

# Распределение интенсивности лазерного излучения в сильнорассеивающих средах: моделирование методом Монте-Карло, теоретический анализ и результаты оптико-акустических измерений

П.С.Грашин, А.А.Карабутов, А.А.Ораевский, И.М.Пеливанов,  
Н.Б.Подымова, Е.В.Саватеева, В.С.Соломатин

*Аналитически, численно и экспериментально исследуются особенности пространственного распределения интенсивности лазерного излучения в сильнорассеивающих конденсированных средах. В экспериментальном подходе используется оптико-акустический метод. На основе результатов оптико-акустических измерений и данных численного моделирования методом Монте-Карло получена зависимость, связывающая оптические характеристики рассеивающей среды и положение максимума пространственного распределения интенсивности в ней. Показано, что при факторе анизотропии больше 0.8 зависимость имеет универсальный характер в диапазонах коэффициентов поглощения и рассеяния, характерных для биологических тканей. Предложен метод измерения коэффициентов экстинкции и поглощения света рассеивающих сред по временной форме оптико-акустического сигнала, зарегистрированного в относительных единицах. Апробирован приближенный метод решения уравнения переноса излучения. Установлены границы применимости  $P_3$ - и  $P_5$ -приближений.*

**Ключевые слова:** *рассеивающие среды, коэффициент поглощения, коэффициент рассеяния, моделирование методом Монте-Карло, уравнение переноса, лазерная оптоакустика.*

## 1. Введение

В настоящее время широко обсуждаются экспериментальные методы определения оптических характеристик сильнорассеивающих сред, основанные на измерении интенсивности рассеянного назад диффузного света. Известные оптические характеристики позволяют рассчитать распределение интенсивности света в среде, что имеет несомненную важность в задачах лазерной диагностики и терапии биологических сред и тканей. При этом различают метод спектроскопии с высоким временным разрешением [1–4], модуляционный метод [5–8] и стационарный метод с пространственным разрешением [9–12]. Следует, однако, отметить, что упомянутые методы в той или иной степени обладают недостатками, снижающими возможность их практического применения для исследования оптических свойств реальных сильнорассеивающих сред и объектов. Поэтому разработка невозможного метода измерения особенностей пространственного распределения интенсивности света в таких средах продолжает оставаться важной и актуальной задачей.

Для решения поставленной задачи в данной работе предлагается использовать оптико-акустический (ОА) метод [13]. При поглощении в среде лазерного импульса с длительностью, много меньшей времени пробега аку-

стической волны по области тепловыделения, профиль ОА сигнала повторяет пространственное распределение источников тепла в среде. Более того, в случае не поглощающей свет среды ОА сигнал будет отсутствовать. Основное преимущество данного метода заключается в том, что информация об исследуемом объекте доставляется не оптическими, а акустическими волнами, которые относительно слабо затухают в биологических средах. Это позволяет применить ОА метод для диагностики светопоглощающих неоднородностей в однородно поглощающих и рассеивающих свет средах [14–16], а также для измерения пространственного распределения интенсивности лазерного излучения в сильнорассеивающих средах и их оптических характеристик [17–19]. Кроме того, этот метод успешно применяется в задачах томографии *in vivo* новообразований в реальных биологических тканях и объектах, что особенно актуально на ранней стадии развития рака [15, 16].

Целью настоящей работы являлось установление зависимости между положением максимума пространственного распределения интенсивности света в среде и ее оптическими характеристиками. Для этого различными способами исследовались особенности пространственного распределения интенсивности лазерного излучения под поверхностью рассеивающей среды: численно (используя моделирование методом Монте-Карло), теоретически (решая уравнение переноса) и экспериментально (ОА методом). Решение данной задачи позволило бы неинвазивно измерять коэффициенты поглощения и экстинкции света по временной форме ОА импульса без измерения давления.

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119992 Москва, Воробьевы горы; e-mail: ivan@sasha.phys.msu.su

## 2. Пространственное распределение интенсивности лазерного излучения в рассеивающей среде

Нахождение распределения интенсивности света в микронеоднородной среде представляет собой чрезвычайно сложную задачу, решение которой может быть найдено только при некоторых упрощающих предположениях. Мы исследовали среды, представляющие собой суспензии рассеивающих частиц в однородно поглощающей жидкости, предполагая, что:

- рассеивающие частицы равномерно распределены по объему;
- частицы не поглощают свет на длине волны лазерного излучения;
- объемная концентрация частиц меньше 2 %, поэтому коэффициент поглощения света в суспензии считался эквивалентным коэффициенту поглощения в жидкости без рассеивающих частиц.

При сделанных предположениях мы можем рассматривать среду как однородную и описывать ее оптические свойства макроскопическими параметрами: коэффициентами поглощения и рассеяния  $\mu_a$  и  $\mu_s$  соответственно.

Экспериментальные результаты [17], а также данные численного моделирования методом Монте-Карло [20] показывают, что распространение света в мутной среде при условии  $\mu_a \ll \mu_s$  имеет характерную особенность – максимум пространственного распределения интенсивности находится под поверхностью облучаемой среды на расстоянии  $z_{\max} \sim l^*$  (где  $l^* = [\mu_s(1-g)]^{-1} = 1/\mu'_s$  – средняя транспортная длина свободного пробега фотона в среде;  $g$  – параметр анизотропии;  $\mu'_s$  – приведенный коэффициент рассеяния), а не на ее границе (рис.1). Амплитуда этого максимума может превышать интенсивность падающего излучения в 4–6 раз. В то же время спад интенсивности света в случае сильного рассеяния на глубине происходит экспоненциально с показателем  $\mu_{\text{eff}} = (3\mu_a\mu'_s)^{1/2}$  (см., напр., [18, 21]). Следовательно, при  $\mu_a \ll \mu_s$  величина  $z_{\max}\mu_{\text{eff}} \sim (1/\mu'_s)(3\mu_a\mu'_s)^{1/2} = 3\mu_a/\mu_{\text{eff}}$ , т. е. зависит только от отношения  $\mu_a/\mu_{\text{eff}}$  и не зависит от абсолютных величин  $\mu_a$  и  $\mu_{\text{eff}}$ , а также от фактора анизотропии  $g$ . С другой стороны, максимум светового потока для однородно поглощающей нерассеивающей среды находится на ее поверхности. Это означает, что с увеличением отношения  $\mu_a/\mu'_s$  положение максимума будет смещаться к по-

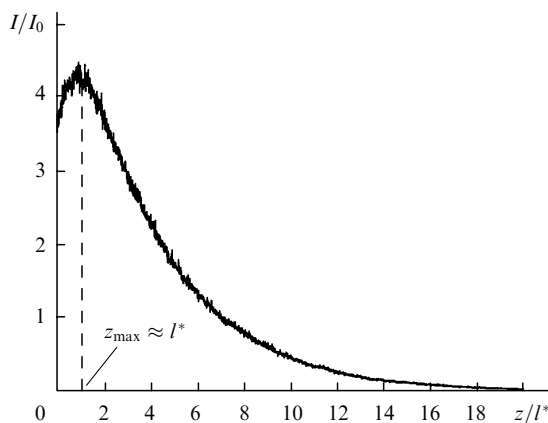


Рис.1. Характерный профиль пространственного распределения интенсивности лазерного излучения в сильнорассеивающей среде, полученный при моделировании методом Монте-Карло.

верхности, т. к. в пределе  $\mu_a \gg \mu_s$  излучение поглощается, не успев рассеяться, и  $z_{\max} = 0$ . Вопрос о том, сохраняется ли зависимость  $z_{\max}\mu_{\text{eff}}$  только от  $\mu_a/\mu_{\text{eff}}$  в диапазоне  $0.05 < \mu_a/\mu_{\text{eff}} < 0.35$ , типичном для биологических сред и тканей [9], является главным вопросом, на который дается ответ в настоящей работе.

### 2.1. Моделирование методом Монте-Карло

Моделирование методом Монте-Карло пространственного распределения интенсивности лазерного излучения в рассеивающей среде проводилось для различных  $\mu_a$ ,  $\mu_s$  и  $g$ . Эти коэффициенты, а также показатели преломления  $n_1$  и  $n_2$  для прозрачной и рассеивающей сред соответственно были заданы. Величины  $z_{\max}$  и  $\mu_{\text{eff}}$  определялись по моделированному профилю пространственного распределения интенсивности. Погрешность определения  $z_{\max}$  составляла 3–5 % (при использовании  $10^5$  фотонов), а  $\mu_{\text{eff}}$  – не превышала 3 %. Параметры  $\mu_a$ ,  $\mu_s$  и  $g$  варьировались таким образом, чтобы выполнялось соотношение  $0.05 < \mu_a/\mu_{\text{eff}} < 0.35$ . По этим данным были построены зависимости  $z_{\max}\mu_{\text{eff}}$  от  $\mu_a/\mu_{\text{eff}}$ . Таким образом, целью моделирования было установление характера изменения этих зависимостей при увеличении отношения  $\mu_a/\mu_{\text{eff}}$ . Относительные погрешности определения  $z_{\max}\mu_{\text{eff}}$  и  $\mu_a/\mu_{\text{eff}}$  составили 5 и 8 % соответственно. Указанные зависимости при различных параметрах анизотропии  $g$  приведены на рис.2.

Видно, что при постоянном отношении  $\mu_a/\mu_{\text{eff}}$  величина  $z_{\max}\mu_{\text{eff}}$  уменьшается с уменьшением  $g$ . Действительно, при фиксированном  $\mu_a/\mu_{\text{eff}}$  величина  $\mu_a/\mu'_s = 3(\mu_a/\mu_{\text{eff}})^2$  также остается постоянной, а  $\mu_a/\mu_s = \mu_a(1-g)/\mu'_s$  растет с уменьшением  $g$ . Следовательно, вероятность поглощения фотона под поверхностью среды при этом будет увеличиваться. В пределе  $\mu_a/\mu_s \gg 1$  максимум интенсивности будет находиться на поверхности среды и  $z_{\max} = 0$ . Вместе с тем кривые, соответствующие  $g \geq 0.8$ , сходятся в пределах погрешности определения  $z_{\max}\mu_{\text{eff}}$  при  $\mu_a/\mu_{\text{eff}} < 0.3$ . Таким образом, моделирование методом Монте-Карло показывает, что при таких условиях величина  $z_{\max}\mu_{\text{eff}}$  зависит только от отношения  $\mu_a/\mu_{\text{eff}}$ , а не от абсолютных величин  $\mu_a$  и  $\mu_{\text{eff}}$ . Данные результаты не могут дать окончательный ответ на вопрос об особенностях распределения интенсивности лазерного излучения света в среде, т. к. при их получении использовалась функция Хени–Гринштейна, приближенно описывающая реаль-

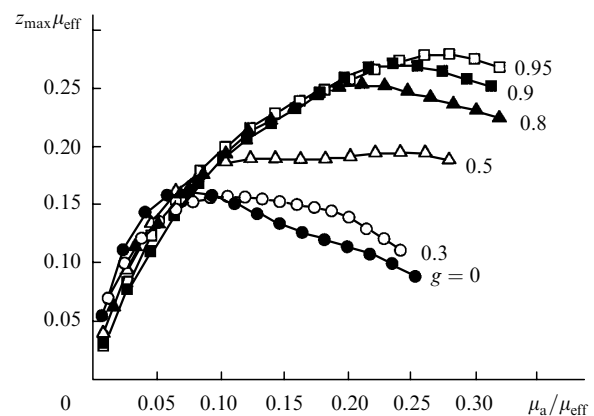


Рис.2. Зависимости  $z_{\max}\mu_{\text{eff}}$  от отношения  $\mu_a/\mu_{\text{eff}}$  при различных факторах анизотропии  $g$  в случае моделирования методом Монте-Карло.

ную диаграмму направленности рассеянного излучения. Сравнение полученной закономерности с экспериментальными данными, а также результатами приближенного решения уравнения переноса излучения представлено ниже.

## 2.2. Решение уравнения переноса в $P_3$ - и $P_5$ -приближениях

Рассмотрим аналитический подход. Пусть однородная прозрачная и рассеивающая среды занимают полупространства  $z < 0$  и  $z > 0$  соответственно. Если рассеяние преобладает над поглощением ( $\mu_a \ll \mu_s$ ), в среде реализуется режим многократного рассеяния излучения. При падении на такую среду светового импульса с плоским волновым фронтом угловой спектр интенсивности света внутри среды может быть найден как решение уравнения переноса излучения [22]:

$$sn \frac{\partial L(z, s)}{\partial z} = -\mu_t L(z, s) + \mu_s \int_{4\pi} L(z, s') p(s, s') d\Omega', \quad (1)$$

где  $L(z, s)$  – угловой спектр интенсивности, т. е. интенсивность света в точке  $z$  в направлении  $s$ ;  $p(s, s')$  – индикатриса рассеяния;  $\mu_t = \mu_a + \mu_s$  – полный коэффициент ослабления света в рассеивающей среде;  $sn = \cos \theta$ ;  $\theta$  – угол между осью  $z$  и направлением движения фотона внутри среды;  $s$  и  $s'$  – единичные векторы в направлении распространения падающего и рассеянного фотонов;  $n$  – единичный вектор в направлении оси  $z$ ;  $d\Omega'$  – единичный телесный угол.

В качестве индикатрисы рассеяния  $p(s, s')$  для случаев сильной анизотропии обычно используют функцию Хенри – Гринштейна [23]

$$p_{\text{HG}}(s, s') = \frac{1}{4\pi} \frac{1 - g^2}{(1 + g^2 - 2gss')^{3/2}}. \quad (2)$$

Интенсивность света в исследуемой сильнорассеивающей среде  $I(z)$  в точке  $z$  связана с лучевой интенсивностью  $L(z, s)$  следующим соотношением [22]:

$$I(z) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} L(z, s) d\Omega. \quad (3)$$

Таким образом, решив интегродифференциальное уравнение (1), можно затем, используя формулу (3), рассчитать интенсивность света  $I(z)$  в любой точке исследуемой среды.

Представим лучевую интенсивность света  $L(z, s)$  внутри среды в виде суммы двух составляющих [22]: когерентной  $L_{\text{coh}}(z)$  и диффузной  $L_{\text{dif}}(z, s)$ . В результате из уравнения (1) получим

$$\frac{\partial L_{\text{coh}}(z)}{\partial z} = -\mu_t L_{\text{coh}}(z), \quad (4a)$$

$$sn \frac{\partial L_{\text{dif}}(z, s)}{\partial z} = -\mu_t L_{\text{dif}}(z, s) + \mu_s \int_{4\pi} L_{\text{dif}}(z, s') p(s, s') d\Omega' + Q(z, s), \quad (4б)$$

где  $Q(z, s) = \mu_s \int_{4\pi} L_{\text{coh}}(z) p(s, s') d\Omega'$  – функция источника для поля рассеянного света. Когерентная составляющая лучевой интенсивности  $L_{\text{coh}}(z)$  может быть легко найдена

как решение уравнения (4a). Граничное условие переизлучения для уравнения (4б) устанавливает соотношение между диффузным светом, направленным в глубь рассеивающей среды, и долей диффузного света, отраженного на границе раздела сред [8]:

$$\int_{\cos \theta > 0} L(z = 0, s) P_k(sn) d\Omega = \int_{\cos \theta < 0} R_{\text{Fr}}(-sn) L(z = 0, s) P_k(-sn) d\Omega, \quad (5)$$

где  $R_{\text{Fr}}(sn)$  – френелевский коэффициент отражения для неполяризованного света [8];  $P_k(sn)$  – полином Лежандра  $k$ -го порядка.

Диффузная составляющая лучевой интенсивности  $L_{\text{dif}}(z, s)$  в (4б), индикатриса рассеяния  $p_{\text{HG}}(s, s')$  и функция источника  $Q(z, s)$  могут быть представлены в виде разложения по полиномам Лежандра [22, 24]:

$$L_{\text{dif}}(z, s) = \sum_{k=0}^N \frac{2k+1}{4\pi} y_k(z) P_k(sn), \quad (6a)$$

$$p_{\text{HG}}(s, s') = \sum_{k=0}^N \frac{2k+1}{4\pi} g^k P_k(s, s'), \quad (6б)$$

$$Q(z, s) = \sum_{k=0}^N \frac{2k+1}{4\pi} q_k(z) P_k(sn), \quad (6в)$$

где  $y_k(z)$  и  $q_k(z)$  – коэффициенты разложения по полиномам Лежандра функций  $L(z, s)$  и  $Q(z, s)$  соответственно.

Коэффициенты разложения функции источника  $q_k(z)$  могут быть представлены в виде [24]

$$q_k(z) = \mu_s g^k I_0 \exp(-\mu_t z), \quad (7)$$

где  $I_0$  – интенсивность падающего на поверхность среды лазерного излучения. Подставляя (6a), (6б) и (6в) в уравнение (4б), умножая последовательно на  $P_l(sn)$  (где  $l = 0, 1, \dots, N$ ) и интегрируя по полному телесному углу  $4\pi$ , с учетом ортогональности соответствующих полиномов Лежандра получим систему  $N+1$  независимых дифференциальных уравнений для коэффициентов разложения  $y_k(z)$  диффузной компоненты лучевой интенсивности. При этом уравнение  $k$ -го порядка будет иметь вид

$$\frac{k}{2k+1} \frac{dy_{k-1}(z)}{dz} + \mu_k y_k(z) + \frac{k+1}{2k+1} \frac{dy_{k+1}(z)}{dz} = q_k(z), \quad (8)$$

где  $\mu_k = \mu_a + \mu_s(1 - g^k)$ . Необходимые для решения такой системы граничные условия могут быть найдены с помощью выражения (5). Решив систему (8) и подставив значения  $y_k(z)$  в (6a), можно просуммировать получившийся ряд и найти  $L_{\text{dif}}(z, s)$ , а следовательно, используя (3), и диффузную компоненту интенсивности света  $I_{\text{dif}}(z)$  в исследуемой среде.

Поскольку решить систему из бесконечного числа дифференциальных уравнений в принципе невозможно, число членов ряда в разложениях (6) ограничивают. Случай  $N = 1$  соответствует диффузионному приближению. В этом приближении пространственное распределение интенсивности света в среде описывается выражением [18]

$$h(z) = \frac{I(z)}{I_0} = \exp(-\mu_t z) + \frac{3}{2\mu_{\text{eff}} l^*} \times \{ \exp(\mu_{\text{eff}} l^*) - \exp[-\mu_{\text{eff}} l^* (2\Delta + 1)] \} \exp(-\mu_{\text{eff}} z), \quad (9)$$

где

$$\Delta = \frac{2}{3} \left( \frac{1 + R_{\text{eff}}}{1 - R_{\text{eff}}} \right);$$

$R_{\text{eff}}$  – эффективный коэффициент отражения диффузного излучения от границы раздела сред [24]. Первый член в (9) описывает когерентную составляющую, которая быстро уменьшается с удалением от границы, и на расстояниях  $z > (2 \div 3)l^*$  интенсивность света определяется только диффузной компонентой рассеянного поля (второе слагаемое в (9)), поскольку в приближении  $\mu_a \ll \mu_s$  коэффициент экстинкции света  $\mu_{\text{eff}} \ll \mu_s$ .

Аналитическое выражение для пространственного распределения интенсивности света в среде  $h(z)$ , полученное в рамках диффузионной теории ( $N = 1$ ), в области  $0 \leq z \leq (2 \div 3)l^*$  неправильно описывает реальное распределение (см., напр., [6, 23, 24]). Поэтому, как указано в [24], для расчета пространственного распределения интенсивности света в малой приповерхностной области среды необходимо использовать в (6) более высокие порядки разложения  $N$ .

Полагая  $N = 3$  в (6), при помощи уравнения (8) получаем систему из четырех дифференциальных уравнений для коэффициентов разложения  $y_0(z), \dots, y_3(z)$  диффузной компоненты лучевой интенсивности света в среде:

$$\mu_0 y_0(z) + \frac{dy_1(z)}{dz} = q_0(z), \quad (10a)$$

$$\frac{1}{3} \frac{dy_0(z)}{dz} + \mu_1 y_1(z) + \frac{2}{3} \frac{dy_2(z)}{dz} = q_1(z), \quad (10б)$$

$$\frac{2}{5} \frac{dy_1(z)}{dz} + \mu_2 y_2(z) + \frac{3}{5} \frac{dy_3(z)}{dz} = q_2(z), \quad (10в)$$

$$\frac{3}{7} \frac{dy_2(z)}{dz} + \mu_3 y_3(z) = q_3(z). \quad (10г)$$

Граничные условия (5) имеют вид

$$4(-2R_1 + 1)y_0 + 8(3R_2 + 1)y_1 + 5(-12R_3 + 4R_1 + 1)y_2 + 28(5R_4 - 3R_2) = 0, \quad (11a)$$

$$(-20R_3 + 12R_1 + 1)y_0 + 12(5R_4 - 3R_2) + 5(-30R_5 + 28R_3 - 6R_1 + 1)y_2 + 2(175R_6 - 210R_4 + 63R_2 + 4)y_3 = 0, \quad (11б)$$

где все величины  $y_k(z)$  берутся при  $z = 0$ , а

$$R_k = \int_0^{\pi/2} R_{\text{Fr}}(\theta) \cos^k \theta \sin \theta d\theta. \quad (12)$$

Решая систему (10) с граничными условиями (11) и учитывая, что  $y_k(z \rightarrow \infty) \rightarrow 0$ , для пространственного распределения интенсивности света в  $P_3$ -приближении получаем выражение

$$h(z) = \frac{I_{\text{dif}}(z) + I_{\text{coh}}(z)}{I_0} = C_1 \exp(-\alpha_1 z) + C_2 \exp(-\alpha_2 z) + (m_0 + 1) \exp(-\mu_t z), \quad (13)$$

где  $I_{\text{coh}}(z)$  находится из (4a);  $C_{1,2}$  – константы, определяемые из (11);  $m_0$  и  $\alpha_{1,2}$  – сложные функции оптических характеристик исследуемой среды ( $\mu_a, \mu_s$  и  $g$ ), которые рассчитываются при решении этой системы с использованием ЭВМ.

В случае  $P_5$ -приближения в разложении (6a) учитывается большее число членов  $y_k(z)$ . Общее решение полученной системы может быть найдено в виде

$$h(z) = \frac{I_{\text{dif}}(z) + I_{\text{coh}}(z)}{I_0} = \tilde{C}_1 \exp(-\tilde{\alpha}_1 z) + \tilde{C}_2 \exp(-\tilde{\alpha}_2 z) + \tilde{C}_3 \exp(-\tilde{\alpha}_3 z) + (m_k + 1) \exp(-\mu_t z), \quad (14)$$

где неизвестные константы  $\tilde{C}_{1-3}$  и параметры  $m_k, \tilde{\alpha}_{1-3}$  могут быть получены из соответствующих граничных условий (см. выражение (5)) аналогично тому, как это было сделано в случае  $P_3$ -приближения.

Таким образом, рассмотренное решение уравнения переноса в диффузионном,  $P_3$ - и  $P_5$ -приближениях позволяет проводить расчет  $h(z)$  в исследуемой среде с известными оптическими характеристиками  $\mu_a, \mu_s$  и  $g$ .

### 3. Теоретическая модель импульсного ОА эффекта в рассеивающей среде

При сделанных в разд.2 предположениях, исследуемую среду можно описывать некоторыми «эффективными» параметрами: удельной теплоемкостью  $c_p$ , скоростью звука  $V_0$ , коэффициентом теплового расширения  $\beta$ , температуропроводностью  $\chi$ . Если время релаксации теплового поля в области нагрева  $\sim 1/(\mu_{\text{eff}}^2 \chi)$  много больше длительности лазерного импульса  $\tau_L$ , то диффузией тепла в процессе лазерного нагрева среды можно пренебречь. При поглощении в среде короткого лазерного импульса ( $\mu_{\text{eff}} V_0 \tau_L \ll 1$ ) для расчета акустического возмущения интенсивность света может быть взята в виде  $I_0 f(t) H(z) = E_0 \delta(t) H(z)$ , где  $E_0$  – плотность энергии падающего лазерного излучения на поверхности среды. В этом случае временная зависимость давления в бегущей акустической волне, излучаемой в поглощающую среду, имеет вид [13, 18]

$$P(\tau) = \frac{\beta V_0^2}{2c_p} \mu_a E_0 \begin{cases} H(-V_0 \tau), & \tau < 0, \\ R_{\text{ac}} H(V_0 \tau), & \tau > 0. \end{cases} \quad (15)$$

Здесь  $\tau = t - z/V_0$ ;  $R_{\text{ac}} = (1 - Z)/(1 + Z)$  – коэффициент отражения ультразвуковой волны от границы раздела рассеивающая среда – прозрачная среда;  $Z$  – отношение акустических импедансов поглощающей и прозрачной сред. Таким образом, ОА сигнал (15) представляет собой волну сжатия и следующую за ней волну разрежения (при  $Z > 1$ ) или сжатия (при  $Z < 1$ ).

Как видно из выражения (15), передний фронт ОА сигнала  $P(\tau < 0)$  пропорционален пространственному распределению интенсивности света в среде  $H(z)$ , причем временной масштаб изменения  $P$  и пространственный масштаб изменения  $H$  связаны через скорость звука в среде:  $z = -V_0 \tau$ . При прямой регистрации ОА сигналов (в

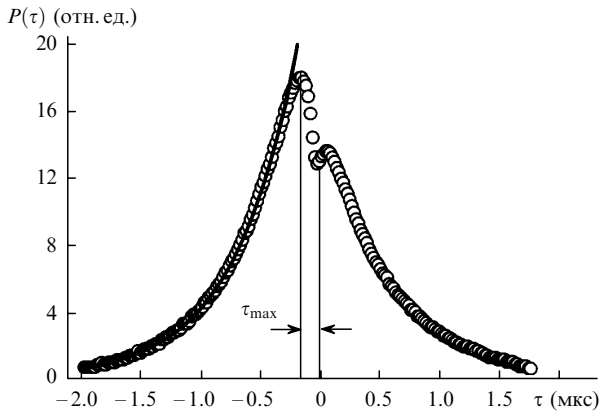


Рис.3. Характерный профиль ОА сигнала, возбуждаемого в рассеивающей среде при акустически жесткой границе. Кривая – аппроксимация при  $\tau < 0$  функцией  $P(\tau) \sim \exp(\mu_{\text{eff}} V_0 \tau)$ .

поглощающей среде) [14, 18] момент  $\tau = 0$  соответствует приходу на акустический приемник сигнала, возбуждаемого на поверхности исследуемой среды  $z = 0$ . В случае акустически жесткой границы давление  $P(\tau)$  имеет локальный минимум при  $\tau = 0$  (рис.3), соответствующий локальному минимуму в распределении  $H(z)$  интенсивности света в среде при  $z = 0$  [18]. Поскольку временная зависимость переднего фронта ОА сигнала  $P(\tau < 0)$  определяется пространственной зависимостью  $H(z)$ , то, измеряя давление на переднем фронте ОА сигнала и нормируя его на  $(\beta V_0^2 / 2c_p) \mu_a E_0$ , можно рассчитать пространственное распределение интенсивности света в среде [17]. Измерения в средах с различными коэффициентами  $\mu_a$  и  $\mu'_s$  позволяют исследовать особенности распределения  $H(z)$ . Кроме того, на расстояниях  $z \gg (2 \div 3)l^*$  функция  $H(z) = h(z)$  и, следовательно (см. (14), (15)),

$$P(z) = \frac{\beta V_0^2}{4c_p} \mu_{\text{eff}} E_0 \left\{ \exp(\mu_{\text{eff}} l^*) - \exp[-\mu_{\text{eff}} l^* (2\Delta + 1)] \right\} \exp(-\mu_{\text{eff}} z). \quad (16)$$

Коэффициенты  $\mu_a$  и  $\mu'_s$  могут быть вычислены по давлению на фронте ОА сигнала, зарегистрированного с высоким временным разрешением [18]. Однако, как видно из выражения (16), величина  $\mu_{\text{eff}}$  в среде может быть получена по аппроксимации переднего фронта ОА сигнала (рис.3), зарегистрированного в относительных единицах. Положение максимума  $z_{\text{max}} = -\tau_{\text{max}} V_0$  пространственного распределения интенсивности света также определяется по форме ОА сигнала. Это позволяет построить зависимость  $z_{\text{max}} \mu_{\text{eff}}$  от  $\mu_a / \mu_{\text{eff}}$  (аналогичную изображенной на рис.2), где все величины находятся экспериментально по профилю ОА сигнала.

#### 4. Экспериментальная установка

Исследование пространственного распределения интенсивности и измерение оптических характеристик в сильнорассеивающих средах проводились на установке, собранной по схеме с прямой регистрацией ОА сигналов [14, 18]. Для их возбуждения использовалось излучение основной гармоники (длина волны  $\lambda = 1.06$  мкм) импульсного Nd:YAG-лазера с модуляцией добротности ( $\tau_L = 10 - 12$  нс). Энергия в импульсе составляла 50–70 мДж. Возбуждаемый в исследуемой среде ОА сигнал регистри-

ровался с помощью широкополосных пьезоприемников, изготовленных из ПВДФ-пленки толщиной 10 и 30 мкм. Приемники были абсолютно откалиброваны [25] в диапазонах 0.05–8 и 0.01–30 МГц соответственно, их низкочастотная чувствительность составляла  $13.5 \pm 0.1$  и  $4.5 \pm 0.3$  мВ/Па. Для получения акустически жесткой границы исследуемой среды кювета закрывалась кварцевой пластиной ( $Z = 0.12$ ,  $R_{\text{ac}} = 0.79$ ).

Описанная установка позволяет возбуждать и регистрировать акустические импульсы длительностью 200 нс–10 мкс с амплитудой давления 2–3 Па (при усреднении сигнала по 64 реализациям). Это дает возможность измерять  $\mu_{\text{eff}}$  в диапазоне 1.5–100  $\text{см}^{-1}$  при  $\mu_a > 0.05 \text{ см}^{-1}$ .

#### 5. Исследуемые среды

Для проведения тестовых измерений мы брали среду с известными оптическими свойствами – водную суспензию полистироловых микросфер (радиус частиц  $r_0 = 0.38$  мкм, их объемная концентрация  $N_v = 1\%$ ). Величины  $\mu'_s = 21.8 \text{ см}^{-1}$  и  $g = 0.782$  были рассчитаны по теории Ми [26] для известных значений  $r_0$ ,  $N_v$  и показателя преломления полистирола  $n_0 = 1.56$  на  $\lambda = 1.06$  мкм. Коэффициент поглощения света исходной суспензии предполагался равным коэффициенту поглощения дистиллированной воды  $\mu_a = 0.17 \text{ см}^{-1}$  на  $\lambda = 1.06$  мкм [27], т.к. поглощение света в полистироле на этой длине волны не превышает  $0.05 \text{ см}^{-1}$ , а концентрация рассеивателей была мала.

В качестве исследуемых рассеивающих сред с неизвестными оптическими свойствами использовались взвеси частиц оксида титана  $\text{TiO}_2$  в воде (средний размер частиц менее 1 мкм,  $N_v = 0.2 - 1.7\%$ ) и молоко 3.5%-ной жирности. Из-за малости объемной концентрации частиц показатель преломления и теплофизические параметры исследуемых сред считались равными таковым для воды:  $n_2 = 1.33$  на  $\lambda = 1.06$  мкм,  $\beta = 1.82 \times 10^{-4} \text{ К}^{-1}$ ,  $c_p = 4.18 \text{ Дж} \cdot \text{г}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$ ,  $\chi = 1.43 \times 10^{-3} \text{ см}^2/\text{с}$ ,  $V_0 = (1.49 \pm 0.01) \times 10^5 \text{ см/с}$  [27]. Предполагалось, что  $g \sim 0.8 - 0.9$ .

Коэффициент поглощения  $\mu_a$  варьировался при добавлении различных объемов черной туши (0.02–1.2 мл) в фиксированный объем среды (100 мл). Предполагалось, что коэффициент поглощения исследуемой среды изменится пропорционально концентрации туши, а коэффициент рассеяния не меняется. Таким образом, коэффициент поглощения света исследуемых сред  $\mu_a$  изменялся в диапазоне 0.17–14.8  $\text{см}^{-1}$ . Приведенный коэффициент рассеяния сред  $\mu'_s$  находился в диапазоне 18–52  $\text{см}^{-1}$  и измерялся по абсолютной величине давления ОА сигнала [18].

#### 6. Экспериментальные результаты

Для того чтобы продемонстрировать возможность экспериментального исследования особенностей распределения  $H(z)$  в рассеивающей среде, т.е. правильного измерения  $z_{\text{max}}$  по временному профилю ОА импульса, было проведено тестирование ОА метода в среде с известными оптическими свойствами – водном растворе полистироловых микросфер. Коэффициент поглощения раствора варьировался путем добавления в него черной туши с фиксированной концентрацией. Параметры  $\mu_{\text{eff}}$  и  $z_{\text{max}} = -V_0 \tau_{\text{max}}$  измерялись по временному профилю ОА сигнала (рис.3) вплоть до  $\mu_a / \mu_{\text{eff}} = 0.21$ . Относительная погрешность измерения  $\tau_{\text{max}}$  составляла 5–6% в диапазоне

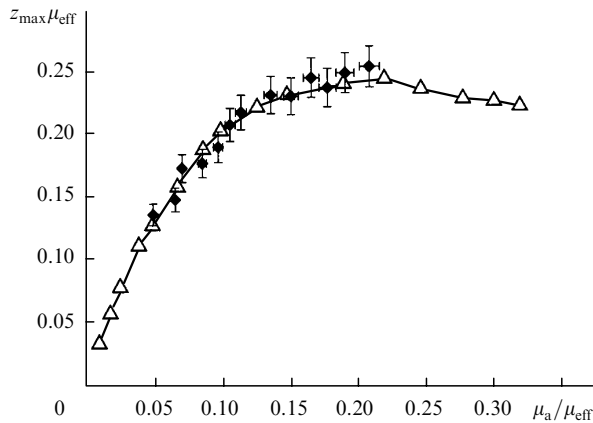


Рис.4. Зависимости  $z_{\max}\mu_{\text{eff}}$  от отношения  $\mu_a/\mu_{\text{eff}}$  для суспензии полистироловых сфер, полученные при моделировании методом Монте-Карло ( $\Delta$ ) и экспериментально ( $\bullet$ ).

$\tau_{\max} = 50 - 200$  нс и определялась ограниченной полосой частот использованных пьезоприемников.

Результат измерений (зависимость  $z_{\max}\mu_{\text{eff}}$  от  $\mu_a/\mu_{\text{eff}}$ ) представлен на рис.4. Для сравнения там же приведена зависимость, рассчитанная методом Монте-Карло. Относительные погрешности измерений величин  $\mu_a/\mu_{\text{eff}}$  и  $z_{\max}\mu_{\text{eff}}$  составили 3–4 % и 6–7 % соответственно. Видно, что экспериментальная зависимость совпадает с результатами моделирования в пределах погрешности измерений. Это говорит о том, что оба подхода дают одинаковые результаты и мы можем использовать ОА метод для проведения измерений и в средах с неизвестными оптическими свойствами.

На рис.5,а показана экспериментальная зависимость  $z_{\max}\mu_{\text{eff}}$  от  $\mu_a/\mu_{\text{eff}}$  для исследуемых сред с фиксированными  $\mu'_s$ : молока ( $\mu'_s = 21.6 \text{ см}^{-1}$ ) и двух суспензий  $\text{TiO}_2$  с различными концентрациями ( $\mu'_s = 35.5 \text{ см}^{-1}$  и  $51.1 \text{ см}^{-1}$ ). Для сравнения на рис.5,б приведены результаты моделирования методом Монте-Карло для  $g = 0.8$  и  $0.95$ . Относительная погрешность измерения величины  $\mu_a/\mu_{\text{eff}}$  составляла 3–4 %, а для  $z_{\max}\mu_{\text{eff}}$  она была равна 6–7 %. Видно, что экспериментальные данные, полученные в разных средах с различными приведенными коэффициентами рассеяния  $\mu'_s$ , в пределах погрешности измерений совпадают между собой и с результатами моделирования. Таким образом, экспериментальные данные подтверждают результаты, предсказываемые методом Монте-Карло (см. рис.2): величина  $z_{\max}\mu_{\text{eff}}$  является функцией отношения  $\mu_a/\mu_{\text{eff}}$  и не зависит от абсолютных значений  $\mu_a$  и  $\mu_{\text{eff}}$  при  $g > 0.8$ . Это позволяет аппроксимировать экспериментальные точки, например, функцией

$$Y_{\text{fit}} = 0.276 \left[ 1 - \exp \left( -13.42 \frac{\mu_a}{\mu_{\text{eff}}} \right) \right], \quad (17)$$

которая показана на рис.5а,б жирной линией. Необходимо отметить, что  $\mu_{\text{eff}}$  и  $z_{\max}$  определяются по фронту ОА сигнала  $P(\tau < 0)$ .

На основе результатов исследований различными методами – численно (методом Монте-Карло) и экспериментально – особенностей пространственного распределения интенсивности лазерного излучения в сильно рассеивающей свет среде можно заключить, что полученная универсальная зависимость может быть использована для определения  $\mu_a$  по экспериментально изме-

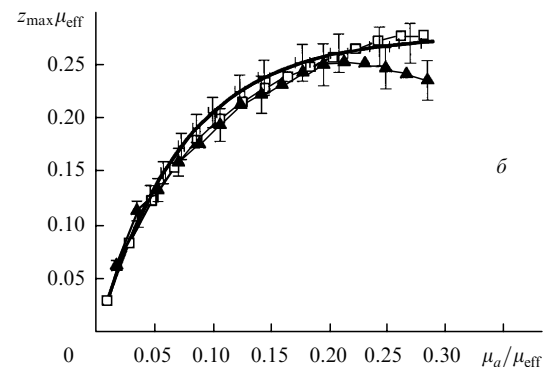
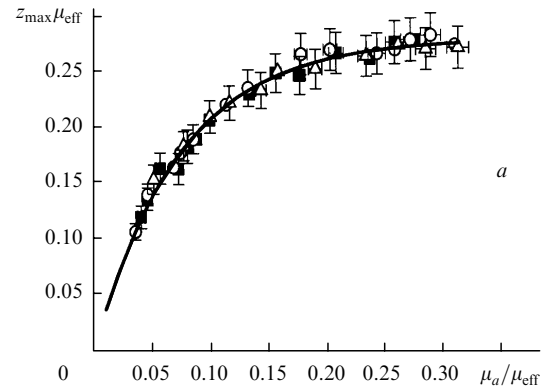


Рис.5. Экспериментальные зависимости  $z_{\max}\mu_{\text{eff}}$  от отношения  $\mu_a/\mu_{\text{eff}}$  для двух водных суспензий частиц  $\text{TiO}_2$  ( $\mu'_s = 35.5$  ( $\blacksquare$ ) и  $51.1 \text{ см}^{-1}$  ( $\circ$ )) и молока ( $\mu'_s = 21.6 \text{ см}^{-1}$  ( $\Delta$ )) (а), а также результаты моделирования методом Монте-Карло ( $g = 0.80$  ( $\blacktriangle$ ) и  $0.95$  ( $\square$ )) (б). Жирная кривая – феноменологическая зависимость (17).

ренным величинам  $\mu_{\text{eff}}$  и  $z_{\max}$ :

$$\mu_a = -0.074\mu_{\text{eff}} \ln(1 - 3.62z_{\max}\mu_{\text{eff}}). \quad (18)$$

Затем, используя формулу  $\mu'_s = \mu_{\text{eff}}^2/3\mu_a$ , можно рассчитать значение приведенного коэффициента рассеяния  $\mu'_s$  в исследуемой среде.

## 7. Расчеты на основе решения уравнения переноса излучения

В разд.2.2 было показано, что пространственное распределение интенсивности света  $H(z)$  в исследуемой рассеивающей среде может быть рассчитано в диффузионном,  $P_3$ - и  $P_5$ -приближениях, если заданы оптические характеристики этой среды. Решение в диффузионном приближении дает  $z_{\max} = l^*$ , что очевидно является неверным результатом, т. к. само диффузионное приближение справедливо только на расстояниях  $z > (2 \div 3)l^*$  [21, 22]. Зависимости  $z_{\max}\mu_{\text{eff}}$  от  $\mu_a/\mu_{\text{eff}}$ , полученные на основе  $P_3$ - и  $P_5$ -приближений для факторов анизотропии рассеяния света  $g = 0.80 - 0.95$ , представлены на рис.6. Для сравнения там же приведена феноменологическая зависимость (17).

Из рис.6 видно, что зависимости  $z_{\max}\mu_{\text{eff}}$  от отношения  $\mu_a/\mu_{\text{eff}}$  обнаруживают сильное расхождение с феноменологической зависимостью (17) при  $\mu_a/\mu_{\text{eff}} > 0.12$  и  $\mu_a/\mu_{\text{eff}} > 0.15$  для  $P_3$ - и  $P_5$ -приближений соответственно. Это расхождение может быть обусловлено несколькими причинами. Во-первых, с ростом  $\mu_a$  максимум интенсивности света в исследуемых рассеивающих средах смеща-

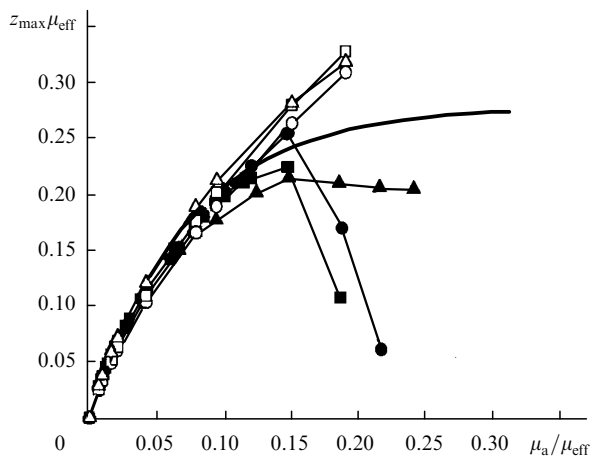


Рис.6. Сравнение феноменологической зависимости (17) (жирная кривая) с результатами, полученными в  $P_3$ - (светлые точки) и  $P_5$ -приближениях (темные точки) при  $g = 0.80$  ( $\Delta$ ,  $\blacktriangle$ ),  $0.90$  ( $\square$ ,  $\blacksquare$ ) и  $0.95$  ( $\circ$ ,  $\bullet$ ).

ется к их поверхности и попадает в ту область пространства, где даже шести членов разложения (6а) оказывается недостаточно для адекватного описания углового спектра интенсивности света в среде. Полученные результаты позволяют оценить пределы применимости  $P_3$ - и  $P_5$ -приближений как  $z > (0.6 \div 0.7)l^*$  и  $z > (0.4 \div 0.5)l^*$  соответственно. Для правильного описания пространственного распределения интенсивности света  $H(z)$  на меньших расстояниях от поверхности исследуемой среды необходимо использовать в (6) более высокие порядки разложения.

Вторым источником ошибок в аналитическом подходе является использование функции Хени – Гринштейна (2) в виде (6б). Необходимо отметить, что исследование влияния этого фактора на точность описания функции  $H(z)$  наиболее затруднено и должно, по-видимому, являться предметом отдельной работы. Ясно, однако, что с ростом порядка приближения точность описания пространственного распределения интенсивности света  $H(z)$ , так же как и область пространства, в которой использованное приближение правильно описывает функцию  $H(z)$ , будут увеличиваться.

## 8. Выводы

В данной работе проведено исследование пространственного распределения интенсивности лазерного излучения в модельных рассеивающих средах методом Монте-Карло, при решении уравнения переноса и ОА методом.

Зависимость  $z_{\max} \mu_{\text{eff}}(\mu_a / \mu_{\text{eff}})$  исследована с помощью численного моделирования методом Монте-Карло при  $\mu_a / \mu_{\text{eff}} < 0.32$  для различных факторов анизотропии  $g$ . Показано, что при  $g > 0.8$  зависимости совпадают между собой в пределах погрешности расчетов.

ОА методом экспериментально установлено, что для исследованных модельных рассеивающих сред (с фактором анизотропии  $g > 0.8$ ) при  $\mu_a / \mu_{\text{eff}} < 0.35$  вид зависимости  $z_{\max} \mu_{\text{eff}}(\mu_a / \mu_{\text{eff}})$  определяется только отношением

$\mu_a / \mu_{\text{eff}}$  и не зависит от абсолютных величин  $\mu_a$  и  $\mu_{\text{eff}}$ , т. е. имеет универсальный характер. Оптические характеристики однородно рассеивающих конденсированных сред  $\mu_a$  и  $\mu_s'$  с помощью данной зависимости могут быть определены по временному профилю ОА сигнала, зарегистрированного в относительных единицах.

Апробирован приближенный аналитический метод решения уравнения переноса излучения в сильнорассеивающей среде. Показано, что полученные в  $P_3$ - и  $P_5$ -приближениях зависимости  $z_{\max} \mu_{\text{eff}}(\mu_a / \mu_{\text{eff}})$  при  $\mu_a / \mu_{\text{eff}} < 0.12$  и  $\mu_a / \mu_{\text{eff}} < 0.15$  соответственно для  $g = 0.80 - 0.95$  в пределах погрешности 5 – 7 % совпадают с результатами ОА измерений и численного моделирования методом Монте-Карло.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (гранты № 01-02-16539 и 02-02-08008).

- Patterson M.S., Chance B., Wilson B.C. *Appl. Opt.*, **28**, 2331 (1989).
- Kienle A., Patterson M.S. *J. Opt. Soc. Am.*, **14**, 246 (1997).
- Cubeddu R., Pifferi A., Taroni P., Torricelli A., Valentini G. *Appl. Phys. Lett.*, **74**, 874 (1999).
- Wang R.K., Wikramasinghe Y.A. *Appl. Opt.*, **37**, 7342 (1998).
- Tromberg B.J., Svaasand L.O., Tsay T.-T., Haskell R.C. *Appl. Opt.*, **32**, 607 (1993).
- Haskell R.C., Svaasand L.O., Tsay T.T., Feng T.-C., McAdams M.S., Tromberg B.J. *J. Opt. Soc. Am.*, **11**, 2727 (1994).
- Dergatchev A., de Mul F.F.M. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **4263**, 178 (2001).
- Bevilacqua F., Berger A.J., Cerussi A.E., Jakubowski D., Tromberg B.J. *Appl. Opt.*, **39**, 6498 (2000).
- Farrell T.J., Patterson M.S., Wilson B. *Med. Phys.*, **19**, 879 (1992).
- Bevilacqua F., Piguat D., Marquet P., Gross J.D., Tromberg B.J., Depeursing C. *Appl. Opt.*, **38**, 4939 (1999).
- Jacques S.L., Gutsche A., Schwartz J., Wang L., Tittel F. *SPIE paper*, **IS-11**, 211 (1993).
- Pham T.H., Bevilacqua F., Spott T., Dam J.S., Tromberg B.J., Andersson-Engels S. *Appl. Opt.*, **39**, 6487 (2000).
- Гусев В.Э., Карабутов А.А. *Лазерная оптоакустика* (М.: Наука, 1991).
- Karabutov A.A., Podymova N.B., Letokhov V.S. *Appl. Phys. B*, **63**, 545 (1996).
- Oraevsky A.A., Andreev V.G., Karabutov A.A., Esenaliev R.O. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **3601**, 256 (1999).
- Oraevsky A.A., Andreev V.G., Karabutov A.A., Fleming D.R., Gatalica Z., Sindh H., Esenaliev R.O. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **3601**, 268 (1999).
- Карабутов А.А., Пеливанов И.М., Подымова Н.Б., Скипетров С.Е. *Письма в ЖЭТФ*, **70**, 187 (1999).
- Карабутов А.А., Пеливанов И.М., Подымова Н.Б., Скипетров С.Е. *Квантовая электроника*, **29**, 215 (1999).
- Грашин П.С., Карабутов А.А., Пеливанов И.М., Подымова Н.Б. *Вестник Моск. ун-та. Сер. Физика, астрономия*, № 2, 39 (2001).
- Jacques S.L. *Photochem. Photobiol.*, **67**, 23 (1998).
- Duderstadt J.J., Hamilton L.J. *Nuclear reactor analysis* (New York: Wiley, 1976).
- Исмару А. *Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах* (М.: Наука, 1981).
- van de Hulst H.C. *Multiple light scattering: tables, formulas and applications* (New York: Academic, 1980, v. 2).
- Spott T., Svaasand L. *Appl. Opt.*, **39**, 6453 (2000).
- Андреев В.Г., Карабутов А.А., Руденко О.В. *Вестник Моск. ун-та. Сер. Физика, астрономия*, № 25, 74 (1984).
- Mie G. *Ann. Phys.*, **25**, 337 (1908).
- Физические величины. Справочник*. Под ред. И.С.Григорьева, Е.З.Мейлихова (М.: Энергоатомиздат, 1991).