

Генерация второй гармоники в фотонно-кристаллических одномерных средах

Р.Г.Запорожченко

Проанализирована ГВГ в фотонных кристаллах двух типов (кристаллов, состоящих из четвертьволновых слоев GaAs, чередующихся со слоями кварца, и кристаллов AlAs/GaAs) в зависимости от числа периодов структуры и интенсивности накачки. Из расчета следует, что в фотонных кристаллах с разностью показателей преломления $\Delta n = 0.585$ вторая гармоника генерируется только в отраженном свете и в двух направлениях для периодической структуры с $\Delta n = 2$.

Ключевые слова: фотонный кристалл, генерация второй гармоники, эффективность преобразования, плотность оптических мод.

1. Введение

Проблема удвоения частоты фемтосекундных импульсов в фотонных кристаллах представляет интерес с точки зрения как повышения эффективности преобразования излучения накачки во вторую гармонику, так и исследования нелинейно-оптических свойств периодических структур, называемых фотонными кристаллами (ФК). ФК – это периодические структуры, состоящие из диэлектриков, подобранных таким образом, что плотность мод электромагнитного поля в таких структурах имеет «запрещенную» зону для всех направлений волнового вектора. Под ФК понимают, как правило, трехмерную структуру [1, 2], однако и одномерные структуры обладают интересными свойствами, характерными для «настоящих» фотонных кристаллов. Наличие «запрещенной» зоны в ФК открывает новые возможности управления проходящими в них оптическими процессами [3–5].

В настоящее время значительное внимание уделяется выращиванию различных периодических структур сложной геометрии и разработке математических моделей их описания. Известно немало работ, посвященных исследованию взаимодействия фемтосекундных импульсов света с одномерными периодическими структурами, обладающими кубической и квадратичной нелинейностью [3–12].

Для периодической одномерной структуры, одним из слоев которой является кристалл с квадратичной нелинейностью, возможна ГВГ прошедшего и отраженного излучения накачки. Нелинейное взаимодействие волн существенно зависит от фазовых соотношений между волнами накачки и гармоники, от дисперсии показателей преломления в линейной среде, а также от рассогласования фазовых и групповых скоростей в нелинейном кристалле. Корректное решение этой проблемы требует

знания спектров пропускания и отражения на частотах взаимодействующих волн, дисперсионных соотношений и плотности мод оптического спектра в ФК.

Временные характеристики излучения гармоники и прошедшего излучения накачки, характерные для ГВГ фемтосекундных импульсов, – сокращение длительности импульсов в квазистатическом приближении при малых эффективностях преобразования и уширение импульсов при обратном влиянии излучения второй гармоники на накачку [13] – должны проявляться и в периодических структурах.

В работах [8, 10] показано, что эффективность ГВГ в ФК на несколько порядков выше, чем в нелинейном кристалле такой же длины, и она тем больше, чем больше разность показателей преломления слоев, составляющих его период, и чем больше длина ФК. Нами в [11] также была продемонстрирована высокая эффективность ГВГ в периодической структуре с нелинейным кристаллом GaAs по сравнению с генерацией гармоники в кристалле той же длины.

Цель настоящей работы – расчет ГВГ, линейных спектров пропускания и отражения на частотах накачки и второй гармоники, а также плотности оптических мод для четвертьволновых периодических структур двух типов (AlAs/GaAs и плавящего кварца с GaAs) при накачке излучением фемтосекундного лазера на стекле с Nd в зависимости от числа периодов ФК и интенсивности накачки.

2. Линейные свойства фотонных кристаллов на частотах накачки и второй гармоники

Для нахождения зависимости коэффициентов пропускания излучения T и отражения R на частотах накачки и второй гармоники от числа периодов структуры N_{st} использовались характеристические матрицы слоев с различными показателями преломления [14]. При этом применялись функции Чебышёва второго рода, аргумент β которых удовлетворял дисперсионному соотношению

$$\cos\beta = \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 - \frac{1}{2}(p_1/p_2 + p_2/p_1)\sin\varphi_1 \sin\varphi_2, \quad (1)$$

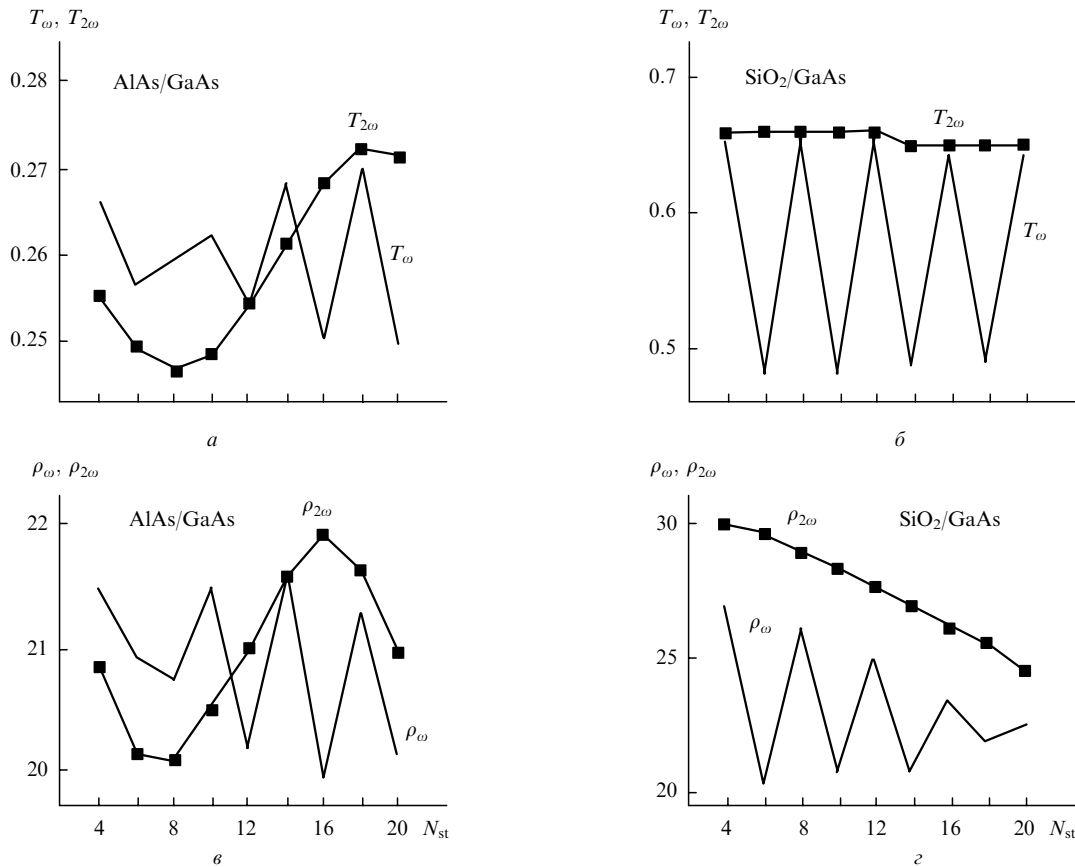


Рис. 1. Зависимости коэффициентов пропускания $T_\omega, T_{2\omega}$ (а, б) и плотностей оптических мод ρ_ω и $\rho_{2\omega}$, нормированных на скорость света (в, г), на основной и удвоенной частотах от числа периодов ФК на основе AlAs/GaAs (а, в) и SiO₂/GaAs (б, г).

где $\varphi_j = (\omega/c)l_j(n_j^2 - \alpha^2)^{1/2}$; $p_j = n_j \cos \theta_j$; $\alpha = n_i \sin \theta_i$; n_j, l_j – показатель преломления и толщина j -го слоя соответственно; θ_i, θ_j – углы падения излучения на входе в слой и на выходе из него; n_i – показатель преломления среды, из которой излучение падает на структуру.

Плотность оптических мод определяется как производная по частоте от эффективного волнового числа k_{eff} структуры [15–17]:

$$\rho(\omega) = \frac{dk}{d\omega}. \tag{2}$$

Для расчета $\rho(\omega)$ необходимо найти фазовые набегги волн, обусловленные свойствами данного ФК. Представим амплитудные коэффициенты $t(\omega)$ и $r(\omega)$ в виде $t = e^{i\varphi} \sqrt{T}$, $r = e^{i\psi} \sqrt{R}$, где φ и ψ соответствуют фазам, приобретенным плоской волной при ее прохождении и отражении. Эффективное волновое число k_{eff} для структуры длиной $D = (l_1 + l_2)N_{st}$ вводится таким образом, чтобы фаза определялась выражением $\varphi = k_{eff}D$.

Если представить коэффициент пропускания в виде $t = u + iv$, то φ можно определить из выражения $\tan(k_{eff}D) = v/u$ и получить дисперсионное соотношение

$$k_{eff}(\omega) = \frac{1}{D} \tan^{-1} \left[\frac{v(\omega)}{u(\omega)} \right].$$

При этом плотность оптических мод будет иметь вид

$$\rho(\omega) = \left| \frac{dk_{eff}}{d\omega} \right| = \frac{1}{D} \left| \frac{u'v - v'u}{u^2 + v^2} \right|, \tag{3}$$

где штрихи соответствуют производным от действительной и мнимой частей амплитудного коэффициента пропускания. Плотности оптических мод $\rho_\omega, \rho_{2\omega}$ рассчитаны по формулам (1)–(3), в которых использованы полученные в результате вычисления характеристических матриц амплитуды и фазы коэффициентов пропускания и их производные.

Анализ зависимости линейных свойств от числа периодов N_{st} выполнен для ФК, состоящих из нелинейного кристалла GaAs (показатели преломления $n_1(\omega) = 3.45$, $n_1(2\omega) = 3.1$) с различными диэлектриками: плавным кварцем ($n_2(\omega) = 1.45$, $n_2(2\omega) = 1.46$) и AlAs ($n_2(\omega) = 2.865$, $n_2(2\omega) = 2.9$). На участках спектра между запрещенными зонами дополнительно выполнялся расчет по формулам, приведенным в [17]. Результаты расчетов коэффициентов пропускания и $\rho_\omega, \rho_{2\omega}$ хорошо совпали. Из расчета спектров следует, что ширина запрещенной зоны тем больше, чем больше разность показателей преломления. Увеличение числа периодов структуры ФК не влияет на ширину запрещенной зоны, но увеличивает число максимумов коэффициентов пропускания T и минимумов коэффициентов отражения R .

Зависимости коэффициентов пропускания на основной (T_ω) и удвоенной ($T_{2\omega}$) частотах, а также плотностей оптических мод $\rho_\omega, \rho_{2\omega}$ от числа периодов N_{st} для двух ФК приведены на рис. 1. Из рис. 1, а видно, что в случае ФК с $\Delta n = n_2 - n_1 = 0.585$ для $N_{st} = 10$ коэффициенты пропускания для накачки и второй гармоники практически одинаковы: $T_\omega = 0.26$ и $T_{2\omega} = 0.248$, что должно проявиться в преимущественной ГВГ при отражении. С увеличением числа периодов N_{st} пропускание на удвоен-

ной частоте растет монотонно, в то время как на основной частоте T_{ω} оно испытывает осцилляции. Подобным образом ведут себя и $\rho_{\omega}, \rho_{2\omega}$ (рис.1,б): максимум $\rho_{2\omega}$ имеет место для $N_{st} = 16$.

В случае ФК с $\Delta n = 2$ (рис.1,б,з) для десяти слоев структуры коэффициенты пропускания накачки равны 0.5, а второй гармоники – 0.7, поэтому во второй гармонике должны присутствовать прошедшая и отраженная волны. С увеличением числа периодов $\rho_{\omega}, \rho_{2\omega}$ монотонно снижаются.

3. Нелинейное взаимодействие волн накачки и второй гармоники в фотонном кристалле

Численное моделирование ГВГ фемтосекундными импульсами выполнено для двух рассмотренных выше ФК. В качестве нелинейной среды выбран кристалл GaAs, обладающий кубической структурой решетки и нелинейной восприимчивостью $\chi^{(2)}$ на длине волны $\lambda_0 = 1060$ нм, в 500 превышающей $\chi^{(2)}$ для KDP [18]. В расчете использована система уравнений в частных производных второго порядка во втором приближении теории дисперсии для волн накачки и второй гармоники [11,13]. Среда полагалась безынерционной вплоть до длительностей 10^{-14} с.

Поле в среде записывалось в следующем виде:

$$\begin{aligned} E(z, t) = & E_1^+(z, t) \exp(ik_1z - i\omega t) \\ & + E_1^-(z, t) \exp(-ik_1z - i\omega t) \\ & + E_2^+(z, t) \exp(ik_2z - 2i\omega t) \\ & + E_2^-(z, t) \exp(-ik_2z - 2i\omega t) + \text{компл. сопр.} \end{aligned}$$

Исходя из уравнений Максвелла, в приближении медленной огибающей для амплитуд волн накачки и гармоники система уравнений, описывающая ГВГ в нелинейном кристалле, имеет вид

$$\begin{aligned} -iD_1 \frac{\partial^2 E_1^+}{\partial t^2} + \frac{\partial E_1^+}{\partial z} + \frac{1}{u_1} \frac{\partial E_1^+}{\partial t} &= -i\gamma_1 E_2^+ E_1^{+*} e^{i\Delta kz}, \\ -iD_1 \frac{\partial^2 E_1^-}{\partial t^2} - \frac{\partial E_1^-}{\partial z} + \frac{1}{u_1} \frac{\partial E_1^-}{\partial t} &= -i\gamma_1 E_2^- E_1^{-*} e^{-i\Delta kz}, \\ -iD_2 \frac{\partial^2 E_2^+}{\partial t^2} + \frac{\partial E_2^+}{\partial z} + \frac{1}{u_2} \frac{\partial E_2^+}{\partial t} &= -i\gamma_2 E_1^{+2} e^{-i\Delta kz}, \\ -iD_2 \frac{\partial^2 E_2^-}{\partial t^2} - \frac{\partial E_2^-}{\partial z} + \frac{1}{u_2} \frac{\partial E_2^-}{\partial t} &= -i\gamma_2 E_1^{-2} e^{i\Delta kz}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\gamma_i = 2\pi\chi^{(2)}\omega_0^2/k_i c^2$; $i = 1, 2$; ω_0 – частота накачки; $u_{1,2}$, $k_{1,2}$ – групповые скорости и волновые векторы основной и второй гармоник соответственно; $\Delta k = 2k_1 - k_2$ – расстройка фазовых скоростей волн накачки и гармоники в нелинейном кристалле;

$$D_i = \frac{1}{2} \frac{\partial k_i^2}{\partial \omega_i^2}$$

– дисперсия групповых скоростей волн накачки и гармоники в нелинейном кристалле и в диэлектрике.

Система уравнений (4) предполагает использование алгоритма решения, приведенного в [11]. Однако в настоящей работе применен способ расчета амплитуд пространственной решетки, аналогичный работам [5,6]. Точность численного решения повышена за счет использования параметра фурье-преобразования $N = 512$.

При решении системы уравнений (4) накачка задавалась в виде гауссова импульса $E(z = 0, t) = E_0 \exp\{-2 \times \ln 2[(t - t_0)/\tau_p]^2\}$, где E_0 – амплитуда импульса накачки; $\tau_p = 100$ фс – длительность импульса накачки; t_0 – положение его максимума на временной оси. Использовалась также следующая нормировка переменных: $z' = z/\lambda_0$, $t' = t/\tau_p(\lambda_0 - \text{длина волны накачки})$; интенсивности волн накачки и гармоники нормировались на интенсивность, равную 1 ГВт/см². Оптические длины нелинейного слоя и диэлектрика l_1 и l_2 полагались равными $0.25\lambda_0$. Рассогласование фазовых скоростей волн накачки и гармоники в нелинейном кристалле в начальных условиях рассчитывалось в соответствии с соотношением

$$\Delta k = \frac{4\pi}{\lambda_0} [n_1(\omega) - n_1(2\omega)].$$

В результате численного расчета системы уравнений (4) были получены зависимости интенсивностей прошедших ($I_g^+ = |E_2^+|^2$) и отраженных ($I_g^- = |E_2^-|^2$) импульсов второй гармоники, а также их длительностей τ_g^+, τ_g^- и эффективностей преобразования η^+ , рассчитываемых как отношение энергии ГВГ для прошедшей ($W_g^+ = I_g^+ \tau_g^+$) и отраженной ($W_g^- = I_g^- \tau_g^-$) волн к энергии накачки W_0 , от числа периодов структуры решетки N_{st} , а также от интенсивности накачки I_0 .

На рис.2 представлены результаты численного моделирования, полученные для двух упомянутых выше ФК при начальных плотностях накачки 100 ГВт/см². Как видно из рис.2,а, с ростом числа периодов ФК пропускание излучения накачки падает, причем преобладает отраженная волна. Максимум эффективности ГВГ η^- (рис.2,б) имеет место для ФК с $N_{st} = 10$, при этом отношение энергии отраженной волны к прошедшей составляет ~ 35 .

Для ФК с $\Delta n = 2$ прошедшая накачка преобладает над отраженной (рис.2,б), а максимум эффективности ГВГ имеет место при $N_{st} = 8$. Максимальная эффективность второй гармоники во встречном направлении в 1.75 раз меньше, чем в попутном, и наблюдается при $N_{st} = 10$ (рис.2,з). Причем их суммарная эффективность в три раза меньше, чем для решетки, состоящей из слоев AlAs/GaAs.

На рис.3,а приведены зависимости от амплитуды накачки E_0 длительностей отраженных и прошедших импульсов ГВГ τ_g , нормированных на длительность импульса накачки τ_p , а на рис.3,б – аналогичные зависимости для эффективности преобразования η^- для ФК AlAs/GaAs при $N_{st} = 10$. Рост амплитуды накачки на порядок приводит к увеличению η^- в 90 раз (рис.3,б); при малых эффективностях импульс второй гармоники в $\sqrt{2}$ раз короче импульса накачки, что хорошо согласуется с аналитической оценкой, справедливой при таких условиях [13], а также с данными расчета [11]. Различие длительностей импульсов прошедшей и отраженной волн в этом случае незначительно.

Как видно из рис.3,а, с ростом амплитуды накачки длительности импульсов второй гармоники увеличива-

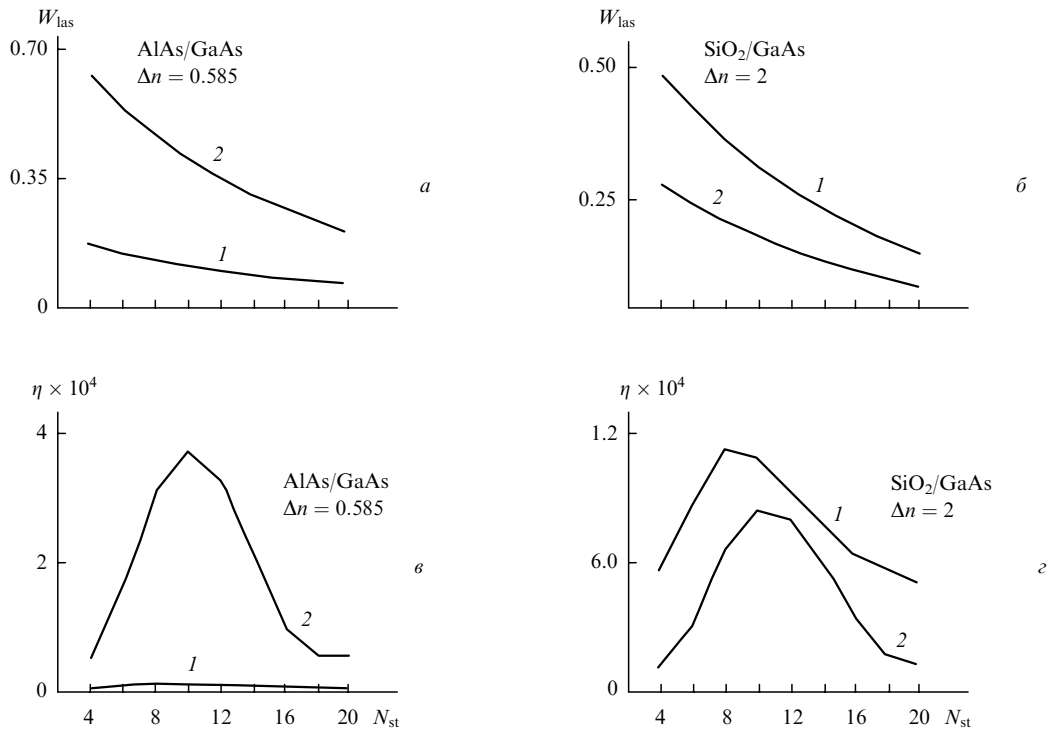


Рис.2. Зависимости энергий W_{las} прошедшего (1) и отраженного (2) излучения накачки (а, б) и эффективностей преобразования во вторую гармонику η (в, з) от числа периодов N_{st} для фотонных кристаллов, состоящих из слоев AlAs/GaAs (а, в) и SiO₂/GaAs (б, з).

ются, при этом более существенно растет длительность отраженного импульса. Такое поведение длительностей импульсов второй гармоники связано с влиянием нелинейной фазовой модуляции, обусловленной обратным влиянием волн гармоники на накачку [13].

4. Обсуждение результатов расчета

Таким образом, в результате численного расчета получены интенсивности волн второй гармоники, распространяющихся в попутном и встречном направлениях, эффективности ГВГ и длительности импульсов для ФК, состоящих из нелинейного кристалла и различных диэлектриков, в зависимости от N_{st} и E_0 . Показано, что для обеих ФК эффективность преобразования во вторую гармонику имеет максимум при $N_{\text{st}} = 8 - 10$; этот результат совпадает с данными [11]. При используемой в расчете длине волны накачки вторая гармоника генерируется практически только в отраженном свете для ФК со слоями AlAs/GaAs ($\Delta n = 0.585$) и в обоих направлениях – для периодической структуры с $\Delta n = 2$ (GaAs и кварц); превышение эффективности прошедшей волны второй гармоники над отраженной составляет 1.75 раза. Эффективность ГВГ в отражении для ФК первого типа в три раза превышает ее суммарную величину в обоих направлениях для ФК второго типа.

Аналогично [8, 11] сравним эффективности ГВГ в ФК и нелинейном кристалле такой же длины. Для этого воспользуемся аналитическими оценками для амплитуды гармоники в поле фемтосекундных импульсов в случае квазистатического взаимодействия гармоники и накачки [13]. Результаты расчета эффективности и длительности импульсов второй гармоники указывают на то, что такой режим ГВГ в нелинейном кристалле имел место (обратное влияние второй гармоники на накачку было незначительным и длительность импульсов второй гар-

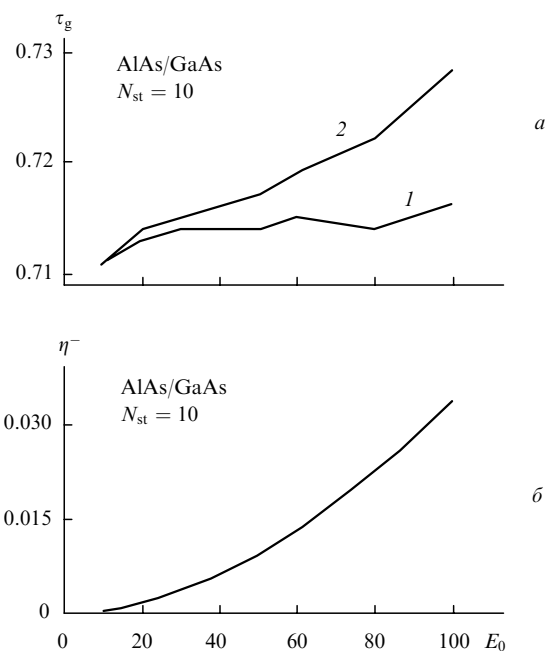


Рис.3. Зависимости длительностей прошедшего (1) и отраженного (2) импульсов τ_g (а) и эффективности преобразования во вторую гармонику η^- для отраженного импульса (б) от амплитуды накачки E_0 .

моники уменьшалась в $\sqrt{2}$ раз). В этом случае можно воспользоваться выражением для амплитуды второй гармоники [13] и оценить эффективность преобразования для кристалла, длина которого соответствует такой же суммарной длине нелинейных слоев ФК при параметрах нелинейности, используемых в расчете, по следующей формуле:

$$\eta \approx (\gamma d)^2 I_0 \frac{\sin^2(\Delta k l / 2)}{(\Delta k l / 2)^2},$$

где γ – коэффициент нелинейного преобразования; d – длине кристалла.

Так, для нелинейного кристалла с длиной, соответствующей длине ФК с $N_{st} = 10$, η примерно в 200 раз меньше при накачке $I_0 = 100$ ГВт/см² и в 400 раз – при $I_0 = 400$ ГВт/см², чем для ФК (см. рис.2,б). Сравнимая величина η получена в расчетах [8, 11] для ГВГ, а также для ВКР [12].

Анализ данных численного моделирования ГВГ в ФК двух типов показывает, что при большем различии показателей преломления ФК и большом числе слоев процесс удвоения частоты протекает менее эффективно, чем это следует из данных работ [8, 10]. Такие результаты являются следствием интерференционных свойств ФК, что видно из анализа спектральных и дисперсионных характеристик периодических структур с различными диэлектриками. Сопоставим результаты расчета линейной и нелинейной задач.

Исходя из определения ρ_{ω} , $\rho_{2\omega}$, можно видеть, что ρ_{ω}^{-1} и $\rho_{2\omega}^{-1}$ определяют в процессе ГВГ расстройку группового синхронизма взаимодействующих волн накачки и гармоники в периодической структуре аналогично групповой расстройке в нелинейном кристалле:

$$\Delta u = \left(\frac{\partial k}{\partial \omega} \right)_{2\omega}^{-1} - \left(\frac{\partial k}{\partial \omega} \right)_{\omega}^{-1}. \quad (5)$$

Данные расчета ρ_{ω} , $\rho_{2\omega}$, приведенные на рис.1,а,г для $N_{st} = 10$, дают $\Delta u^{-1} = 0.7 \times 10^{-13}$ с/см для ФК с AlAs/GaAs и $\Delta u^{-1} = -3.73 \times 10^{-12}$ с/см для GaAs и кварца, т. е. ФК второго типа обладает аномальной дисперсией. Отсюда можно рассчитать групповое запаздывание $l_g = \tau_p |\Delta u^{-1}|$, определяющее длину взаимодействия волн накачки и гармоники до их полного рассогласования в пространстве из-за дисперсии среды. При расчетах полагалось, что $\tau_p = 100$ фс. Для ФК из AlAs/GaAs эффективная длина взаимодействия $l_g = 1.4$ см, в то время как для ФК из SiO₂/GaAs $l_g = 0.27$ см. В обоих случаях длина нелинейного взаимодействия значительно меньше длины группового запаздывания (5), с которой связаны энергетические и фазовые эффекты взаимодействия волн при ГВГ. Тем не менее решение системы уравнений (4) показало, что большая эффективность преобразования достигается для ФК с большей длиной группового запаздывания (AlAs/GaAs).

5. Заключение

Таким образом, анализ спектральных свойств ФК, состоящих из нелинейного кристалла и различных диэлектриков, продемонстрировал возможность эффективного использования ФК для ГВГ. Из анализа следует, что коэффициенты пропускания и отражения определяют соотношение между прошедшей и отраженной волнами второй гармоники, а коэффициенты плотности оптических мод позволяют оценить эффективность преобразования.

Эффективность ГВГ в периодической структуре с $N_{st} = 10$ в несколько сотен раз превышает ее в нелинейном кристалле такой же длины. ГВГ только в отраженном свете для сред с невысоким контрастом решетки делает перспективным применение периодической структуры в качестве нелинейного зеркала резонатора фемтосекундного лазера.

Автор приносит благодарность С.Я.Килину за полезные замечания, высказанные при обсуждении работы.

1. Yablonovich E. *Phys. Rev. Lett.*, **58**, 2059 (1987).
2. Yablonovich E., Gmitter T. J. *Phys. Rev. Lett.*, **63**, 1950 (1989).
3. Bowden C.M., Dowling J.P., Everitt H.O. *J. Opt. Soc. Am. B*, **10**, 279 (1993).
4. Kurizki G., Haus J.W. *J. Mod. Opt.*, **41** (1994).
5. Scalora M., Crenshaw M.E. *Opt. Commun.*, **108**, 191 (1994).
6. Scalora M., Dowling J.P., Bowden C.M., Bloemer M.J. *J. Appl. Phys.*, **76**, 2023 (1994).
7. Van Der Ziel J.P., Pegams M. *Appl. Phys. Lett.*, **66**, 2159 (1995).
8. Scalora M., Bloemer M.J., Manka A.S., Dowling J.P., Bowden C.M., Viswanathan R., Haus J.W. *Phys. Rev. A*, **56**, 3166 (1997).
9. Головань Л.А. и др. *Письма в ЖЭТФ*, **69**, 274 (1999).
10. Тарасишин А.В., Желтиков А. М., Магницкий С.А. *Письма в ЖЭТФ*, **70**, 800 (1999).
11. Zaporozhchenko R.G., Kilin S.Ya. *Laser Physics*, **9**, 1 (1999).
12. Запороженко Р.Г., Килин С.Я., Смирнов А.Г. *Квантовая электроника*, **30**, 998 (2000).
13. Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов* (М., Наука, 1988).
14. Борн М., Вольф Э. *Основы оптики* (М., Наука, 1973).
15. Dowling J.P., Bowden C.M. *Phys. Rev. A*, **46**, 612 (1992).
16. Fogel I.S., Bendickson J.M., Tocci M.D., Bloemer M.J., Scalora M., Bowden C.M., Dowling J.P. *Pure Appl. Opt.*, **393** (1998).
17. Dowling J.P. *J. Lightwave Technology*, **17**, 2142 (1999).
18. Цернике Ф., Мидвинтер Дж. *Прикладная нелинейная оптика* (М.: Мир, 1976).