PACS 52.25.Jm; 52.38.Kd

Ионизационная рефракция как причина пространственно-временной модуляции короткого интенсивного лазерного импульса

М.В.Чеготов

Проанализирована трехмерная динамика распространения короткого интенсивного лазерного импульса в ионизующемся веществе. На основе предложенной аналитической модели исследована модуляция временного профиля лазерного импульса, обусловленная существенно трехмерной динамикой его распространения. Предложен критерий осуществления различных сценариев распространения импульса в ионизующемся газе. Численный самосогласованный анализ нелинейного распространения импульса в ионизующемся веществе показал правильность выводов простейшей аналитической модели.

Ключевые слова: *ионизационная рефракция, пространственно-временная модуляция, короткий лазерный импульс.*

1. Введение

Большой интерес к исследованию закономерностей распространения коротких интенсивных лазерных импульсов в ионизующемся веществе обусловлен широким спектром их возможных приложений. Это, в частности, генерация ускоряющей электроны кильватерной плазменной волны на ионизационном фронте [1, 2], генерация высших гармоник лазерной частоты в процессе ионизации вещества [3], создание источников высокозарядных ионов малой температуры [4]. Пространственно-временная эволюция лазерного импульса является одним из важнейших факторов, определяющих эффективность использования лазерного импульса в этих приложениях.

Проблемам распространения коротких интенсивных лазерных импульсов в ионизующихся средах посвящена к настоящему времени обширная литература. В частности, в работе [5] исследуется распространение лазерного импульса в частично ионизированной среде и влияние движения различных электронов (связанных и свободных) на процесс распространения; при этом ионизация и, как следствие, существенное изменение условий распространения импульса в ионизуемом им веществе не учитываются. Обсуждается модификация инкрементов общеизвестных параметрических неустойчивостей, а также появление новых типов неустойчивостей в присутствии связанных электронов (см. также [6]). Однако изложенная в этих работах теория представляет собой подобный представленному в [7] линейный анализ устойчивости распространения электромагнитного излучения в ионизированной среде, причем в качестве основного состояния лазерного поля, исследуемого на устойчивость, рассматривается плоская волна.

Результаты численного анализа одномерного распространения лазерного импульса в ионизующемся газе (см., напр., рис.1 в работе [8]) демонстрируют возникновение и развитие модуляции временного профиля импульса по мере его проникновения в вещество. В работе [8] (в одномерной постановке задачи) эта модуляция обусловлена поглощением излучения, связанным с приобретением свободными электронами в ходе ионизации остаточной энергии. Отметим, что такие потери энергии не описывают полных ионизационных потерь, которые включают в себя не учтенные в [8] потери на преодоление электроном потенциала ионизации [9]. В условиях работы [8] потери на остаточную энергию и потенциал ионизации близки. Совместное действие этих потерь приводит к «выеданию» временного профиля лазерного импульса. При этом на достаточно большой глубине проникновения излучения в газ с многоэлектронными атомами импульс приобретает вид импульса, промодулированного во времени [9].

Необходимость трехмерной постановки задачи при анализе распространения лазерного импульса в ионизующемся газе была продемонстрирована как теоретически, так и экспериментально в работе [10]. Было показано, что ионизация газа изменяет условия фокусировки и приводит к смещению фокуса. Однако влияние ионизации на пространственно-временную форму импульса не рассматривалось.

В настоящей работе исследуется модуляция временного профиля импульса, обусловленная трехмерной дифракцией излучения на плазменных образованиях (ионизационной рефракцией [11]). Такая модуляция возникает уже при небольших глубинах проникновения импульса в вещество, когда влиянием ионизационных потерь [9] на форму импульса можно пренебречь. Малая мощность импульса лазерного излучения по сравнению с критической для самофокусировки отличает механизм возникновения пространственно-временной модуляции импульса, исследуемый в настоящей работе, от обсуждаемых в [8, 12, 13]. В работе [8] (в неодномерной постановке задачи) мощность импульса превышала критическую для релятивистской самофокусировки, а в [12, 13] радиус лазерного импульса (пучка) был настолько велик, что мощность импульса превышала критическую для самофоку-

Институт теплофизики экстремальных состояний Объединенного института высоких температур РАН, Россия, 127412 Москва, Ижорская ул., 13/19; e-mail: chegotov@hedric.msk.su

Поступила в редакцию 13 сентября 2001 г.

сировки в нейтральном газе. Численное исследование распространения коротких интенсивных лазерных импульсов в ионизующихся газах проводилось также в работе [14], где было продемонстрировано формирование кольцевых структур в прошедшем сквозь газ лазерном излучении.

2. Основные уравнения

В предположении поперечности электромагнитного поля лазерного импульса, распространяющегося вдоль оси z, уравнение для электрического поля лазерного излучения $\vec{\mathscr{E}}(z, \boldsymbol{r}_\perp, t)$ имеет вид

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{\mathscr{E}}}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \vec{\mathscr{E}}}{\partial z^2} - \Delta_\perp \vec{\mathscr{E}} + \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial \boldsymbol{J}}{\partial t} = 0.$$

Здесь c – скорость света; $\Delta_\perp = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$; $\boldsymbol{r}_\perp = \boldsymbol{e}_x x + \boldsymbol{e}_y y$; $\boldsymbol{e}_x$ и $\boldsymbol{e}_y$ – единичные орты вдоль осей x и y соответственно; $\boldsymbol{J}$ – плотность электронного тока. Далее мы не будем учитывать нелинейности при движении электронов в поле лазерной волны. Такое приближение применимо при сравнительно небольшом $\mathscr{E}$, когда выполняется неравенство $e^2\mathscr{E}^2/m^2\omega_0^2 \ll c^2$, где e и m – заряд и масса электрона; ω_0 – частота лазерного излучения. Кроме того, имея целью исследование влияния ионизации на распространение лазерного излучения, мы пренебрежем ионизационным током [2]. Это возможно, поскольку амплитуды возбуждаемых этим током гармоник сравнительно невелики, а существенное влияние ионизационных потерь на ионизирующий лазерный импульс происходит только при сравнительно продолжительном распространении лазерного импульса в веществе [9].

Тогда уравнение для тока свободных электронов, возникающих в результате туннельной ионизации, примет вид

$$\frac{\partial \boldsymbol{J}}{\partial t} = \frac{e^2 n_\mathrm{e}}{m}\vec{\mathscr{E}},$$

где $n_\mathrm{e}(z, \boldsymbol{r}_\perp, t)$ – плотность свободных электронов. Отметим, что правая часть этого уравнения является нелинейной функцией напряженности лазерного поля, поскольку нарастающая во времени плотность свободных электронов в результате ионизации является сильно нелинейной функцией $\mathscr{E}$.

Для описания пространственно-временной эволюции электрического поля лазерного излучения, поляризованного в направлении $\boldsymbol{e}_x$, представим $\vec{\mathscr{E}}(z, \boldsymbol{r}_\perp, t)$ в виде

$$\vec{\mathscr{E}}(z, \boldsymbol{r}_\perp, \xi) = \frac{1}{2}\boldsymbol{e}_x E(z, \boldsymbol{r}_\perp, \xi)\exp(-\mathrm{i}\omega_0\xi) + \text{компл. сопр.}$$

и используем параболическое уравнение для медленно меняющейся на лазерном периоде $2\pi/\omega_0$ и длине волны $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$ амплитуды поля $E(z, \boldsymbol{r}_\perp, \xi)$:

$$\frac{\partial E}{\partial z} - \mathrm{i}\frac{c}{2\omega_0}\Delta_\perp E + \mathrm{i}\frac{\omega_\mathrm{p}^2}{2\omega_0 c}E = 0, \quad (1)$$

где $\omega_\mathrm{p}^2 = 4\pi e^2 n_\mathrm{e}(z, \boldsymbol{r}_\perp, t)/m$; $\xi = t - z/c$ – время в сопутствующей импульсу системе координат. В уравнении (1) мы пренебрегли, в частности, дисперсией электромагнитной волны в предположении малости электронной плотности: $n_\mathrm{e} \ll n_\mathrm{c} = m\omega_0^2/4\pi e^2$.

При описании динамики плотности электронов будем использовать систему уравнений

$$\frac{\partial n_\mathrm{e}}{\partial \xi} = \Gamma = \sum_a \sum_{k=0}^{Z_a-1} W_{ak}(E) n_{ak},$$

$$\frac{\partial n_{a0}}{\partial \xi} = -W_{a0}n_{a0}, \quad \frac{\partial n_{ak}}{\partial \xi} = -W_{ak}n_{ak} + W_{ak-1}n_{ak-1}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial n_{aZ_a}}{\partial \xi} = W_{aZ_a-1}n_{aZ_a-1}, \quad k = 1, \ldots, Z_a - 1,$$

где Z_a – заряд ядра атома вещества a; n_{ak} – плотность ионов вещества a с кратностью ионизации k ($k = 0$ соответствует нейтральному атому); $W_{ak}(E)$ – вероятность ионизации иона с кратностью k до иона с кратностью $k + 1$, определяемая формулой Аммосова – Делоне – Крайнова [15]

$$W_{ak}(E) = \omega_\mathrm{at}\sqrt{3}\left(\frac{\mathrm{e}}{\pi}\right)^{3/2}\frac{(k+1)^2}{n_*^{4.5}}\left[4\mathrm{e}\frac{(k+1)^3}{n_*^4}\frac{E_\mathrm{at}}{|E|}\right]^{2n_*-1.5}$$

$$\times\exp\left[-\frac{2}{3}\frac{(k+1)^3}{n_*^3}\frac{E_\mathrm{at}}{|E|}\right]; \quad (3)$$

$n_* = (k+1)(U_\mathrm{H}/U_{ak})^{1/2}$; U_H – потенциал ионизации атома водорода из основного состояния; $E_\mathrm{at} \approx 5.1 \times 10^9$ В/см – напряженность атомного поля; U_{ak} – потенциал ионизации иона вещества a с кратностью k до иона с кратностью $k+1$; $\omega_\mathrm{at} \approx 4.1 \times 10^{16}$ с$^{-1}$ – атомная частота; $\mathrm{e} \approx 2.72$ – основание натуральных логарифмов.

Граничное условие для уравнения (1) запишем в виде

$$E(z = 0, \boldsymbol{r}_\perp, \xi) = E_0\exp\left(-\frac{r_\perp^2}{r_0^2} - \frac{\xi^2}{\tau^2}\right), \quad (4)$$

что соответствует на границе входа в вещество $z = 0$ фокусировке с радиусом r_0 гауссова импульса с характерной длительностью τ. В качестве начального условия для уравнений (2) выберем условие

$$n_{a0}(z, \boldsymbol{r}_\perp, \xi = -\infty) = n_a^{(0)} = \mathrm{const},$$
$$n_{ak}(z, \boldsymbol{r}_\perp, \xi = -\infty) = 0, \quad k = 1, 2, \ldots, Z_a - 1, \quad (5)$$

отвечающее неионизированному однородному газу в отсутствие лазерного импульса.

3. Простейшая модель

В условиях туннельной ионизации плотность свободных электронов n_e оказывается весьма резкой функцией пространственно-временных переменных: во времени ионизация ионов вещества a кратности k с образованием иона кратности $k+1$ продолжается в течение нескольких лазерных периодов, а в пространстве – на протяжении нескольких лазерных длин волн (см. рис.1). Высокая степень локализации ионизации в окрестности некоторой интенсивности лазерного излучения позволяет говорить о пороговой интенсивности I_{ak}^th; неплохая оценка I_{ak}^th дается соотношением $I_{ak}^\mathrm{th} = cU_{ak}^4/[128\pi\mathrm{e}^6(k+1)^2]$ [9]. Это позволяет в качестве простейшей модели ионизации на передней части импульса ($\xi \leqslant 0$) рассмотреть следующую модель:

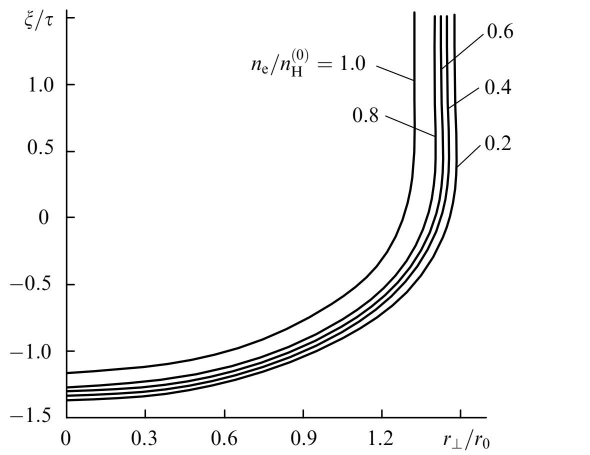

Рис.1. Линии уровня электронной плотности $n_e/n_H^{(0)}$ в водороде с плотностью $n_H^{(0)} = 10^{18}$ см$^{-3}$ в сопутствующей системе координат ξ, $r_\perp$ при $z = 0$ и следующих параметрах гауссова импульса: $I_0 = 10^{16}$ Вт/см^2, длительность по полувысоте модуля электрического поля $T = 40$ фс ($\tau = T/(2\ln 2)^{1/2} \approx 34$ фс), длина волны $\lambda_0 = 0.8$ мкм и радиус $r_0 = 53$ мкм.

$$n_e = \sum_a n_a^{(0)} \sum_{k=0}^{Z_a-1} \theta\big(I - I_{ak}^{\text{th}}\big), \tag{6}$$

где $\theta(p) = 0$ при $p < 0$ и 1 при $p \geqslant 0$. При малых глубинах проникновения лазерного импульса в вещество $z < z_R$ ($z_R = \omega_0 r_0^2/2c$ – рэлеевская длина) пространственная форма импульса (4) слабо деформируется. Для таких длин распределение плотности электронов (6) в координатах $\boldsymbol{r}_\perp, \xi$ для передней части импульса ($\xi \leqslant 0$) имеет вид вложенных друг в друга эллипсоидов:

$$\frac{r_\perp^2}{r_0^2} + \frac{\xi^2}{\tau^2} = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{I_0}{I_{ak}^{\text{th}}}\right), \tag{7}$$

где $I_0 = c|E_0|^2/8\pi$. Поскольку рекомбинационными процессами мы пренебрегаем в виду малости плотности газа, то распределение плотности n_e при $\xi > 0$ имеет вид вложенных друг в друга цилиндров с радиусами

$$R_{ak}(\xi > 0) = R_{ak}(0)\left[\frac{1}{2}\ln\left(\frac{I_0}{I_{ak}^{\text{th}}}\right)\right]^{1/2}, \tag{8}$$

причем плотность нарастает с переходом от цилиндра с бóльшим радиусом к цилиндру с меньшим радиусом (см. рис.2). Имея в виду сравнительно резкие границы плотности электронов в радиальном направлении, можно говорить о формировании плазменного волновода в результате ионизации газа импульсом. С точки зрения соотношения (8) равенство (7) можно интерпретировать следующим образом: произвольное сечение импульса $\xi = \text{const} \leqslant 0$ распространяется в среде, в которой плотность электронов, родившихся в результате ионизации, распределена внутри цилиндра с осью z с характерной зависимостью от поперечного радиуса $r_\perp$, показанной на рис.2, где радиусы R_{ak} зависят от данного положения на временном профиле импульса ξ:

$$R_{ak}(\xi) = r_0\left[\frac{1}{2}\ln\left(\frac{I_0}{I_{ak}^{\text{th}}}\right) - \frac{\xi^2}{\tau^2}\right]^{1/2}. \tag{9}$$

Таким образом, в ионизующемся веществе каждое сечение $\xi = \text{const}$ на временном профиле импульса оказывается распространяющимся в плазменном волноводе с поперечным распределением плотности электронов, близким к ступенчатому (см. рис.2), радиусы которого зависят от положения ξ и в данном случае определяются соотношением (9).

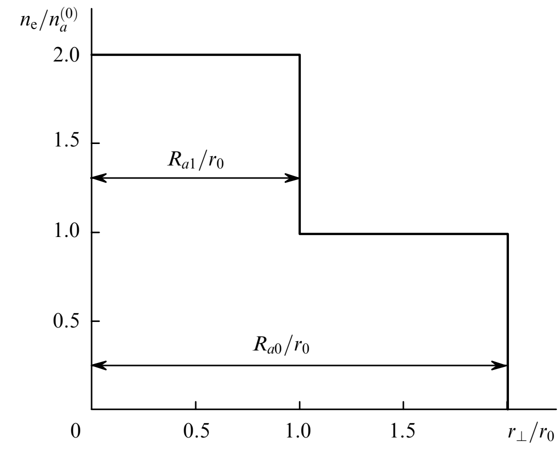

Рис.2. Поперечное к оси z распределение плотности электронов в модели (6).

В рамках этой модели мы будем решать уравнение (1) с граничным условием (4), причем поперечный распространению лазерного импульса профиль плотности электронов, входящей в уравнение (1), имеет характерный вид, показанный на рис.2, где радиусы на переднем фронте лазерного импульса ($\xi \leqslant 0$) R_{ak} зависят от ξ и определяются соотношением (9). Поскольку в рамках нашей модели длины распространения малы: $z/z_R \equiv s < 1$, найдем решение (1) в первом порядке разложения по параметру $n_e/n_c \ll 1$:

$$E(s, \boldsymbol{r}_\perp, \xi) = E^{(0)}(s, \boldsymbol{r}_\perp, \xi) - \frac{\omega_0^2}{4\pi c^2}\int_0^s \frac{ds'}{s-s'}\int d^2\boldsymbol{r}'_\perp \frac{n_e(\boldsymbol{r}'_\perp, \xi)}{n_c}$$
$$\times E^{(0)}(s, \boldsymbol{r}'_\perp, \xi)\exp\left[i\frac{1}{r_0^2}\frac{(\boldsymbol{r}_\perp - \boldsymbol{r}'_\perp)^2}{s-s'}\right], \tag{10}$$

где

$$E^{(0)}(s, \boldsymbol{r}_\perp, \xi) = \frac{E_0}{1+is}\exp\left(-\frac{\boldsymbol{r}_\perp^2/r_0^2}{1+is} - \frac{\xi^2}{\tau^2}\right)$$

– свободно дифрагирующее решение уравнения (1) с граничным условием (4).

Исследуем поведение интенсивности поля (10) на оси пучка $\boldsymbol{r}_\perp = 0$. Для этого вычислим интеграл по поперечному сечению в (10), учитывая (6):

$$E(s, \boldsymbol{r}_\perp = 0, \xi) = E^{(0)}(s, \boldsymbol{r}_\perp = 0, \xi)$$
$$\times\left\{1 + i\left(\frac{\omega_0 r_0}{2c}\right)^2 \sum_a \frac{n_a^{(0)}}{n_c}\sum_{k=0}^{Z_a-1}\theta(\xi - \xi_{ak}^{\text{th}})\right.$$
$$\left.\times\int_0^s\left\{\exp\left[i\frac{R_{ak}^2(\xi)}{r_0^2}\frac{1+is}{(s-s')(1+is')}\right] - 1\right\}ds'\right\}, \quad \xi \leqslant 0,$$

$$E(s, \boldsymbol{r}_\perp = 0, \xi) = E^{(0)}(s, \boldsymbol{r}_\perp = 0, \xi)$$
$$\times\left\{1 + i\left(\frac{\omega_0 r_0}{2c}\right)^2 \sum_a \frac{n_a^{(0)}}{n_c}\sum_{k=0}^{Z_a-1}\theta(I_0 - I_{ak}^{\text{th}})\times\right.$$

$$\times\int_0^s\left\{\exp\left[\mathrm{i}\frac{R_{ak}^2(0)}{r_0^2}\frac{1+\mathrm{i}s}{(s-s')(1+\mathrm{i}s')}\right]-1\right\}\mathrm{d}s'\bigg\},\quad \xi>0,$$

где $\xi_{ak}^{\rm th}$ соответствует положению пороговой интенсивности на переднем фронте ($\xi\leqslant 0$) временного профиля импульса при $\boldsymbol{r}_\perp=0$. Взяв квадрат модуля от этого выражения, получим в линейном по $n_{\rm e}/n_{\rm c}$ приближении

$$|E(s,\boldsymbol{r}_\perp=0,\xi)|^2=|E^{(0)}(s,\boldsymbol{r}_\perp=0,\xi)|^2$$

$$\times\left\{1-\frac{1}{2}\left(\frac{\omega_0 r_0}{c}\right)^2\sum_a\frac{n_a^{(0)}}{n_{\rm c}}\sum_{k=0}^{Z_a-1}\theta(\xi-\xi_{ak}^{\rm th})\int_0^s\exp\left(-\frac{R_{ak}^2(\xi)/r_0^2}{1+s'^2}\right)\right.$$

$$\left.\times\,\sin\left[\frac{R_{ak}^2(\xi)}{r_0^2}\frac{1+ss'}{(s-s')(1+s'^2)}\right]\mathrm{d}s'\right\},\quad \xi\leqslant 0,$$

$$(11)$$

$$|E(s,\boldsymbol{r}_\perp=0,\xi)|^2=|E^{(0)}(s,\boldsymbol{r}_\perp=0,\xi)|^2$$

$$\times\left\{1-\frac{1}{2}\left(\frac{\omega_0 r_0}{c}\right)^2\sum_a\frac{n_a^{(0)}}{n_{\rm c}}\sum_{k=0}^{Z_a-1}\theta(I_0-I_{ak}^{\rm th})\int_0^s\exp\left(-\frac{R_{ak}^2(0)/r_0^2}{1+s'^2}\right)\right.$$

$$\left.\times\,\sin\left[\frac{R_{ak}^2(0)}{r_0^2}\frac{1+ss'}{(s-s')(1+s'^2)}\right]\mathrm{d}s'\right\},\quad \xi>0,$$

При малых глубинах проникновения ($s^2R_{ak}^2(\xi)/r_0^2<1$) выражение (11) можно упростить:

$$|E(s,\boldsymbol{r}_\perp=0,\xi)|^2=|E^{(0)}(s,\boldsymbol{r}_\perp=0,\xi)|^2$$

$$\times\left\{1-\frac{s}{2}\left(\frac{\omega_0 r_0}{c}\right)^2\sum_a\frac{n_a^{(0)}}{n_{\rm c}}\sum_{k=0}^{Z_a-1}\theta(\xi-\xi_{ak}^{\rm th})\exp[-su_{ak}(s,\xi)]\right.$$

$$\left.\times\,F(u_{ak}(s,\xi))\right\},\quad \xi\leqslant 0,$$

$$(12)$$

$$|E(s,\boldsymbol{r}_\perp=0,\xi)|^2=|E^{(0)}(s,\boldsymbol{r}_\perp=0,\xi)|^2$$

$$\times\left\{1-\frac{s}{2}\left(\frac{\omega_0 r_0}{c}\right)^2\sum_a\frac{n_a^{(0)}}{n_{\rm c}}\sum_{k=0}^{Z_a-1}\theta(I_0-I_{ak}^{\rm th})\exp[-su_{ak}(s,0)]\right.$$

$$\left.\times\,F(u_{ak}(s,0))\right\},\quad \xi>0$$

Здесь $u_{ak}(s,\xi)=R_{ak}^2(\xi)/(r_0^2 s)$; $F(x)=\sin(x)-x\mathrm{Ci}(x)$;

$$\mathrm{Ci}(x)=-\int_x^\infty\frac{\cos t}{t}\mathrm{d}t$$

– интегральный косинус [16]. Если бы распространение лазерного импульса происходило в заранее приготовленном плазменном волноводе с фиксированным радиусом ($R=\mathrm{const}$), то временной профиль импульса определялся бы лишь временным профилем свободно дифрагирующего импульса $|E^{(0)}(\xi)|^2$ и тем самым временной зависимостью поля на границе (см. (4)).

Однако в ионизующемся веществе радиус R является функцией положения ξ на переднем фронте импульса (см. (9)), поэтому с проникновением импульса в ионизуемое им вещество передний фронт его временного профиля оказывается промодулированным (см. (12)). Заметим, что в рамках нашей модели задняя часть импульса распространяется в заранее сформированном плазменном волноводе ($\xi>0$). Следствием этого является отсутствие модуляции задней части импульса (см. (11), (12) при $\xi>0$).

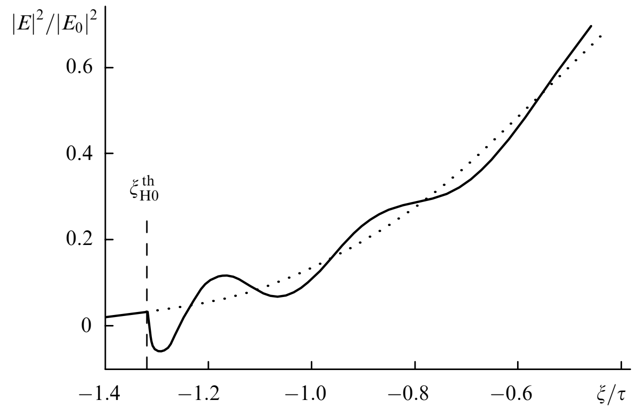

Рис.3. Зависимость (12) (сплошная линия) и зависимость начального профиля импульса (пунктир) от ξ. Параметры импульса и газа те же, что и на рис.1, время ξ отсчитывается от максимума начального профиля импульса, глубина проникновения импульса в глубь газа $z=0.1z_{\rm R}$.

На рис.3 представлена зависимость (12) от ξ для передней части импульса с максимальной интенсивностью $I_0=10^{16}$ Вт/см^2, длительностью по полувысоте модуля электрического поля $T=40$ фс, длиной волны $\lambda_0=0.8$ мкм и радиусом $r_0=53$ мкм, прошедшего на глубину $z=0.1z_{\rm R}$ в водороде ($U_{\rm H0}=13.6$ эВ, $I_{\rm H0}^{\rm th}=3.1\times10^{14}$ Вт/см^2) с начальной плотностью атомов $n_{\rm H}^{(0)}=10^{18}$ см$^{-3}$. При этом выбранная пороговая интенсивность $I_{\rm H0}^{\rm th}$ учитывает динамику ионизации в поле импульса и отличается от интенсивности 1.4×10^{14} Вт/см^2, предсказываемой вышеупомянутой формулой стационарной теории (ср. с [9]).

Отметим ряд особенностей полученной зависимости интенсивности на оси пучка от ξ. Они определяются главным образом поведением функции $F(x)$, представленной на рис.4. Вблизи пороговой интенсивности ионизации (в окрестности $\xi_{ak}^{\rm th}$ ($\xi>\xi_{ak}^{\rm th}$) на рис.3) интенсивность поля быстро падает. С удалением от пороговой интенсивности в сторону увеличения ξ поле импульса осциллирует относительно своей первоначальной временной формы, причем период осцилляций по ξ увеличивается, а их амплитуда падает.

Быстрое уменьшение интенсивности поля в окрестности $\xi_{ak}^{\rm th}$ означает эффективную дифракцию лазерного импульса на плазменном волноводе с малым радиусом. Поскольку при этом на участке $\xi_{ak}^{\rm th}<\xi<\xi_{ak}^{\rm NL}$ интенсивность поля $I=c|E|^2/8\pi$ становится меньше пороговой $I_{ak}^{\rm th}$ ($I_{ak}^{\rm th}\equiv I(\xi_{ak}^{\rm th})=I(\xi_{ak}^{\rm NL})$), то представленная здесь простейшая модель оказывается слишком грубой для описания нелинейной самосогласованной картины баланса ио-

Рис.4. Функция $F(x)=\sin x-x\mathrm{Ci}(x)$.

низации и дифракции на плазменных образованиях малого радиуса на участке (ξ_{ak}^{th}, ξ_{ak}^{NL}). Точка ξ_{ak}^{NL} находится из условия $I = I_{ak}^{\mathrm{th}}$. Тем не менее, как будет видно из численного самосогласованного анализа нелинейного распространения импульса в ионизующемся газе, модель правильно описывает тенденцию к быстрой дифракции на самом переднем фронте ионизации в окрестности ξ_{ak}^{th}. При неглубоком проникновении в вещество ($s < 1$) величина ξ_{ak}^{NL} приблизительно равна решению уравнения

$$F(u_{ak}(s,\xi)) = 0, \tag{13}$$

причем для нахождения ξ_{ak}^{NL} следует выбрать первый отличный от нуля корень $u_{ak}(s, \xi_{ak}^{\mathrm{NL}}) = u^{\mathrm{NL}} \approx 2.156$ (см. рис.4). Отсюда получим

$$\frac{\xi_{ak}^{\mathrm{NL}}}{\tau} = -\left[\frac{1}{2}\ln\left(\frac{I_0}{I_{ak}^{\mathrm{th}}}\right) - su^{\mathrm{NL}}\right]^{1/2} = -\left[\left(\frac{\xi_{ak}^{\mathrm{th}}}{\tau}\right)^2 - su^{\mathrm{NL}}\right]^{1/2}, \tag{14}$$

так что область эффективной дифракции на переднем фронте в окрестности порога ионизации увеличивается с проникновением импульса в вещество (т. е. с увеличением s).

При $\xi > \xi_{ak}^{\mathrm{NL}}$ интенсивность лазерного поля достаточна для ионизации. Точки максимумов отклонения $|E|^2$ от $|E^{(0)}|^2$ на оси ξ близки к точкам экстремумов функции $F(u_{ak}(s,\xi))$. Последние совпадают с нулями функции $\mathrm{Ci}(u_{ak})$. Поскольку $u^{(1)} \approx 0.617$ – первый отличный от нуля корень уравнения $\mathrm{Ci}(u) = 0$ – соответствует $\xi < \xi_{ak}^{\mathrm{NL}}$, то он должен быть исключен. Второй корень $u^{(2)} \approx 3.384$ отвечает $\xi > \xi_{ak}^{\mathrm{NL}}$; последующие корни с погрешностью лучше 2 % определяются соотношением $u^{(n)} \approx (n-1)\pi$, где $n = 3, 4, \ldots$, причем погрешность уменьшается с ростом n. Тогда координаты $\xi_{ak}^{(n)}$ максимальных отклонений от начальной формы импульса на его временном профиле приближенно определяются выражением

$$\frac{\xi_{ak}^{(n)}}{\tau} = -\left[\frac{1}{2}\ln\left(\frac{I_0}{I_{ak}^{\mathrm{th}}}\right) - su^{(n)}\right]^{1/2} = -\left[\left(\frac{\xi_{ak}^{\mathrm{th}}}{\tau}\right)^2 - su^{(n)}\right]^{1/2}. \tag{15}$$

С приближением к пиковой интенсивности импульса (с увеличением номера n) расстояния между координатами ближайших максимальных отклонений $\xi_{ak}^{(n)}$ и $\xi_{ak}^{(n+1)}$ увеличиваются. При этом в данных точках относительная амплитуда отклонений

$$\varepsilon_{ak}^{(n)}(s) = \frac{|E(s,\mathbf{r}_\perp = 0, \xi_{ak}^{(n)})|^2 - |E^{(0)}(s,\mathbf{r}_\perp = 0, \xi_{ak}^{(n)})|^2}{|E^{(0)}(s,\mathbf{r}_\perp = 0, \xi_{ak}^{(n)})|^2}$$
$$\approx -\frac{s}{2}\left(\frac{\omega_0 r_0}{c}\right)^2 \frac{n_a^{(0)}}{n_{\mathrm{c}}} \exp(-su^{(n)}) F(u^{(n)}). \tag{16}$$

Для $F(u^{(n)})$, в частности, имеем $F(u^{(2)}) \approx -0.24$, $F(u^{(3)}) \approx 0.143$.

Из соотношения (15) следует, что с проникновением импульса в глубь вещества (с увеличением s) пространственный масштаб модуляции увеличивается, а максимумы и минимумы относительного отклонения $\varepsilon_{ak}^{(n)}(s)$ смещаются к центру импульса $\xi = 0$. Амплитуда же модуляции с увеличением s изменяется согласно (16) неоднородно. Для тех номеров n, для которых $u^{(n)} > 1/s$, величины $\varepsilon_{ak}^{(n)}(s)$ убывают с ростом s. Амплитуды модуляции с номерами n, удовлетворяющими неравенству $u^{(n)} < 1/s$, нарастают с ростом s. Таким образом, область ионизационной модуляции на временном профиле лазерного импульса сокращается при проникновении импульса в глубь вещества, сосредоточиваясь вблизи пороговых интенсивностей ионизации. При этом модуляция становится более крупномасштабной. Такая тенденция в развитии ионизационной модуляции означает формирование ступенчатого профиля импульса со ступеньками в окрестностях точек ξ_{ak}^{NL} (см. соотношение (14)).

Характерную длину формирования ступенчатого профиля оценим как глубину проникновения $z_{\mathrm{st}} = z_{\mathrm{R}}/u^{(2)} \approx 0.3 z_{\mathrm{R}}$, на которой расположен ближайший к ξ_{ak}^{NL} максимум $\varepsilon_{ak}^{(2)}(s)$ (см. (16)) по s:

$$\varepsilon_{ak}^{(2)}\left(\frac{1}{u^{(2)}}\right) \approx 0.013\left(\frac{\omega_0 r_0}{c}\right)^2 \frac{n_a^{(0)}}{n_{\mathrm{c}}} \equiv \delta. \tag{17}$$

Остальные экстремумы (с $n \geqslant 3$) на такой глубине проникновения оказываются подавленными в силу экспоненциальной зависимости от s в (16). Низший уровень ступеньки равен приблизительно I_{ak}^{th} в точке ξ_{ak}^{NL}, а высший уровень I_{ak}^{st} достигается в точке $\xi_{ak}^{(2)}$. Согласно (17) относительную высоту ступеньки можно оценить по формуле

$$\frac{I_{ak}^{\mathrm{st}} - I_{ak}^{\mathrm{th}}}{I_{ak}^{\mathrm{th}}} \approx 0.013\left(\frac{\omega_0 r_0}{c}\right)^2 \frac{n_a^{(0)}}{n_{\mathrm{c}}}. \tag{18}$$

Отметим, что высота ступеньки может быть весьма значительной, поскольку $\omega_0 r_0/c = 2\pi r_0/\lambda_0 \gg 1$. Оставаясь в рамках изложенной здесь простейшей модели, необходимо потребовать, чтобы величина $\varepsilon_{ak}^{(2)}(1/u^{(2)}) = \delta$ была меньше или, по крайней мере, порядка единицы.

Таким образом, если $\delta \leqslant 1$, то при распространении импульса на расстояния $z < z_{\mathrm{st}} \approx 0.3 z_{\mathrm{R}}$ проявления ионизационной модуляции следует ожидать в виде модуляции временного профиля импульса с относительной амплитудой, меньшей или равной δ. С приближением к $z = z_{\mathrm{st}}$ формируется ступенчатообразный временной профиль импульса с крутым передним фронтом. Положения переднего фронта ($k = 0$), а также ступенек на временном профиле импульса ξ_{ak}^{st} при $s = 1/u^{(2)}$ определяются соотношением (14)

$$\frac{\xi_{ak}^{\mathrm{st}}}{\tau} = -\left[\frac{1}{2}\ln\left(\frac{I_0}{I_{ak}^{\mathrm{th}}}\right) - \frac{u^{\mathrm{NL}}}{u^{(2)}}\right]^{1/2} \approx -\left[\frac{1}{2}\ln\left(\frac{I_0}{I_{ak}^{\mathrm{th}}}\right) - 0.637\right]^{1/2}. \tag{19}$$

Далее вплоть до расстояний $z \sim z_{\mathrm{R}}$ (когда нарушается принятое в этой модели условие сравнительно слабой дифракции $z < z_{\mathrm{R}}$) можно ожидать слабого изменения пространственно-временной формы импульса. Последнее обусловлено тем, что на расстоянии $z = z_{\mathrm{st}}$ ионизационная рефракция импульса в окрестностях порогов ионизации $\xi < \xi_{ak}^{\mathrm{NL}}$ приводит к образованию как ступенек, так и более плоских ионизационных фронтов электронной плотности.

При $\delta \gg 1$ модуляция временного профиля импульса оказывается значительной уже на расстояниях $z < z_{\mathrm{st}}$, до формирования ступенчатообразного профиля. В этих условиях ионизационная модуляция инициирует существенное нелинейное изменение пространственно-временной формы импульса.

4. Численный анализ

Система уравнений (1)–(3) решалась численно методом сеток, причем для решения уравнения (1) применя-

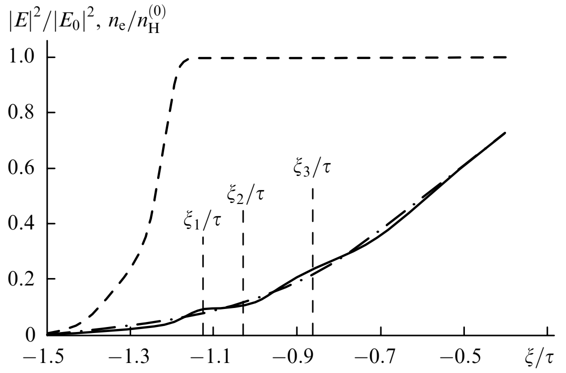

Рис.5. Зависимости $|E(s, \boldsymbol{r}_\perp = 0, \xi)|^2/|E_0|^2$ (сплошная линия), начального профиля импульса (штрих-пунктир) и $n_e(s, \boldsymbol{r}_\perp = 0, \xi)/n_H^{(0)}$ (штриховая линия) от ξ. Параметры импульса и газа те же, что и на рис.1, время ξ отсчитывается от максимума начального профиля импульса, глубина проникновения импульса в глубь газа $z = 0.1 z_R$.

лась консервативная симметричная схема; точность счета контролировалась по интегралу сохранения потока энергии лазерного излучения для каждого сечения ξ. На рис.5 представлены зависимости $|E(s, \boldsymbol{r}_\perp = 0, \xi)|^2/|E_0|^2$ и $n_e(s, \boldsymbol{r}_\perp = 0, \xi)/n_H^{(0)}$ от ξ для передней части импульса с максимальной интенсивностью $I_0 = 10^{16}$ Вт/см^2, полной длительностью по полувысоте модуля электрического поля $T = 40$ фс, длиной волны $\lambda_0 = 0.8$ мкм и радиусом $r_0 = 0.53$ мкм, прошедшего на глубину $z = 0.1 z_R$ в водороде с начальной плотностью атомов $n_H^{(0)} = 10^{18}$ см$^{-3}$. Нетрудно видеть осцилляторные отклонения $|E|^2$ от первоначального временного профиля. Сравнивая рис.3 и 5, можно сделать вывод о том, что простейшая модель предыдущего раздела дает качественно правильное предсказание изменения формы импульса на оси $\boldsymbol{r}_\perp = 0$. При этом пространственные масштабы модуляции оказываются близкими друг другу. Однако модельные амплитуды модуляций примерно в 2 раза больше амплитуд, полученных в результате решения нелинейной самосогласованной задачи распространения импульса с учетом дифракции.

Для того чтобы понять причину такого различия, рассмотрим поведение лазерного поля и электронной плотности в поперечных к направлению распространения сечениях $\xi = \mathrm{const}$. На рис.6 показаны зависимости $n_e(r_\perp)$, $|E(r_\perp)|^2/|E_0|^2$ при $z = 0.1 z_R$ и различных ξ: $\xi_1/\tau = -1.124$, $\xi_2/\tau = -1.03$, $\xi_3/\tau = -0.87$, причем ξ_1 и ξ_3 соответствуют областям увеличения $|E|^2$ при модуляции, а ξ_2 – области уменьшения (см. рис.5). Из рис.6,*б* видно, что модуляционное уменьшение $|E|^2$ обусловлено рефракцией лазерного излучения от оси импульса $\boldsymbol{r}_\perp = 0$; поскольку рефракция происходит в плазменном канале, стенки которого препятствуют свободному распространению излучения от оси $\boldsymbol{r}_\perp = 0$, то образуется отчетливо видный, удаленный от $\boldsymbol{r}_\perp = 0$ максимум. В свою очередь присутствие плазменного канала приводит к фокусировке излучения, приходящегося на окрестности ξ_1 и ξ_3 на временном профиле импульса (см. рис.6,*а*,*в*).

На рис.6 размер области переменной электронной плотности по радиусу $r_\perp$ оказывается сравнимым с радиусом области постоянной плотности вблизи $\boldsymbol{r}_\perp = 0$. Именно это и является причиной более сглаженной модуляции по ξ интенсивности на оси импульса по сравнению с предсказываемой моделью с резкими границами n_e по радиусу (см. рис.2).

На передней части импульса в окрестности пороговой

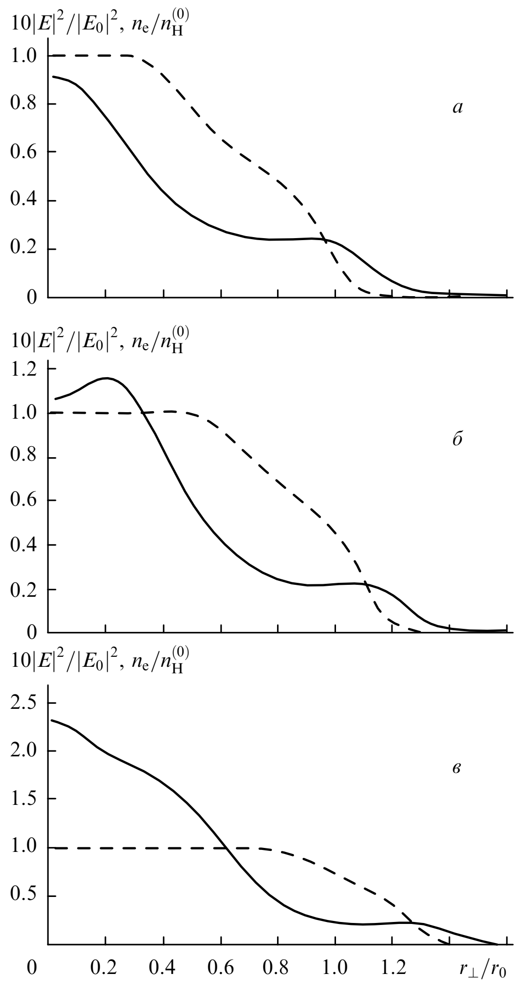

Рис.6. Зависимости $10|E(r_\perp)|^2/|E_0|^2$ (сплошная линия) и $n_e(r_\perp)/n_H^{(0)}$ (штриховая линия) при $z = 0.1 z_R$ и $\xi_1/\tau = -1.124$ (*а*), $\xi_2/\tau = -1.03$ (*б*) и $\xi_3/\tau = -0.87$ (*в*). Параметры импульса и газа те же, что и на рис.1.

интенсивности быстрая дифракция на плазменном образовании с малым поперечным размером приводит к появлению плато со сравнительно низкой интенсивностью. Последнее замедляет ионизацию и мешает достижению полной ионизации газа на самой передней части импульса. Области временного профиля импульса с большей интенсивностью создают плазменные каналы с большими поперечными радиусами, и, как следствие, дифракция на электронной плотности для таких областей оказывается замедленной. В результате (см. рис.5) ионизационный фронт электронной плотности оказывается состоящим из двух участков: области медленного нарастания $n_e(\xi)$, контролируемой сильной дифракцией, и области быстрой ионизации, где радиус поперечного сечения импульса с интенсивностью выше пороговой оказывается достаточно большим.

Заметим, что параметры рис.5, 6 соответствуют $\delta = 1.3$ (см.(17)), так что в этих условиях следует ожидать формирования ступенчатообразного профиля. Действительно, на рис.7 видно, что с продвижением в глубь вещества на передней части импульса формируется профиль с крутым передним фронтом. При $I_{H0}^{th} = 3.1 \times 10^{14}$ Вт/см^2 и $I_0 = 10^{16}$ Вт/см^2 соотношение (19) предсказывает для координаты этого фронта $\xi_{H0}^{st}/\tau = -1.05$, что прекрасно соответствует положению фронта на рис.7 при $z = 0.3 z_R$. На рис.8,*а* показано нормированное на I_0 пространственно-временное распределение интенсивности импуль-

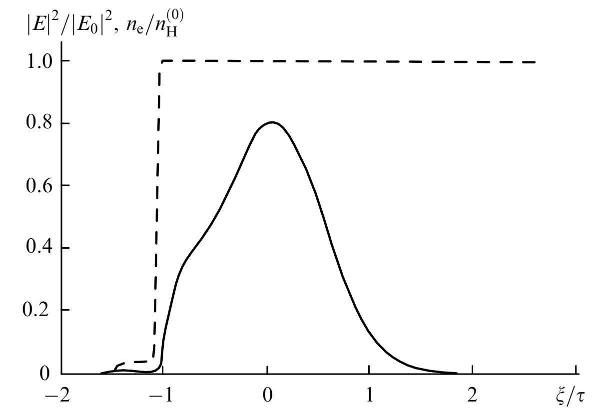

Рис.7. Зависимости $|E(s, \boldsymbol{r}_\perp = 0, \xi)|^2/|E_0|^2$ (сплошная линия) и $n_e(s, \boldsymbol{r}_\perp = 0, \xi)/n_H^{(0)}$ (штриховая линия) от ξ. Параметры импульса и газа те же, что и на рис.1, время ξ отсчитывается от максимума начального профиля импульса, глубина проникновения импульса в глубь газа $z = 0.3z_R$.

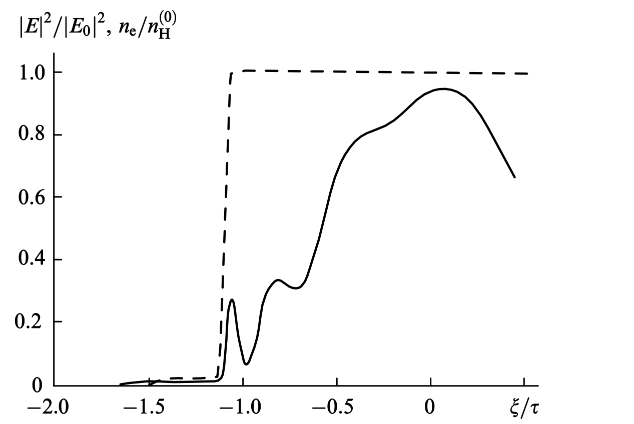

Рис.9. Зависимости $|E(s, \boldsymbol{r}_\perp = 0, \xi)|^2/|E_0|^2$ (сплошная линия) и $n_e(s, \boldsymbol{r}_\perp = 0, \xi)/n_H^{(0)}$ (штриховая линия) от ξ в водороде при $n_H^{(0)} = 9 \times 10^{18}$ см$^{-3}$. Параметры импульса те же, что и на рис.1, время ξ отсчитывается от максимума начального профиля импульса, глубина проникновения импульса в глубь газа $z = 0.1z_R$.

са при более глубоком проникновении его в вещество, т. е. при $z = z_R$. Для сравнения на рис.8,*б* приведено распределение интенсивности импульса при $z = 0.3z_R$. Нетрудно видеть, что пространственно-временные формы импульса на этих расстояниях весьма близки.

Согласно соотношению (12) амплитуда ионизационной модуляции определяется безразмерным параметром $A = (\omega_0 r_0/c)^2 n_a^{(0)}/n_c$ (см. также (18)); для приведенных выше примеров $A = 100$. Через эту величину определяется также и отношение мощности лазерного импульса P к критической для релятивистской самофокусировки мощности P_c. Для приведенных выше примеров это отношение сравнительно мало: $P/P_c \approx 0.015$. Такое малое отношение позволяет варьировать параметр A в широких пределах, при этом влияние релятивистской самофокусировки на распространение лазерного импульса остается пренебрежимо малым. С увеличением A в 9 раз, что соответствует, например, увеличению плотности газа $n_H^{(0)}$ от значения 10^{18} см$^{-3}$, рассмотренного выше, до значения 9×10^{18} см$^{-3}$ (при этом $P/P_c \approx 0.13$), ионизационная модуляция уже на расстоянии $z = 0.1z_R$ оказывается существенно ярче выраженной (см. рис.9) по сравнению с модуляцией в условиях рис.5. В результате с продвижением в глубь вещества происходят сильные осцилляции пространственно-временного распределения интенсивности лазерного импульса (см. рис.10), а на расстоянии $z = 0.3z_R$ форма распределения оказывается близкой к полученной в [14] (см. рис.10,*в*). Заметим, что параметры рис.9, 10 соответствуют $\delta \approx 12 \gg 1$ (см. (17)). В этих условиях ожидать формирования ступенчатообразного профиля с его последующим плавным продвижением в глубь ионизующегося вещества нельзя, что полностью соответствует предсказаниям предложенной выше модели.

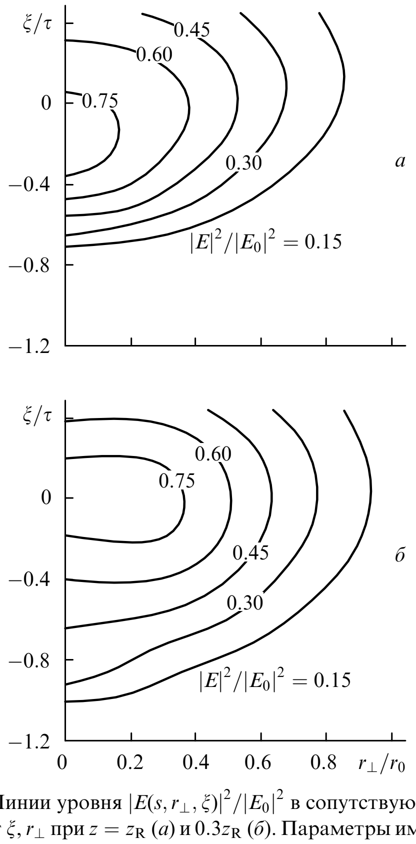

Рис.8. Линии уровня $|E(s, r_\perp, \xi)|^2/|E_0|^2$ в сопутствующей системе координат $\xi, r_\perp$ при $z = z_R$ (*а*) и $0.3z_R$ (*б*). Параметры импульса и газа те же, что и на рис.1.

5. Заключение

Таким образом, при проникновении лазерного импульса в ионизуемое вещество его временной профиль оказывается промодулированным. Модуляция возбуждается при ионизации нейтральных частиц или ионов с разной кратностью ионизации и обусловлена рефракцией электромагнитного излучения на неоднородных нестационарных плазменных образованиях, рождающихся в результате ионизации вещества пространственно-неоднородным импульсом. В газах с многоэлектронными атомами последовательная ионизация происходит при разных интенсивностях лазерного излучения и, следовательно, модуляция инициируется в различных областях временного профиля импульса.

Амплитуды модуляции в различных областях временного профиля импульса сначала нарастают, а затем падают с увеличением глубины его проникновения в вещество. Максимумы относительных амплитуд модуляции достигаются на глубине проникновения $z_{st} = z_R/u^{(2)} \approx 0.3z_R$. Максимальная относительная амплитуда модуляции определяется формулой (17) и нарастает с увеличением радиуса лазерного импульса и плотности свобод-

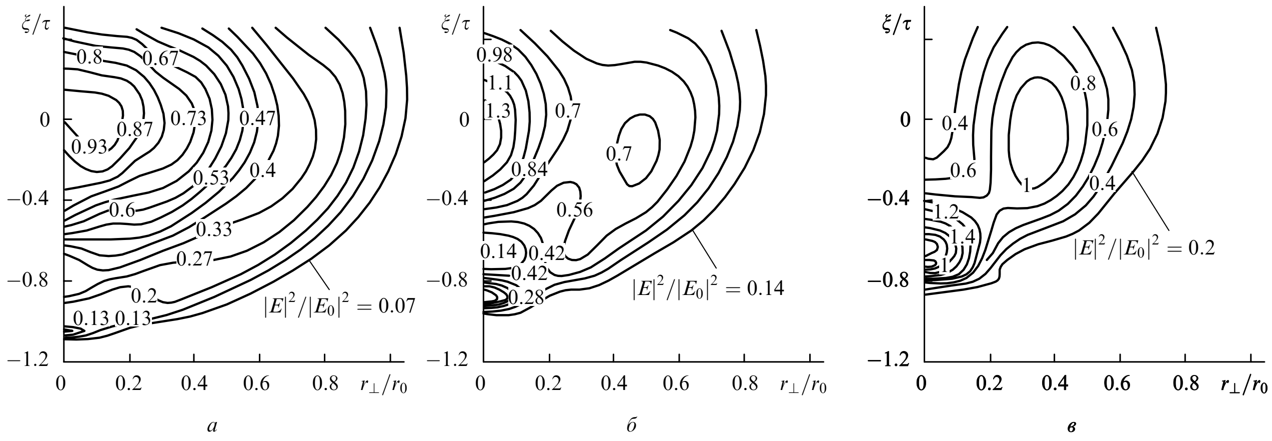

Рис.10. Линии уровня $|E(s, r_\perp, \xi)|^2/|E_0|^2$ в сопутствующей системе координат $\xi, r_\perp$ при $z = 0.1z_R$ (*а*), $0.2z_R$ (*б*) и $0.3z_R$ (*в*). Параметры импульса и газа те же, что и на рис.9.

ных электронов. При этом положение максимума модуляции на профиле лазерного импульса определяется соотношением (15) при $n = 2$ и $s = 1/u^{(2)}$. Если это положение совпадает с первоначальным положением пиковой интенсивности I_0 (т. е. $\xi_{ak}^{(2)} = 0$ в (15)), то максимальная интенсивность импульса увеличивается. Относительное увеличение максимальной интенсивности по сравнению с первоначальной интенсивностью I_0 оценивается формулой (17) и может быть значительным. Такой «резонанс» на глубине проникновения $z_{\rm st}$ возможен тогда, когда $\xi_{ak}^{(2)} = 0$ и, следовательно (см. (15)), $I_{ak}^{\rm th} = I_0 \exp(-2)$. Для определенного газа это соотношение может быть удовлетворено подходящим выбором пиковой интенсивности I_0.

Работа частично поддержана РФФИ (грант № 01-02-16723).

1. Andreev N.E., Chegotov M.V., Veisman M.E. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, **28**, 1098 (2000).
2. Андреев Н.Е., Вейсман М.Е., Кейджян М.Г., Чеготов М.В. *Физика плазмы*, **26**, 1010 (2000).
3. L'Huillier A., Lompre L.-A., Mainfray G., Manus C. In: *Atoms in intense laser fields*. Ed. by M.Gavrila (N.Y., Academic Press, 1992. p. 139 – 201).
4. Andreev N.E., Chegotov M.V. *Proc. SPIE*, **4352**, 191 (2001).
5. Sprangle P., Esarey E., Hafizi B. *Phys. Rev. Lett.*, **79**, 1046 (1997).
6. Sprangle P., Esarey E., Hafizi B. *Phys. Rev. E*, **56**, 5894 (1997).
7. Беспалов В.И., Таланов В.И. *Письма в ЖЭТФ*, **3**, 471 (1966).
8. Antonsen T.M., Bian Z. *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 3617 (1999).
9. Чеготов М.В. *Физика плазмы*, **26**, 940 (2000).
10. Malka V., De Wispelaere E., Marques J.R. et al. *Phys. Plasmas*, **3**, 1682 (1996).
11. Leemans W.P., Clayton C.E., Mori W.B. et al. *Phys. Rev. A*, **46**, 1091 (1992).
12. Couairon A., Berge L. *Phys. Plasmas*, **7**, 193 (2000).
13. Couairon A., Berge L. *Phys. Plasmas*, **7**, 210 (2000).
14. Chessa P., De Wispelaere E., Dorchies F. et al. *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 552 (1999).
15. Аммосов М.В., Делоне Н.Б., Крайнов В.П. *ЖЭТФ*, **91**, 2008 (1986).
16. *Справочник по специальным функциям*. Под ред. М.Абрамовица, И.Стиган (М.: Наука, 1979, с. 60).