

Стабильная двухчастотная генерация Nd^{3+} :YAG-лазера с фазоанизотропным резонатором при внутррезонаторной ГВГ в режиме управления частотами излучения

Д.В.Зеленин, Р.А.Карле, В.Н.Петровский, Е.Д.Проценко

Теоретически и экспериментально рассмотрен режим работы двухчастотного Nd^{3+} :YAG-лазера с фазоанизотропным резонатором при внутррезонаторной ГВГ (ВРГВГ). Показано, что при соответствующем выборе конфигурации резонатора в таком лазере может быть реализован стабильный по интенсивности двухчастотный режим генерации на основной (1.064 мкм) и второй (0.532 мкм) гармониках излучения при непрерывном изменении межмодового расстояния в широких пределах.

Ключевые слова: двухчастотный лазер, стабильная двухчастотная генерация, межмодовое расстояние.

1. Введение

Стабильные по интенсивности двухчастотные лазеры с управляемыми частотами излучения используются в настоящее время для проведения ряда фундаментальных физических экспериментов и при решении некоторых прикладных задач [1–3]. Особое место среди лазеров данного типа могут занять Nd^{3+} :YAG-лазеры с полупроводниковой накачкой при внутррезонаторной ГВГ (ВРГВГ). В частности, они могут быть использованы при разработке двухволновых лазерных диагностических систем, лазерных систем связи, лазерных интерферометров и оптических стандартов частоты.

В общем случае при помещении внутрь резонатора нелинейного кристалла – удвоителя частоты, который изготовлен из двулучепреломляющего материала, т.е. является фазоанизотропным элементом, спектр исходного фазоизотропного резонатора расщепляется на два спектра мод со взаимно ортогональными поляризациями. При соответствующем выборе оптической длины резонатора и превышения усиления над потерями генерацию на основной гармонике излучения ($\lambda_1 = 1.064$ мкм) можно осуществить на двух соседних модах с частотами ω_1 и ω_2 со взаимно ортогональными поляризациями. В этом случае генерация на второй гармонике ($\lambda_2 = 0.532$ мкм) будет осуществляться на трёх компонентах с частотами $2\omega_1$, $2\omega_2$, $\omega_1 + \omega_2$, поляризации которых параллельны.

Как показали проведённые ранее исследования [4–8], наличие компоненты на суммарной частоте $\omega_1 + \omega_2$ приводит к возникновению нерегулярных пульсаций в выходном излучении лазера как на основной, так и на второй гармонике излучения. Это объясняется нескоррелированностью флуктуаций интенсивностей отдельных мод. Для снижения флуктуаций в ряде работ (см., напр., [5–7]) предложено поместить внутрь резонатора четвертьволновую пластинку, оптические оси которой ориентированы под углом 45° по отношению к оптическим осям

кристалла-удвоителя. Однако в этом случае при произвольной фазовой анизотропии кристалла-удвоителя стабильную по интенсивности генерацию на обеих гармониках излучения можно получить только при фиксированных межмодовых расстояниях: $c/4L_0$ на основной и $c/2L_0$ на второй гармониках излучения (c – скорость света в вакууме, L_0 – оптическая длина резонатора).

Целью настоящего исследования является разработка и создание стабильного по интенсивности двухволнового Nd^{3+} :YAG-лазера с полупроводниковой накачкой при ВРГВГ и управляемым в широких пределах (практически от нуля до максимально возможных расстояний $c/2L_0$ и c/L_0) частотным расстоянием между компонентами излучения соответственно на основной и второй гармониках, а также оценка устойчивости такого режима генерации при изменении параметров резонатора.

2. Основные положения

Для решения поставленной задачи предложена конфигурация резонатора, оптическая схема которого представлена на рис.1. Резонатор образован зеркалами 1 и 5, хорошо отражающими излучение основной гармоники. В пространство между зеркалами вдоль оптической оси резонатора помещены изотропный активный элемент 2, кристалл-удвоитель 3 с разностью набегов фаз φ_1 для обыкновенного и необыкновенного лучей и фазоанизотропный элемент 4 с разностью набегов фаз φ_2 для обыкновенного и необыкновенного лучей. В конструкции резонатора предусмотрена возможность изменения разности набегов фаз φ_2 и взаимной угловой ориентации оптических осей элементов 3 и 4, которая задаётся углом θ .

Для определения интенсивностей на основной и второй гармониках излучения и межмодового расстояния необходимо рассмотреть поляризационную матрицу Джонса полного обхода резонатора и найти собственные векторы и собственные значения данной матрицы [10].

Для рассматриваемого резонатора в области между левым зеркалом и кристаллом-удвоителем матрица полного обхода резонатора выглядит следующим образом:

$$A = R\Phi_1 S(\theta)\Phi_2 R\Phi_2 S(\theta)\Phi_1, \quad (1)$$

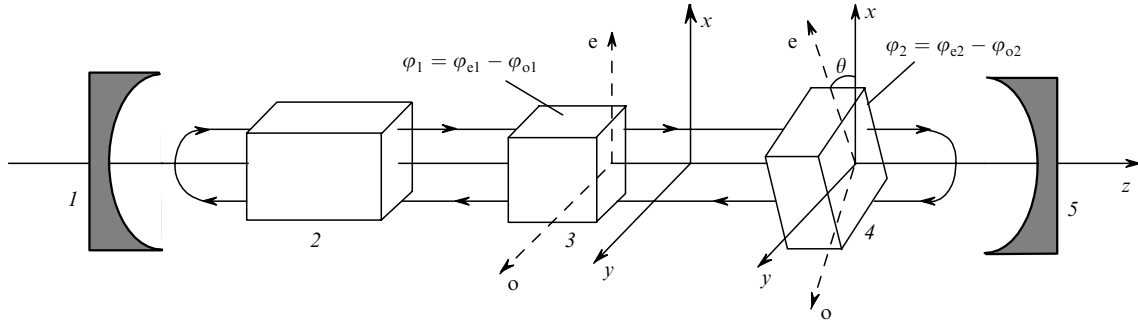


Рис.1. Оптическая схема фазоанизотропного резонатора:

1 – глухое зеркало резонатора; 2 – активный элемент; 3 – кристалл-удвоитель; 4 – фазоанизотропный элемент; 5 – выходное зеркало.

где R – матрица отражения от зеркала; $S(\theta)$ – матрица поворота на угол θ ; Φ_1 и Φ_2 – матрицы кристалла-удвоителя и фазоанизотропного элемента с разностью фаз φ_1 и φ_2 соответственно. Конкретный вид матриц, входящих в (1), можно найти, например, в работе [9].

Решив задачу на собственные векторы и собственные значения матрицы A , можно найти векторы электромагнитных полей двух взаимно ортогонально поляризованных мод E_1 и E_2 , частотное расстояние между соседними модами и интенсивность излучения на второй гармонике.

В общем случае спектр мод фазоанизотропного резонатора состоит из эквидистантно расположенных пар различно поляризованных мод с межмодовым расстоянием ω_{12} и периодом $c/2L_0$. В данной работе нас будет интересовать только двухчастотный режим генерации, поэтому в дальнейшем будем рассматривать характеристики излучения двух соседних мод.

Согласно [6], [10], выражения для E_1 и E_2 можно записать в следующем виде:

$$E_1(\omega_1) = \frac{|E_1|}{N_1} \exp[i(\omega_1 t + \alpha_1)] \begin{pmatrix} B_1 \\ C_1 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$E_2(\omega_2) = \frac{|E_2|}{N_2} \exp[i(\omega_2 t + \alpha_2)] \begin{pmatrix} B_2 \\ C_2 \end{pmatrix},$$

где α_1 и α_2 – начальные сдвиги фаз;

$$\begin{aligned} B_1 &= \cos^2 \theta \sin(\varphi_1 + \varphi_2) + \sin^2 \theta \sin(\varphi_1 - \varphi_2) \\ &+ \left\{ [\cos^2 \theta \sin(\varphi_1 + \varphi_2) + \sin^2 \theta \sin(\varphi_1 - \varphi_2)]^2 \right. \\ &\left. + \sin^2 2\theta \sin^2 \varphi_2 \right\}^{1/2}; \quad C_1 = \sin 2\theta \sin \varphi_2; \\ B_2 &= \frac{1}{\sin 2\theta \sin \varphi_2} \left\{ \cos^2 \theta \sin(\varphi_1 + \varphi_2) \right. \\ &+ \sin^2 \theta \sin(\varphi_1 - \varphi_2) - \left. \left\{ [\cos^2 \theta \sin(\varphi_1 + \varphi_2) \right. \right. \\ &\left. \left. + \sin^2 \theta \sin(\varphi_1 - \varphi_2)]^2 + \sin^2 2\theta \sin^2 \varphi_2 \right\}^{1/2} \right\}; \\ C_2 &= 1; \quad N_1 = (B_1^2 + C_1^2)^{1/2}; \quad N_2 = (B_2^2 + C_2^2)^{1/2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Согласно [6], полная интенсивность излучения на второй гармонике

$$\mathfrak{J} = \frac{d_{\text{eff}}^2}{4} [g(I_1^2 + I_2^2) + 4(1-g)I_1 I_2], \quad (4)$$

где I_1^2 и I_2^2 – интенсивности генерации на второй гармонике на удвоенных частотах $2\omega_1$ и $2\omega_2$; $I_1 I_2$ соответствует интенсивности ГВГ на суммарной частоте $\omega_1 + \omega_2$; d_{eff} – эффективный коэффициент преобразования во вторую гармонику;

$$g = 4 \left(\frac{B_1 C_1}{N_1^2} \right)^2 \quad (5)$$

– коэффициент удвоения.

Из собственных значений матрицы A можно также найти частотное расстояние между модами:

$$\omega_{12} = \frac{c}{2\pi L_0} \arccos [\cos^2 \theta \cos 2\varphi + \sin^2 \theta \cos(2\delta\varphi)], \quad (6)$$

где $\varphi = (\varphi_1 + \varphi_2)/2$; $\delta\varphi = (\varphi_1 - \varphi_2)/2$.

3. ГВГ только на удвоенных частотах $2\omega_1$ и $2\omega_2$

Как следует из работ [4–8], при ВРГВГ в нелинейном кристалле, в котором осуществляется волновой синхронизм типа II, при генерации на основной гармонике двух мод с ортогональными поляризациями спектр излучения лазера на второй гармонике в общем случае состоит из трёх компонент. Интенсивности компонент на удвоенных частотах $2\omega_1$, $2\omega_2$ и на суммарной частоте $\omega_1 + \omega_2$ определены в формуле (4).

Исследования, проведённые в работах [5–8], показали, что именно наличие компоненты на суммарной частоте ответственно за возникновение больших нестабильностей интенсивности в лазере с ВРГВГ. Этот факт, по мнению авторов цитируемых работ, объясняется тем, что при $g \neq 1$ моды с разными поляризациями связаны между собой через генерацию суммарной частоты в нелинейном кристалле, изменения их интенсивностей антикоррелированы, т.е. происходят в противофазе, а интенсивность компоненты на суммарной частоте составляет $\sim (1-g)I_1 I_2$, что и объясняет решающий вклад этой компоненты в большие нестабильности суммарной интенсивности второй гармоники при этом условии.

С другой стороны, при выполнении условия $g = 1$ моды с разными поляризациями не связаны между собой через генерацию суммарной частоты в нелинейном кристалле, поскольку интенсивность компоненты на суммарной частоте равна нулю и, тем самым, исчезает

главный источник существования больших нестабильностей интенсивности в лазере с ВРГВГ, работающем в двухчастотном режиме.

Аналогичный вывод можно сделать и относительно поведения интенсивности излучения на основной гармонике при ВРГВГ. Как отмечено в [7], потери каждой моды, обусловленные взаимодействием мод с разными поляризациями, составляют $\sim(1-g)I_1I_2$, а потери, обусловленные взаимодействием мод с одинаковыми поляризациями, равны $\sim gI_1^2$. Это означает, что при $g \neq 1$, как и в случае ГВГ, основным источником больших нестабильностей интенсивности на основной гармонике является наличие сильной связи мод с разными поляризациями через генерацию суммарной частоты.

Согласно (5), условию $g = 1$ соответствует соотношение $B_1 = \pm C_1$, анализ которого с учётом выражения (3) для коэффициентов B_1 и C_1 позволяет определить связь между параметрами θ , φ_1 и φ_2 при выполнении условия $g = 1$:

$$\varphi_2 = \arccot(-\cos 2\theta \cot \varphi_1), \quad (7)$$

где $\theta \neq 0, \pi/2$.

Таким образом, при фиксированной разности набегов фаз φ_1 в кристалле-удвоителе, изменяя фазовый набег φ_2 фазоанизотропного элемента и подбирая соответствующий угол θ , можно в соответствии с формулой (7) выполнить условие $g = 1$. В этом случае, как уже отмечалось выше, генерация на второй гармонике осуществляется только на компонентах с частотами $2\omega_1$ и $2\omega_2$ при стабильном по интенсивности выходном излучении как на основной, так и на второй гармонике.

Остановимся теперь на поведении межмодового расстояния на основной частоте при изменении параметров резонатора в условиях сохранения соотношения $g = 1$. Выражение (6) для межмодового расстояния на основной частоте при выполнении условия (7) зависит только от одной независимой переменной, в качестве которой может выступать либо φ_2 , либо θ . Соответствующие выражения для ω_{12} имеют следующий вид:

$$\omega_{12}(\varphi_2) = \frac{c}{2\pi L_0} \arccos \left(\frac{\cos \varphi_2}{\cos \varphi_1} \right), \quad \text{если } \varphi_1 \neq \frac{\pi}{2},$$

$$\omega_{12}(\theta) = \begin{cases} \frac{c}{2\pi L_0} \arccos \left\{ \frac{\cos[\arccot(-\cos 2\theta \cot \varphi_1)]}{\cos \varphi_1} \right\}, & \text{если } \varphi_1 \neq \frac{\pi}{2}, \\ \frac{c}{2\pi L_0} \arccos(-\cos 2\theta), & \text{если } \varphi_1 = \varphi_2 = \frac{\pi}{2}. \end{cases} \quad (8)$$

При заданной разности набегов фаз φ_1 в кристалле-удвоителе и при условии стабильной генерации, когда φ_2 и θ взаимосвязаны, можно пользоваться одним из выражений (8) – либо зависимостью $\omega_{12}(\theta)$, либо зависимостью $\omega_{12}(\varphi_2)$.

При использовании лазеров с управляемым межмодовым расстоянием важно иметь информацию о характере поведения межмодового расстояния и диапазоне его изменения при варьировании параметров резонатора. В данном разделе эти проблемы рассматриваются при условии выполнения соотношения $g = 1$. На рис.2,а пред-

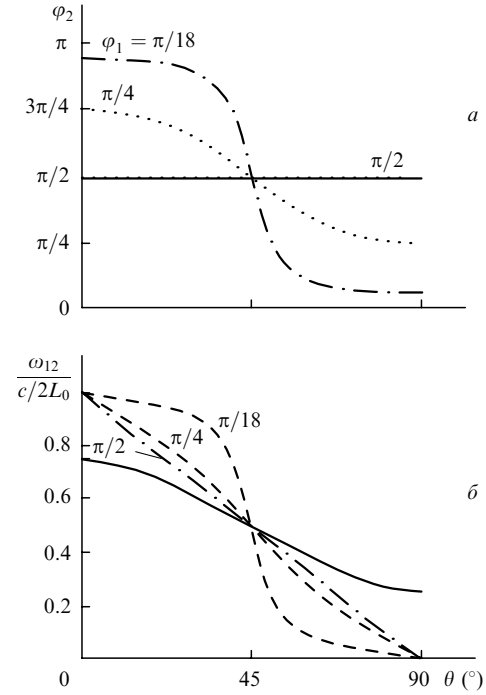


Рис.2. Зависимости фазового набег φ_2 (а) и межмодового расстояния ω_{12} (б) от угла θ при стабильной генерации лазера с разными φ_1 и конфигурации резонатора, описанной в работах [5–8] (сплошная кривая).

ставлены зависимости $\varphi_2(\theta)$, построенные с использованием формулы (7), а на рис.2,б – нормированные зависимости $\omega_{12}(\theta)$, построенные для трёх разностей набегов фаз φ_1 в кристалле-удвоителе: $\pi/18$, $\pi/4$, $\pi/2$. Из рис.2 видно, что в общем случае зависимости $\varphi_2(\theta)$ и $\omega_{12}(\theta)$ нелинейные.

Для малых φ_1 ($\varphi_1 = \pi/18$ на рис.2,б) зависимость $\omega_{12}(\theta)$ существенно нелинейна, имеет плато при углах θ , близких к нулю и $\pi/2$. С увеличением φ_1 вплоть до $\varphi_1 = \pi/2$ зависимости $\omega_{12}(\theta)$ всё более и более приближаются к линейной. В окрестности точки $\theta \approx \pi/4$ кривизна зависимостей $\omega_{12}(\theta)$ изменяется и при любых φ_1 эти зависимости становятся близкими к линейной. В точке $\theta = \pi/4$ межмодовое расстояние не зависит от разности набегов фаз φ_1 :

$$\omega_{12}\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{c}{2\pi L_0} \arccos \left\{ \frac{\cos[\arccot(0)]}{\cos \varphi_1} \right\} = \frac{c}{4L_0}.$$

Особо следует выделить ситуацию, когда $\varphi_1 = \varphi_2 = \pi/2$. В этом случае, согласно (8), зависимость $\omega_{12}(\theta)$ принимает следующий вид:

$$\omega_{12}(\theta) = \frac{c}{2\pi L_0} \arccos(-\cos 2\theta) = \frac{c}{2\pi L_0} (\pi - 2\theta),$$

$$\text{если } 0 < \theta < \frac{\pi}{2},$$

$$\omega_{12}(\theta) = \frac{c}{2\pi L_0} (2\theta - \pi), \quad \text{если } \frac{\pi}{2} < \theta < \pi,$$

т.е. при данных параметрах кристалла-удвоителя и фазоанизотропного элемента во всём диапазоне изменения угла θ зависимость $\omega_{12}(\theta)$ имеет линейный характер.

Остановимся теперь на вопросе, связанном с диапазоном изменения межмодового расстояния $D = \omega_{12}^{\max} -$

ω_{12}^{\min} (где ω_{12}^{\max} , ω_{12}^{\min} – максимальное и минимальное межмодовые расстояния) в условиях стабильной генерации. Для получения зависимости $D(\theta, \varphi_2)$ необходимо рассмотреть пределы функций (8) при $\theta \rightarrow 0$ и $\theta \rightarrow \pi/2$ и при фиксированной разности фазовых набегов φ_1 в кристалле-удвоителе. Проведённый анализ соотношений (8) показал, что независимо от φ_1

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \omega_{12}(\theta) = \frac{c}{2L_0}, \quad \lim_{\theta \rightarrow \pi/2} \omega_{12}(\theta) = 0.$$

Таким образом, при любой разности фазовых набегов φ_1 в кристалле-удвоителе в условиях стабильной генерации можно реализовать максимально возможный диапазон изменения межмодового расстояния ω_{12} на основной гармонике $D_1^{\max} = c/2L_0$, а на второй гармонике – $D_2^{\max} = c/L_0$.

Для сравнения результатов, получаемых при различных конфигурациях фазоанизотропного резонатора, на рис.2,б приведена сплошная кривая, построенная для конфигурации резонатора, предложенной в работах [5–8], и $\varphi_1 = \pi/4$. Из нее видно, что в этом случае диапазон изменения межмодового расстояния заметно меньше, чем в предложенной в настоящей работе конфигурации резонатора. Кроме того, как отмечалось выше, стабильная по интенсивности генерация может быть реализована только при фиксированном межмодовом расстоянии $c/4L_0$.

4. Оценка точности настройки элементов фазоанизотропного резонатора в условиях стабильного двухчастотного режима генерации

Как отмечено выше, в условиях стабильного двухчастотного режима генерации ($g = 1$) параметры фазоанизотропного резонатора φ_1 , φ_2 , а также угол θ , характеризующий взаимную ориентацию фазоанизотропных элементов, связаны соотношением (6). Отклонение хотя бы одного из них от значений, удовлетворяющих соотношению (6), приводит к дестабилизации генерации.

В общем случае коэффициент g сложным образом зависит от параметров φ_1 , φ_2 , θ , поэтому для анализа точности настройки элементов фазоанизотропного резонатора в условиях стабильного двухчастотного режима генерации взято несколько характерных значений углов θ , с тем чтобы найти необходимую точность установки φ_2 .

На рис.3 приведены зависимости $g(\varphi_2)$ при разных углах θ в интервале $0 < \theta < 90^\circ$. Разности набегов фаз φ_1 взяты в интервале $0 < \varphi_1 \leq \pi/2$. Максимумы этих зави-

симостей соответствуют рассмотренному случаю стабильной генерации. Сравним поведение функций $g(\varphi_2)$ при разных углах θ , но одинаковых φ_1 . Видно, что для малых углов θ зависимости $g(\varphi_2)$ являются более острыми вблизи максимумов, что означает трудность настройки фазоанизотропного резонатора и поддержания стабильной генерации. При увеличении угла θ между оптическими осями фазоанизотропных элементов условия точности настройки фазоанизотропного резонатора по параметру φ_2 смягчаются. Наименее жёсткие требования для поддержания стабильного двухчастотного режима по параметру φ_2 предъявляются при угле $\theta \approx 45^\circ$. При дальнейшем увеличении угла θ (от 45 до 90°) поведение параметра g зеркально симметрично (относительно прямой $\varphi_2 = \pi/2$) рассмотренному выше на полуоткрытом интервале $0 < \theta \leq 45^\circ$.

5. Экспериментальное исследование двухчастотного Nd³⁺:YAG-лазера с ВРГВГ

Для проведения экспериментальных исследований разработан и создан комбинированный Nd³⁺:YAG-лазер, генерирующий излучение одновременно на длинах волн $\lambda_1 = 1.064$ мкм и $\lambda_2 = 0.532$ мкм. В качестве активного элемента использовался кристалл Nd³⁺:YAG диаметром 5 мм и длиной 5 мм. Продольная накачка осуществлялась двумя полупроводниковыми непрерывными лазерами мощностью 500 мВт, поляризации которых были взаимно ортогональны. Излучение лазеров накачки совмещалось и фокусировалось телескопической системой в центр активного элемента. Резонатор лазера длиной 20 мм образован двумя интерференционными зеркалами; выходное зеркало укреплено на пьезокорректоре.

В пространстве между активным элементом и внешним зеркалом вдоль оптической оси резонатора размещены удвоитель частоты и фазоанизотропный элемент. В качестве кристалла-удвоителя выбран кристалл КТР длиной 7 мм. Кристалл-удвоитель вырезан таким образом, чтобы обеспечить синхронизм второго рода при ГВГ. Он помещался в специальную оправу, позволяющую изменять взаимную ориентацию оптических осей (угол θ) кристалла-удвоителя и фазоанизотропного элемента. Предварительные эксперименты с лазером показали, что разность фазовых набегов для обыкновенного и необыкновенного лучей, вносимая кристаллом-удвоителем, $\varphi_1 = 0.42\pi$.

В качестве фазоанизотропного элемента использовался клин, выполненный из кристаллического кварца.

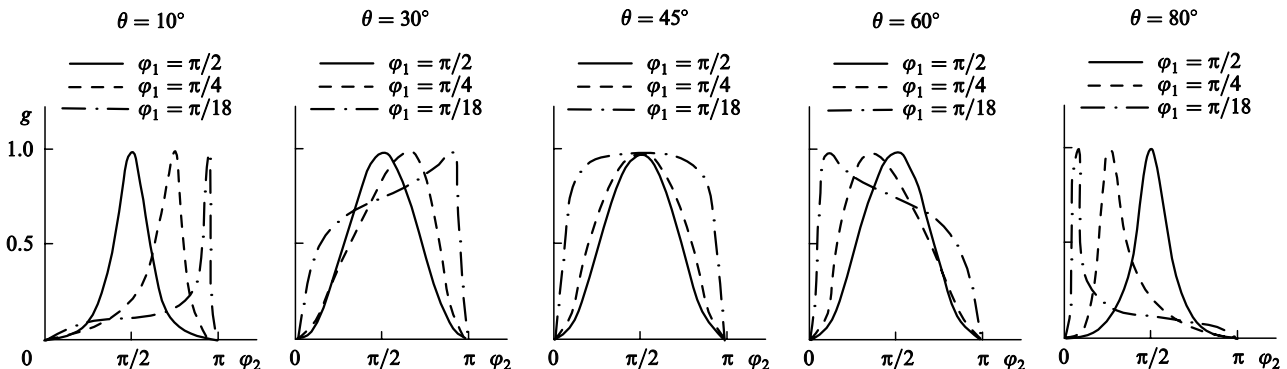


Рис.3. Зависимости коэффициента g от параметра φ_2 для разных значений φ_1 и θ .

Такой выбор элемента позволял плавно изменять фазовый сдвиг φ_2 линейным перемещением фазоанизотропного клина в направлении, перпендикулярном оптической оси резонатора. Управление положением аксиальных мод на контуре линии усиления производилось подачей регулируемого постоянного напряжения на пьезокорректор, на котором было укреплено выходное зеркало. Оптическая длина резонатора L_0 с учётом коэффициентов преломления активного элемента, кристалла-удвоителя и фазоанизотропного клина составляла ~ 30 мм. Эта длина соответствовала частотному расстоянию между двумя соседними нерасщепленными аксиальными модами, равному ~ 5 ГГц.

Превышение усиления над потерями можно было плавно изменять, управляя током полупроводниковых лазеров накачки. Оно было выбрано таким образом, чтобы активная часть контура линии усиления (диапазон частот, в котором усиление превышает потери) приблизительно соответствовала частотному расстоянию между нерасщепленными аксиальными модами Nd^{3+} :YAG-лазера.

В ходе экспериментов непрерывно контролировались межмодовые расстояния и спектры излучения основной и второй гармоник. Межмодовые расстояния в диапазоне $0.1 \leq \omega_{12} \leq 1.5$ ГГц регистрировались анализатором спектра, а для измерения межмодовых расстояний $\omega_{12} > 1.5$ ГГц использовался метод калиброванного клина [2].

Для контроля спектрального состава излучения основной и второй гармоник использовались сканирующие интерферометры. Интерферометр, предназначенный для исследования спектрального состава излучения основной гармоники, имел полосу обзора 5 ГГц и разрешающую способность ~ 100 МГц. Другой интерферометр, предназначенный для исследования спектрального состава излучения второй гармоники, имел полосу обзора 10 ГГц и разрешающую способность ~ 100 МГц.

6. Результаты экспериментального исследования

Экспериментально исследовались поведение интенсивности излучения основной и второй гармоник в зависимости от времени при различных взаимных ориентациях кристалла-удвоителя и фазоанизотропного элемента, определяемых углом θ , и разной фазовой анизотропии клина φ_2 , а также поведение межмодового расстояния ω_{12} и диапазон его изменения D в условиях стабильной генерации.

Исследования показали, что в общем случае рассматриваемый лазер генерировал две линейные ортогонально поляризованные аксиальные моды на частотах основной гармоники ω_1 и ω_2 . Это излучение частично преобразовывалось в излучение второй гармоники со спектральными компонентами, имеющими частоты $2\omega_1$, $2\omega_2$ и $\omega_1 + \omega_2$; все компоненты излучения второй гармоники имели параллельные поляризации. Для получения стабильного режима генерации в экспериментах задавался фиксированный угол θ , а затем линейным перемещением клина φ_2 изменялось до выполнения условия $g = 1$.

Было установлено, что соответствующим выбором параметров θ и φ_2 можно получить стабильную по интенсивности генерацию как на основной гармонике (рис.4,б), так и на второй гармонике излучения (рис.4,е). При этом нестабильный режим работы лазера (рис.4,а,з) сначала сменялся режимом генерации с регулярными нестабильностями (рис.4,б,д), а затем при дальнейшем перемещении клина становился стабильным. Для рис.4 угол $\theta = 35^\circ$, а интервал изменения межмодовых расстояний ω_{12} при переходе от режима рис.4,а к режиму рис.4,в составил $760 \leq \omega_{12} \leq 1100$ МГц.

Эксперименты также подтвердили возможность регулирования межмодового расстояния на основной и второй гармониках излучения в условиях стабильной по

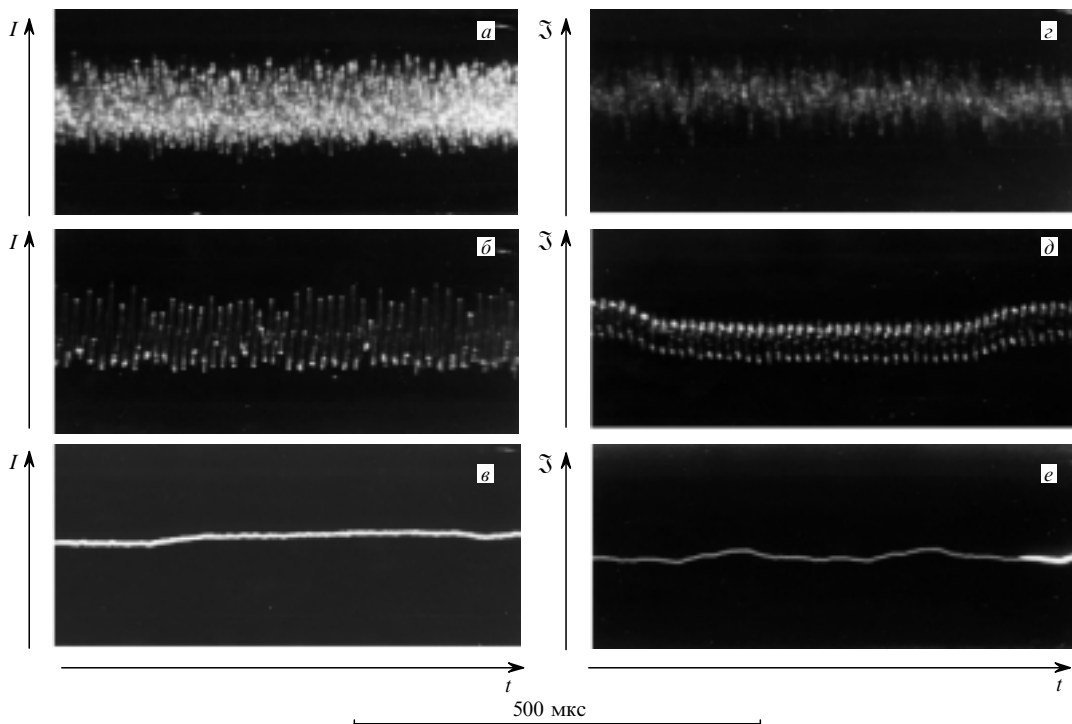


Рис.4. Экспериментальные зависимости интенсивности излучения от времени на основной (а-в) и второй (z-е) гармониках излучения.

интенсивности генерации в диапазонах от ~ 0 до $\sim c/2L_0$ и от ~ 0 до $\sim c/L_0$ соответственно.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 00-02-16061) и НТП «Университеты России – фундаментальные исследования» (грант № 991964).

1. Губин М.А., Проценко Е.Д. *Квантовая электроника*, **24**, 1080 (1997).
2. Карле-Шананин Р.А., Петровский В.Н., Проценко Е.Д., Шатрова Е.А., Соловьёв Д.И. *Opt. Commun.*, **143**, 241 (1997).
3. Czarske J.W., Mueller H. *Opt. Commun.*, **114**, 221 (1995).
4. Baer T. *J. Opt. Soc. Am. B*, **3**, 1175 (1986).
5. Ока М., Kubota S. *Opt. Lett.*, **13**, 805 (1988).
6. James G.E., Harrell II E.M., Roy R. *Phys. Rev. A*, **41**, 2778 (1990).
7. Наний О.Е., Палеев М.Р. *Квантовая электроника*, **20**, 761 (1993).
8. Friob L., Mandel P., Viktorov E.A. *Quant. Semiclas. Opt.*, **10**, 1 (1998).
9. Джеррард А., Бёрч Дж.М. *Введение в матричную оптику* (М., Мир, 1978, с. 221).
10. Козин Г.И., Коновалов И.П., Петровский В.Н., Проценко Е.Д., Рурукин А.Н. *Квантовая электроника*, **7**, 2405 (1980).