbf{R}) = \varepsilon^{(0)} - \Delta\varepsilon(x, y) \exp\frac{z}{d}, \quad -d < z < 0, \quad (2)$$

$$\varepsilon(\mathbf{R}) = \varepsilon^{(0)}, \quad z < -d,$$

$$\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon^{(0)}} \ll 1, \quad \frac{d}{\lambda} \ll 1. \quad (3)$$

Здесь $\Delta\varepsilon(x, y)$ – случайная функция, описывающая флуктуации диэлектрической проницаемости.

Стационарная задача упругого поверхностного рассеяния света состоит в решении волнового уравнения

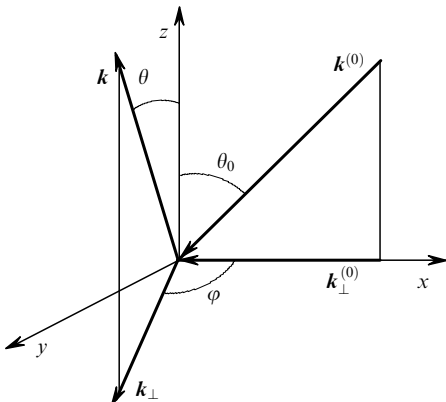


Рис.1. Геометрия углов.

$$\hat{\Delta}\mathbf{E}(\mathbf{R}) + \varepsilon^{(0)} \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}(\mathbf{R}) = -\Delta\varepsilon(\mathbf{R}) \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}(\mathbf{R}) + \frac{1}{\varepsilon^{(0)2}} [\mathbf{E}(\mathbf{R}) \text{grad} \Delta\varepsilon(\mathbf{R})] \text{grad} \Delta\varepsilon(\mathbf{R}), \quad (4)$$

которое следует из уравнений Максвелла, с граничными условиями

$$E_{n1} = \varepsilon E_{n2}, \quad E_{t1} = E_{t2}, \quad z = 0, \quad (5)$$

где индексы 1 и 2 относятся к вакууму и диэлектрику соответственно; n, t – нормальные и тангенциальные поверхности компоненты векторов поля.

Будем далее полагать, что справедливо условие малости $\Delta\varepsilon$

$$\frac{\Delta\varepsilon}{d^2} \sin^2 \theta_0 \ll \varepsilon^{(0)2} \frac{\omega^2}{c^2}, \quad (6)$$

при выполнении которого в волновом уравнении (3) можно пренебречь градиентным членом. Отметим, что условие (6) накладывает ограничение на градиент в продольном направлении, перпендикулярном поверхности. Градиент в поперечном направлении вдоль поверхности значительно меньше продольного, т.к. в задаче рассеяния важны флуктуации ε на расстояниях, больших или сравнимых с λ , а в рассматриваемом случае тонких слоев $d \ll \lambda$. Условие (6) выполняется, например, для дефектного слоя толщиной $d = 100 \text{ \AA}$ и $\Delta\varepsilon = 0.01$ при $\lambda = 0.63 \text{ мкм}$.

Таким образом, при выполнении (6) волновое уравнение примет вид

$$\hat{\Delta}\mathbf{E}(\mathbf{R}) + \varepsilon^{(0)} \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}(\mathbf{R}) = -\Delta\varepsilon(\mathbf{R}) \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}(\mathbf{R}). \quad (7)$$

Правую часть уравнения (7) при выполнении условий малости (3) можно рассматривать как возмущение задачи Френеля

$$\hat{\Delta}\mathbf{E} + \varepsilon^{(0)} \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E} = 0, \quad (8)$$

решения которого известны и описывают падающую, зеркально отраженную и преломленную волны.

Таким образом, для решения задачи (7) можно использовать методы теории возмущений. Для нахождения интенсивности рассеянного излучения в первом порядке теории возмущений используем метод функций Грина и разложения в пространственные интегралы Фурье, развитый в работе [3] для рассеяния на шероховатости.

3. Результаты расчетов

Обозначим через P_{ik} интенсивность излучения при дифференциальном рассеянии, равную интенсивности излучения, рассеянного в направлении, соответствующем углам рассеяния θ, φ . Нормировка проведена на интенсивность падающего излучения I_0 и единичный телесный угол Ω , индексы $i, k = s$ или p означают поляризации падающего и рассеянного полей соответственно. В результате расчетов находим

$$P_{ik} = \frac{1}{I_0} \frac{dI_{ik}}{d\Omega} = \frac{\omega^4}{\pi^2 c^4} g(|\mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}_\perp^{(0)}|) F_{ik}(\theta, \varphi, \theta_0, \varepsilon), \quad (9)$$

где

$$g(|\mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}_\perp^{(0)}|) = \int \exp[-i(\mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}_\perp^{(0)})\mathbf{r}] \Psi(r) dS \quad (10)$$

– функция спектральной плотности мощности (СПМ) флуктуаций диэлектрической проницаемости в дефектном слое, являющаяся пространственным двумерным фурье-образом функции корреляции флуктуаций диэлектрической проницаемости

$$\Psi(r) = \Psi(|\mathbf{r}' - \mathbf{r}''|) = \langle \Delta\varepsilon(\mathbf{r}') \Delta\varepsilon(\mathbf{r}'') \rangle. \quad (11)$$

Усреднение выполняется по цилиндрическому объему с толщиной d и площадью основания, равной площади освещаемой поверхности;

$$\mathbf{k}_\perp = \{k_x, k_y, 0\} = \frac{2\pi}{\lambda} \{\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, 0\},$$

$$\mathbf{k}_\perp^{(0)} = \{k_x^{(0)}, 0, 0\} = \frac{2\pi}{\lambda} \{\sin \theta_0, 0, 0\} \quad (12)$$

– составляющие волновых векторов, перпендикулярные нормали к поверхности рассеянной и падающей волн соответственно. Выражения для угловых функций $F_{ik}(\theta, \varphi, \theta_0, \varepsilon)$ приведены в Приложении.

Полная интегральная интенсивность, т.е. интенсивность излучения, рассеянного в верхнее полупространство, находится путем интегрирования соответствующих выражений для дифференциального рассеяния по всем возможным углам рассеяния и азимута:

$$P_{TISi}(\theta_0) = \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \int_0^{2\pi} d\varphi [P_{si}(\theta, \varphi, \theta_0) + P_{pi}(\theta, \varphi, \theta_0)]. \quad (13)$$

Предположим, что функция корреляции флуктуаций диэлектрической проницаемости в дефектном слое является гауссовой,

$$\Psi_g(r) = \Delta\bar{\varepsilon}^2 d^2 \exp\left(-\frac{r^2}{l^2}\right), \quad (14)$$

с функцией СПМ

$$g_g(|\mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}_\perp^{(0)}|) = \pi \Delta\bar{\varepsilon}^2 d^2 l^2 \exp\left(-\frac{|\mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}_\perp^{(0)}|^2 l^2}{4}\right), \quad (15)$$

где l – корреляционная длина, соответствующая характерным поперечным размерам флуктуаций диэлектрической проницаемости.

Кроме того, пренебрежем слабой зависимостью угловых функций от углов рассеяния. Тогда в практически наиболее важном случае длин корреляции, больших длины волны, получим следующее выражение для P_{TIS} в случае нормального падения ($\theta_0 = 0$, нормировка проведена на интенсивность зеркально отраженного излучения):

$$P_{TIS} = \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \frac{\Delta\bar{\varepsilon}}{\varepsilon - 1}\right)^2, \quad l \geq \lambda. \quad (16)$$

Можно видеть, что это выражение будет соответствовать выражению для P_{TIS} на шероховатости, если среднеквадратичную шероховатость σ заменить на $d\Delta\bar{\varepsilon} \times (\varepsilon - 1)^{-1}$. Таким образом, при выполнении условия

$$\frac{\Delta\bar{\varepsilon} d}{\varepsilon - 1} < \sigma \quad (17)$$

рассеяние на дефектном слое слабо по сравнению с рассеянием на шероховатости.

4. Обсуждение результатов

4.1. Возможность разделения рассеяний на шероховатости и дефектном слое

Выражение (9) описывает рассеяние, связанное с наличием дефектного слоя. Это выражение имеет тот же вид, что и выражение для рассеяния на шероховатости (см. [4]), т.е. интенсивность рассеянного излучения определяется как произведение четвертой степени частоты, функции СПМ и угловой функции. Сравнение угловых функций, соответствующих рассеянию на дефектном слое, с угловыми функциями, соответствующими рассеянию на шероховатости, показывает, что они совпадают для всех типов рассеяния, кроме рр-типа. В случае рассеяния рр-типа на шероховатости в плоскости падения ($\varphi = 0$) интенсивность рассеянного излучения обращается в нуль при угле рассеяния θ' , определяемом условием

$$\sin^2 \theta' = \frac{\varepsilon(\varepsilon - \sin^2 \theta_0)}{\varepsilon - \sin^2 \theta_0(1 - \varepsilon^2)}. \quad (18)$$

Этот минимум наблюдается только при углах падения $\theta_0 > 40^\circ$. Однако при рассеянии на дефектном слое интенсивность рассеянного излучения не обращается в нуль ни при каких углах рассеяния. Для примера на рис.2 представлены угловые функции $F_{pp}^r(\theta)$ и $F_{pp}^b(\theta)$, соответствующие рассеянию рр-типа на шероховатости и дефектном слое при угле падения $\theta_0 = 45^\circ$ в плоскости падения ($\varphi = 0$).

Такое различие в зависимостях позволяет предложить следующую методику разделения рассеяний, связанного с шероховатостью и дефектным слоем, с использованием излучения разной поляризации, и одновременного определения соответствующих функций СПМ:

1. Проводятся два измерения индикатрисы дифференциального рассеяния в случае s-поляризации ($I_s(\theta)$) и р-поляризации ($I_p(\theta)$) падающего излучения при угле падения $\theta_0 = 40 - 55^\circ$ в плоскости падения ($\varphi = 0$).

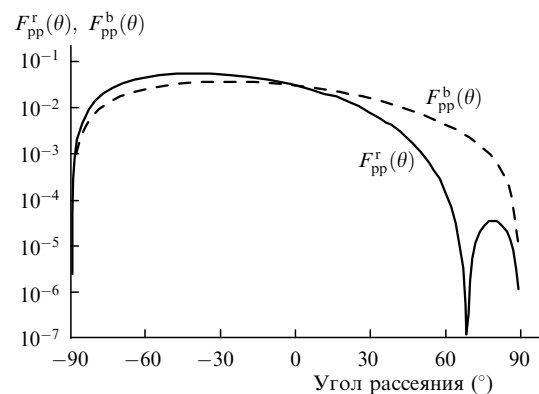


Рис.2. Зависимость от угла рассеяния угловых функций $F_{pp}^r(\theta)$ и $F_{pp}^b(\theta)$, соответствующих рассеянию рр-типа на шероховатости (r) и дефектном слое (b), при угле падения $\theta_0 = 45^\circ$ в плоскости падения ($\varphi = 0$).

2. Функции СПМ шероховатости $g_r(k)$ и дефектного слоя $g_b(k)$ находятся следующим образом:

$$g_r(k) = \frac{1}{F_{bs}(\theta)} \frac{I_s(\theta)F_{bp}(\theta) - I_p(\theta)F_{rs}(\theta)}{F_{bp}(\theta) - F_{rp}(\theta)},$$

$$g_b(k) = \frac{1}{F_{bs}(\theta)} \frac{I_p(\theta)F_{bs}(\theta) - I_s(\theta)F_{rp}(\theta)}{F_{bp}(\theta) - F_{rp}(\theta)},$$
(19)

где $F_{rs}(\theta)$, $F_{rp}(\theta)$, $F_{bs}(\theta)$, $F_{bp}(\theta)$ – угловые функции, соответствующие s- и p-поляризации падающего излучения, для рассеяния на шероховатости (r) и дефектном слое (b).

Слабость рассеяния на дефектном слое по сравнению с рассеянием на шероховатости можно также определить следующим образом. На индикатрисе рассеяния rr-типа, снятой при угле падения $40-55^\circ$, найдем угол рассеяния θ' , определяемый условием (18), при котором рассеяние на шероховатости отсутствует. Если на индикатрисе действительно наблюдается минимум порядка погрешности измерения, то рассеяние на дефектном слое является слабым по сравнению с рассеянием на шероховатости. Если же минимума не наблюдается, то рассеяние на слое сравнимо с рассеянием на шероховатости, и для правильного измерения характеристик шероховатости необходимо провести вычитание рассеяния на дефектном слое согласно (19).

Для примера на рис.3 приведены типичные индикатрисы дифференциального рассеяния ss- и rr-типа, измеренные на полированной кварцевой подложке при угле падения $\sim 45^\circ$ (область углов $41-49^\circ$ соответствует за светке зеркально отраженным излучением). Показаны также кривые, соответствующие теоретической аппроксимации экспериментальных данных с использованием выражений для рассеяния на шероховатости с экспоненциальной статистикой ($g(k) = 2\pi\sigma^2 l^2 / (1 + k^2 l^2)^{3/2}$, $\sigma \approx 5$ нм, $l = 0.7$ мкм). Можно видеть, что действительно при угле рассеяния $\sim 70^\circ$, соответствующем выражению (18), для рассеяния rr-типа наблюдается хорошо выраженный минимум. Кроме того, видно хорошее согласие экспериментальных данных с теоретическими кривыми, соответствующими рассеянию на шероховатости. Следовательно, для подложек данного типа рассеяние на дефектном слое много слабее рассеяния на шероховатости.

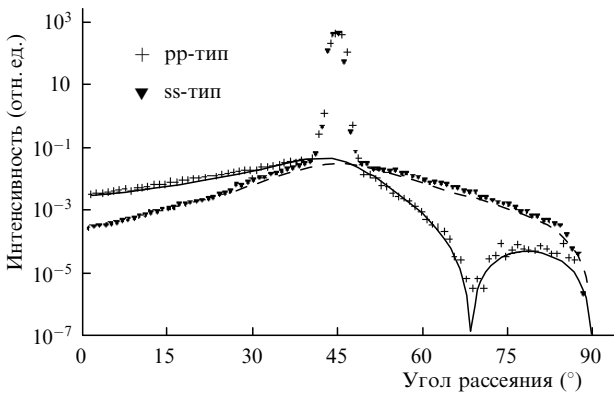


Рис.3. Индикатрисы дифференциального рассеяния ss- и rr-типа на полированной кварцевой подложке (нормировка проведена на интенсивность зеркально отраженного излучения), а также теоретические аппроксимации (кривые) с использованием выражений для рассеяния на шероховатости и экспоненциальной статистики ($\sigma \approx 5$ нм, $l = 0.7$ мкм).

Таким образом, измерения параметров рассеяния при разных поляризациях падающего излучения позволяют разделить вклады в рассеяние, связанные с шероховатостью и дефектным слоем.

4.2. Оценка характерных параметров дефектного слоя

В данной работе предполагается, что дефектный слой связан с повышенной концентрацией структурных дефектов. Рассмотрим следующую упрощенную модель влияния дефектов на диэлектрическую проницаемость в этом слое. Предположим, что влияние дефекта состоит в изотропной деформации среды в некоторой области V_d вокруг дефекта, причем такая деформация описывается следующей упрощенной зависимостью:

$$\Delta(R) = \Delta_0 \exp\left(-\frac{R-a}{a_d}\right), \quad R \geq a, \quad (20)$$

где Δ_0 – отклонение атома, ближайшего к дефекту; a_d – характерный радиус области влияния дефекта; a – среднее межатомное расстояние, причем

$$\frac{\Delta_0}{a} \ll 1, \quad \frac{a}{a_d} \ll 1, \quad a_d \ll \lambda. \quad (21)$$

Воспользовавшись выражением для упругооптического эффекта, можно оценить среднее изменение ε в области влияния дефекта V_d (такой подход соответствует традиционной методике, используемой в [5]):

$$\Delta\bar{\varepsilon}_d \sim 6 \frac{\Delta_0}{a_d} p, \quad (22)$$

где p – упругооптическая постоянная.

Изменение ε в области с концентрацией точечных дефектов $N_d(R)$ найдем согласно формуле диэлектрической проницаемости смеси [5]:

$$\Delta\varepsilon_{db}(R) = \frac{4\pi}{3} a_d^3 \Delta\varepsilon_d N_d(R). \quad (23)$$

Среднее изменение области с концентрацией дефектов N_d

$$\Delta\bar{\varepsilon}_{db} = \frac{4\pi}{3} a_d^3 \Delta\bar{\varepsilon}_d N_d. \quad (24)$$

Отметим, что $\Delta\bar{\varepsilon}_d$ – среднее изменение ε в области влияния дефекта, а $\Delta\bar{\varepsilon}_{db}$ – среднее изменение слоя с концентрацией дефектов N_d .

Далее необходимо найти функцию корреляции и функцию СПМ дефектного слоя. Для корреляционных длин порядка λ , как это следует из условия малости области влияния дефекта (21), функция корреляции связана только с флуктуациям плотности дефектов:

$$\Psi(r') = \Delta\bar{\varepsilon}_{db}^2 \frac{\langle n_d(r)n(r+r') \rangle}{n_d^2}, \quad r' \geq \lambda, \quad (25)$$

где $n_d(r)$ – число точечных дефектов под единичной площадью поверхности, т. е. $n_d(r) = N_d(\mathbf{R})d$, $n_d = N_d d$.

Возможны два варианта распределения дефектов.

1. Случайное (нормальное) распределение. В этом случае можно считать, что дисперсия числа дефектов в

Табл.1. Характерные величины и интенсивности рассеянного излучения, связанные с дефектным слоем, шероховатостью, РМБ.

Эффект	$\Delta\bar{\epsilon}_{db}$	Оценка $\Delta\bar{\epsilon}_{db}$	I_{TIS}	Оценка I_{TIS}	Параметры оценок
Шероховатость	–	–	$\left(\frac{4\pi\sigma}{\lambda}\right)^2$	$4 \cdot 10^{-4}$	$\sigma = 10 \text{ \AA}$
Случайное распределение структурных дефектов	$\Delta\bar{\epsilon}_d a_d^3 N_d$	10^{-5}	$\frac{d}{N_d} \left(\frac{4\pi}{\lambda L} \frac{\Delta\bar{\epsilon}_{db}}{\epsilon - 1}\right)^2$	$4 \cdot 10^{-13}$	$\Delta\bar{\epsilon}_d \sim 10^{-3}, L = 1 \text{ мкм}, N_d = 10^{15} \text{ см}^{-3}$
Регулярное распределение структурных дефектов	$\Delta\bar{\epsilon}_d a_d^3 N_d$	10^{-3}	$\left(\frac{4\pi d}{\lambda} \frac{\Delta\bar{\epsilon}_{db}}{\epsilon - 1}\right)^2$	$4 \cdot 10^{-8}$	$\Delta\bar{\epsilon}_d \sim 10^{-3}, N_d = 10^{17} \text{ см}^{-3}$
Коэффициент РМБ	–	–	$\frac{p^2 k T}{64 \rho u^2} D$	10^{-10}	$p = p_{11} \approx 0.13, u \approx 5 \cdot 10^5 \text{ см/с}, \rho = 2.65 \text{ г/см}^3, D = 0.5 \text{ см}$

круге радиусом L равна числу дефектов в этом круге $N_d L^2 d$. Следовательно, функция корреляции, соответствующая случайным флуктуациям плотности точечных дефектов, запишется в следующем виде (для определенности полагается, что случайное распределение является гауссовым):

$$\Psi_c(r') = \frac{\Delta\bar{\epsilon}_{db}^2}{L^2 N_d d} \exp\left(-\frac{r^2}{L^2}\right). \quad (26)$$

2. Регулярное распределение, при котором плотность дефектов модулирована в той или иной степени некоторым механизмом. Такое распределение может, например, возникать при полировании, т.к. плотность дефектов резко возрастает под зерном полирита за время контактного взаимодействия и достигает плотности $\sim 10^{19} \text{ см}^{-3}$, необходимой для размножения дислокаций, движение которых представляет собой пластическое течение (см., напр., [6]). В общем случае функцию корреляции, соответствующую регулярному распределению плотности дефектов, найти сложно. Рассмотрим частный случай, при котором плотность дефектов в максимумах много больше средней плотности дефектов. В этом случае дисперсия числа дефектов, как следует из ее определения, равна квадрату числа дефектов в максимумах плотности, и поэтому функция корреляции примет простой вид:

$$\Psi_r(r) = \Delta\bar{\epsilon}_{db}^2 \exp\left(-\frac{r^2}{L^2}\right). \quad (27)$$

Функции СПМ, соответствующие случайному ($g_c(k_\perp)$) и регулярному ($g_r(k_\perp)$) распределениям дефектов, таковы:

$$g_c(k_\perp) = \frac{\pi \Delta\bar{\epsilon}_{db}^2}{N_d d} \exp\left(-\frac{k_\perp^2 L^2}{4}\right), \quad (28)$$

$$g_r(k_\perp) = \pi \Delta\bar{\epsilon}_{db}^2 L^2 \exp\left(-\frac{k_\perp^2 L^2}{4}\right). \quad (29)$$

Используя (9) и (13), можно найти интенсивности рассеянного излучения для обоих методов исследования рассеяния при наличии дефектного слоя, обусловленного повышенной концентрацией структурных дефектов.

В табл.1 приведены характерные $\Delta\bar{\epsilon}_{db}$ и интегральные интенсивности рассеяния, а также их оценки для параметров дефектного слоя, которые типичны для прецизионных полированных кварцевых подложек ($a_d = 100 \text{ \AA}$, $L_0 = 0.1 \text{ \AA}$, $d = 100 \text{ \AA}$, $\lambda = 0.63 \text{ мкм}$).

Для сравнения в табл.1 также приведены соответствующие выражения для интегрального рассеяния на ше-

роховатости поверхности и коэффициент объемного рассеяния Мандельштама – Бриллюэна (РМБ) (D – толщина образца) [5]. Видно, что только регулярные флуктуации плотности дефектов могут приводить к существенной интенсивности рассеянного излучения, которая, тем не менее, много меньше интенсивности излучения, рассеянного на шероховатости.

Следовательно, для прецизионных кварцевых подложек рассеяние на шероховатости является доминирующим. Тем не менее это совершенно не означает, что для других типов поверхностей можно без предварительной оценки пренебрегать рассеянием на дефектном слое.

Приложение

Выражения для угловых функций

Угловые функции, которые входят в выражения для дифференциального рассеяния на дефектном слое (9), имеют следующий вид (первый и второй нижние индексы обозначают поляризацию рассеянного и падающего полей соответственно; нормировка проводится на интенсивность падающего излучения):

$$F_{ss} = \frac{\cos \theta_0 \cos^2 \theta \cos^2 \varphi}{[\cos \theta_0 + (\epsilon - \sin^2 \theta_0)^{1/2}]^2 [\cos \theta + (\epsilon - \sin^2 \theta)^{1/2}]^2},$$

$$F_{sp} = \frac{\cos \theta_0 \cos^2 \theta \sin^2 \varphi (\epsilon - \sin^2 \theta_0)}{[\epsilon \cos \theta_0 + (\epsilon - \sin^2 \theta_0)^{1/2}]^2 [\cos \theta + (\epsilon - \sin^2 \theta)^{1/2}]^2},$$

$$F_{ps} = \frac{\cos \theta_0 \cos^2 \theta \sin^2 \varphi (\epsilon - \sin^2 \theta)}{[\cos \theta_0 + (\epsilon - \sin^2 \theta_0)^{1/2}]^2 [\epsilon \cos \theta + (\epsilon - \sin^2 \theta)^{1/2}]^2},$$

$$F_{pp} = \frac{\cos \theta_0 \cos^2 \theta \cos^2 \varphi}{[\epsilon \cos \theta_0 + (\epsilon - \sin^2 \theta_0)^{1/2}]^2 [\epsilon \cos \theta + (\epsilon - \sin^2 \theta)^{1/2}]^2} \times [(\epsilon - \sin^2 \theta_0)^{1/2} (\epsilon - \sin^2 \theta)^{1/2} - \sin \theta_0 \sin \theta]^2.$$

При нормировке на интенсивность зеркально отраженного излучения угловые функции получаются из вышеприведенных функций заменой знаков «+» на «-» перед множителем $(\epsilon - \sin^2 \theta_0)^{1/2}$ в знаменателях.

1. Bennett J.M., Mattsson L. *Introduction to surface roughness and scattering* (Washington, DC, Optical Society of America, 1989).
2. Elson J.M., Bennett J.M. *Opt. Engng*, **18**, 116 (1979).
3. Maradudin A.A., Mills D.L. *Phys. Rev. B*, **11**, 2943 (1975).
4. Азарова В.В., Дмитриев В.Г., Лохов Ю.Н., Малицкий К.Н. *Квантовая электроника*, **30**, 360 (2000).
5. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1992).
6. Киттель Ч. *Введение в физику твердого тела* (М., Наука, 1978).