

Абсолютное измерение длины с помощью фемтосекундного лазера

Е.В.Бакланов, А.К.Дмитриев

Предлагается использовать излучение фемтосекундного лазера для абсолютного измерения длины. Отмечается возможность создания единого эталона частоты и длины.

Ключевые слова: фемтосекундный лазер, прецизионные измерения, эталоны частоты и длины.

1. Введение

Благодаря использованию фемтосекундных лазеров, в последние годы достигнут большой прогресс в области измерения оптических частот. Периодическая последовательность импульсов, генерируемых такими лазерами, содержит набор эквидистантных частот, который позволяет измерять абсолютные значения частот от радио- до ультрафиолетового диапазона [1 – 3].

Фемтосекундные лазеры могут использоваться для измерения не только частот, но и других физических величин. В настоящей работе предлагается использовать фемтосекундный лазер для измерения длин и создания единого эталона частоты и длины.

2. Излучение стабильного по частоте фемтосекундного лазера

Излучение фемтосекундного лазера представляет собой периодическую последовательность импульсов, спектр которой состоит из набора частот

$$\omega_m = m\Delta\omega - \Omega, \quad (1)$$

где m – целые положительные числа;

$$\Delta\omega = \frac{2\pi c}{l} \quad (2)$$

– интервал между частотами соседних мод; l – расстояние между импульсами, соответствующее полной длине резонатора лазера; Ω – сдвиг частоты, общий для всех мод ($0 \leq \Omega \leq \Delta\omega$) [4, 5].

Таким образом, частота каждой моды определяется двумя факторами: межмодовым интервалом $\Delta\omega$ и сдвигом Ω . Очевидно, что при измерении абсолютных значений частот необходимо обеспечить стабильность этих двух параметров.

Институт лазерной физики СО РАН, Россия, 630090 Новосибирск, просп. акад. Лаврентьева, 13/3;
e-mail: balk@laser.nsc.ru, dak@laser.nsc.ru

Поступила в редакцию 16 мая 2002 г.

Межмодовый частотный интервал $\Delta\omega$ можно стабилизировать, используя в качестве опорного высокостабильный радиогенератор с частотой $\Delta\omega$. Впервые этот метод был реализован в He–Ne-лазере [6, 7], затем в титан–сапфировом лазере [8 – 10]. Другая возможность связана со стабилизацией межмодового частотного интервала $\Delta\omega$ по частоте стабильного лазера [10]. Сдвиг частоты Ω можно определить с помощью методики, рассмотренной в [5] (подробнее см. в п.4).

3. Прохождение периодической последовательности импульсов через интерферометр

Рассмотрим идеальный интерферометр Фабри–Перо. Интенсивность излучения с частотой ω_m , прошедшего через интерферометр, есть

$$I_m(L) = I_m \frac{1}{1 + p \sin^2(\omega_m L/c)}, \quad (3)$$

где I_m – интенсивность падающей волны;

$$p = \frac{4(1 - T)}{T^2}; \quad (4)$$

T – коэффициент пропускания зеркал; L – длина интерферометра. При расчете пропускания периодической последовательности импульсов через интерферометр предполагается, что каждая спектральная компонента много уже полосы пропускания интерферометра. В этом случае компоненты можно рассматривать независимо друг от друга, а интенсивность прошедшего через интерферометр излучения дается формулой

$$I(L) = \sum_m I_m(L). \quad (5)$$

Введя безразмерную переменную $z = L/l$, перепишем (5) в виде

$$I(z) = \sum_m I_m \frac{1}{1 + p \sin^2[\pi(m + q)z]}, \quad (6)$$

где

$$q = \Omega/\Delta\omega \quad (0 \leq q < 1). \quad (7)$$

Резонансные пики в интерферометре Фабри–Перо возникают при его перестройке на длину порядка длины волны, поэтому вместо z иногда удобно использовать переменную

$$x = (z - a)m'_0, \quad (8)$$

где a – некоторая начальная длина, относительно которой осуществляется изменение z ; m'_0 – номер одной из мод. Тогда

$$I(x) = \sum_m I_m \frac{1}{1 + p \sin^2 \{ \pi [x(m + q)/m'_0 + qa + ma] \}}. \quad (9)$$

В оптическом диапазоне $m \gg 1$, поэтому для $x < 1$ вместо (9) можно записать следующее выражение:

$$I(x) = \sum_m I_m \frac{1}{1 + p \sin^2 [\pi(xm/m'_0 + qa + ma)]}. \quad (10)$$

Для простоты будем считать, что спектр излучения содержит нечетное число $(2N + 1)$ мод одинаковой интенсивности $I_m = I/(2N + 1)$, где $I = \sum_{m=m_0-N}^{m_0+N} I_m$ – суммарная интенсивность всех мод; m_0 – номер центральной моды.

Проанализируем случай, когда $q = 0$. Тогда вместо (6) имеем

$$I(z) = \frac{1}{2N + 1} \sum_{m=m_0-N}^{m_0+N} \frac{1}{1 + p \sin^2(\pi mz)}. \quad (11)$$

Функция $I(z)$ является периодической, ее период равен единице. Максимумы в точках $z = n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) и соответствующие им полосы пропускания мы будем называть основными, $I(n) = I$, т. е. при $z = n$ интерферометр оказывается полностью прозрачным. Этот факт имеет простое объяснение: каждая из мод излучения фемтосекундного лазера точно совпадает с соответствующей модой интерферометра.

Наряду с основными максимумами пропускания существуют также дополнительные, когда $z = n \pm b/d$. При условии $N/d \gg 1$ дополнительные максимумы

$$I\left(n \pm \frac{b}{d}\right) = \frac{I}{d}, \quad (12)$$

где b/d – простая дробь. Эти максимумы обусловлены тем, что при отличии длины интерферометра от положения, соответствующего основному максимуму, на величину b/d число частот излучения лазера $2N/d$ точно совпадает с числом мод интерферометра. Например, при $d = 2$ только половина мод дает вклад в дополнительный максимум в точке $z = n \pm 1/2$, что приводит к его уменьшению в два раза по сравнению с основным.

Число мод, дающих вклад в образование основных и дополнительных максимумов, много больше единицы. Если оно порядка единицы, то соответствующие полосы пропускания можно отнести к фону.

Для расчета амплитуд и ширин полос пропускания интерферометра воспользуемся выражением (9). Для $q = 0$ имеем

$$I(x) = \frac{1}{2N + 1} \sum_{m=m_0-N}^{m_0+N} \frac{1}{1 + p \sin^2 [\pi(xm/m_0 + ma)]}. \quad (13)$$

Проанализируем поведение максимумов $I(x)$ вблизи основного максимума (a – целое число). В этом случае

$$I(x) = \frac{1}{2N + 1} \sum_{m=m_0-N}^{m_0+N} \frac{1}{1 + p \sin^2(\pi xm/m_0)}. \quad (14)$$

Если ширина спектра излучения фемтосекундного лазера много меньше средней частоты излучения ($m_0 \gg N$), то, заменяя под знаком суммы $m \rightarrow m_0$, имеем при $x < 1$

$$I(x) = \frac{I}{1 + p \sin^2(\pi x)}. \quad (15)$$

Результат, естественно, тот же, что и для монохроматического излучения, т. к. мы фактически пренебрегли различием частот мод фемтосекундного лазера. Максимумы пропускания ($I(x_k) = 1$) находятся в точках $x_k = k$, где $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Если $x \geq m_0/(N\sqrt{p})$, то при $k \neq 0$ заметно уменьшаются максимумы полос, которые теперь мы будем называть боковыми. Найдем выражение для амплитуд этих максимумов. При $x \ll m_0/\sqrt{p}$ сумму в (14) можно заменить интегралом. Для $x = x_k$

$$I(x_k) = \frac{1}{2N} \int_{m_0-N}^{m_0+N} dm \frac{1}{1 + p \sin^2(\pi km/m_0)}. \quad (16)$$

Выполнив интегрирование, получим

$$I(x_k) = \frac{m_0}{\pi k N (1 + p)^{1/2}} \arctan \left[(1 + p)^{1/2} \tan \left(\frac{\pi k N}{m_0} \right) \right]. \quad (17)$$

При $\pi k N/m_0 \ll 1$ перепишем (17) в виде

$$I(x_k) = \frac{1}{k\beta} \arctan(k\beta), \quad (18)$$

где $\beta = \pi N(1 + p)^{1/2}/m_0$ – характерный параметр задачи. При $k\beta \ll 1$

$$I(x_k) = 1 - \frac{k^2\beta^2}{3}. \quad (19)$$

В основном максимуме ($k = 0$) интерферометр полностью пропускает излучение, в то время как амплитуды боковых максимумов уменьшаются пропорционально k^2 .

При $k\beta \gg 1$

$$I(x_k) = \frac{\pi}{2k\beta}. \quad (20)$$

Как следует из (15), при $p \gg 1$ полуширина основных полос пропускания $I(x)$ на уровне $I/2$ есть

$$\gamma = \frac{1}{\pi\sqrt{p}}, \quad (21)$$

что совпадает со случаем монохроматического излучения. При $k\beta \ll 1$ полуширина боковых полос

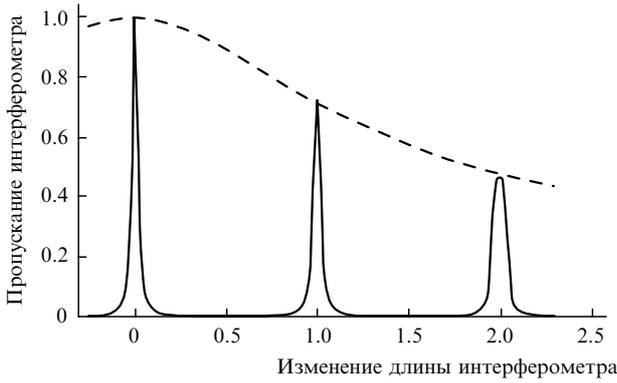


Рис.1. Зависимость пропускания интерферометра от его длины, построенная по формуле (14) при $N = 20$, $m_0 = 1000$, $p = 400$ (сплошная кривая), и огибающая максимумов пропускания (18) (штриховая кривая).

$$\gamma_k = \gamma \left(1 + \frac{k^2 \beta^2}{3} \right). \tag{22}$$

На рис.1 показана зависимость пропускания интерферометра от его длины, рассчитанная по формуле (14). Огибающая максимумов дается выражением (18). Видно, что при вычислении максимумов справедлива замена суммы интегралом.

Экспериментальная зависимость пропускания интерферометра вблизи дополнительного максимума $L/l = b/d = 1/2$, наблюдавшаяся в [11], совпадает с зависимостью, показанной на рис.1.

4. Измерение длины интерферометра

Пусть имеется фемтосекундный лазер с перестраиваемой межмодовой частотой $\Delta\omega$, которая определяется одним параметром – длиной резонатора лазера l (2). Изменяя l , можно настроиться на один из основных максимумов пропускания интерферометра, который соответствует определенной длине резонатора лазера l_n . При этом межмодовая частота

$$\Delta\omega_n = \frac{2\pi c}{l_n}, \tag{23}$$

а измеряемая длина интерферометра

$$L = n l_n. \tag{24}$$

Измерение $\Delta\omega_n$ дает l_n . Для определения L в (24) необходимо знать номер n основного максимума. При больших длинах интерферометра ($n \gg 1$) это нетривиальная задача. Воспользуемся следующим приемом. Поскольку $n l_n = (n + 1) l_{n+1}$, то изменение длины резонатора лазера при перестройке на соседний максимум интерферометра есть

$$\Delta l = l_n - l_{n+1} = \frac{l_{n+1}}{n}. \tag{25}$$

Используя (23), получим

$$n = \frac{\Delta\omega_n}{\Delta\omega_{n+1} - \Delta\omega_n}. \tag{26}$$

Измеряя $\Delta\omega_n$ и $\Delta\omega_{n+1}$ для длин l_n и l_{n+1} , а затем округляя

правую часть (26) до целого, находим n . Зная n из выражения (26) и l_n из (23), определяем длину интерферометра.

Из (24) и (25) имеем

$$L = n(n - 1)\Delta l. \tag{27}$$

Соотношение (27) показывает, что при малых изменениях длины резонатора Δl фемтосекундного лазера мы получаем возможность значительно увеличить измеряемую длину интерферометра. Например, если длина резонатора лазера $l_n = 10$ см ($n = 10^4$), то $\Delta l = 10$ мкм, а измеряемая длина интерферометра (24) равна 1 км. Малая перестройка длины резонатора лазера Δl удобна с технической точки зрения, и ее можно осуществить с помощью различных элементов, например пьезокерамики.

В тех случаях, когда необходимая перестройка длины резонатора Δl является достаточно большой и ее трудно реализовать по техническим причинам, можно использовать дополнительные максимумы. Это снижает требования к величине перестройки, но усложняет процедуру измерений.

Дополнительные возможности измерения длины интерферометра связаны с использованием максимумов боковых полос (см. рис.1). Для соседних боковых полос изменение длины резонатора лазера имеет порядок длины волны и равно $l^2/m_0 L$. Однако при этом возникает проблема идентификации бокового максимума.

На рис.2 приведена схема измерения длины интерферометра с помощью фемтосекундного лазера. Излучение фемтосекундного лазера 1 поступает на интерферометр Фабри–Перо 2. Отраженное излучение регистрируется фотодетектором 3. Сигнал синхронного детектора 4 управляет синтезатором частоты 5. Для привязки частоты лазера к интерферометру используется метод частотной модуляции. Звуковой генератор 6 модулирует частоту фемтосекундного лазера для получения пробного сигнала. Настройка на один из максимумов пропускания интерферометра осуществляется с помощью блока фазовой автоподстройки 7. Фотодетектор 8 служит для выделения межмодовой частоты $\Delta\omega$.

При наличии частотного сдвига ($q \neq 0$) вместо (24) имеем

$$L = \frac{n l_n}{1 + q/m_0}. \tag{28}$$

Относительный вклад частотного сдвига в погрешность измерения длины невелик. Так, если положить $m_0 = 10^6$, то параметр $q/m_0 < 10^{-6}$. Однако при измерении длины

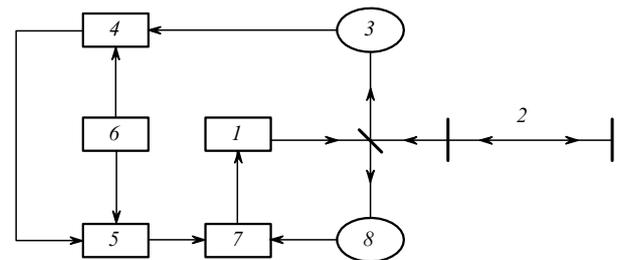


Рис.2. Принципиальная схема измерения длины интерферометра: 1 – фемтосекундный лазер; 2 – интерферометр Фабри–Перо; 3, 8 – фотодетекторы; 4 – синхронный детектор; 5 – синтезатор частот; 6 – звуковой генератор; 7 – блок фазовой автоподстройки.

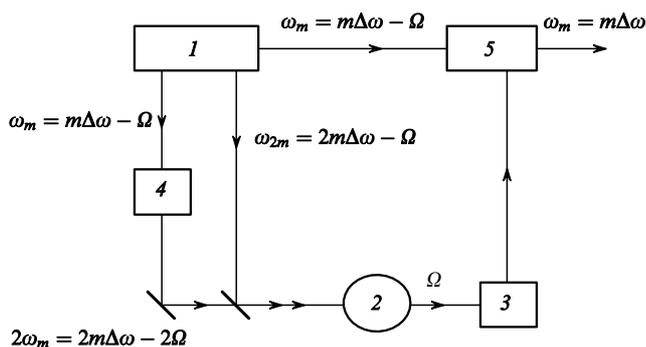


Рис.3. Принципиальная схема компенсации частотного сдвига $\Omega = q\Delta\omega$:

1 – фемтосекундный лазер; 2 – фотодетектор; 3 – усилитель; 4 – удвоитель частоты; 5 – акустооптический модулятор.

интерферометра с погрешностью, меньшей q/m_0 , необходимо дополнительно определять q и m_0 . Этого можно избежать, устранив сдвиг частоты q в спектре излучения фемтосекундного лазера. На рис.3 представлена возможная схема компенсации q . Для этого одна из низкочастотных мод лазера $\omega_m = (m - q)\Delta\omega$ удваивается на нелинейном кристалле 4. Излучение с $2\omega_m = 2(m - q)\Delta\omega$ смешивается с излучением с ω_{2m} , и на выходе фотодетектора 2 выделяется разностная частота $\Omega = q\Delta\omega$ [5]. Акустооптический модулятор 5 смещает каждую моду на Ω , что обеспечивает отсутствие частотного сдвига Ω в излучении.

В предложенном методе относительная погрешность определения длины интерферометра ограничена, во-первых, точностью измерения $\Delta\omega$. Чтобы повысить эту точность, можно измерять межмодовые биения не между соседними модами, а между модами, далеко отстоящими друг от друга (вплоть до оптических частот). Частота биений в этом случае равна $M\Delta\omega$, где M – большое число. При одинаковой абсолютной погрешности частотных измерений точность измерения длины будет пропорциональна M .

Другая погрешность связана с точностью настройки пропускания интерферометра на максимум. Поскольку ширина основных полос пропускания фемтосекундного излучения такая же, как и монохроматического, точность настройки одинакова для обоих случаев. Однако при монохроматическом излучении полосы пропускания интерферометра следуют с интервалом, равным половине длины волны, и поэтому фемтосекундное излучение, в отли-

чие от монохроматического, позволяет измерять существенно бóльшие длины.

5. Заключение

Основные результаты настоящей работы сводятся к следующему. Решена задача прохождения излучения фемтосекундного лазера через идеальный интерферометр Фабри – Перо. Полученные выражения можно использовать для численных расчетов. Максимумы пропускания интерферометра служат в качестве реперов для абсолютного измерения длин.

Важной особенностью стабильного фемтосекундного лазера является возможность создания на его основе единого эталона частоты и длины. Если привязать фемтосекундный лазер к эталону частоты (например, к цезиевому стандарту), то его излучение можно использовать для синтеза как частот (от радио- до ультрафиолетового диапазона), так и длин (от микронов до километров).

Авторы благодарят С.Н.Багаева за интерес к работе, А.В.Денисова и В.С.Пивцова – за полезные обсуждения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 02-02-16598).

1. Udem Th., Reichert J., Holzwarth R., Haensch T.W. *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 3568 (1999).
2. Diddams S.A., Jonts D.J., Ye Jun, Cundiff S.T., Hall J.L., Ranka J.K., Windeler R.S., Holzwarth R., Udem T., Haensch T.W. *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 5102 (2000).
3. Bagayev S.N., Dmitriyev A.K., Chepurov S.V., Dychkov A.S., Klementyev V.M., Kolker D.B., Kuznetsov S.A., Matyugin Yu.A., Okhapkin M.V., Pivtsov V.S., Skvortsov M.N., Zakharyash V.F., Birks T.A., Wadsworth W.J., Russell P.St.J., Zheltikov A.M. *Laser Phys.*, **11**, 1270 (2001).
4. Ye J., Hall J.L., Diddams S.A. *Opt. Lett.*, **25**, 1675 (2000).
5. Holzwarth R., Udem Th., Haensch T.W., Knight J.C., Wadsworth J., Russel P.St.J. *Phys. Rev. Lett.*, **85**, 2264 (2000).
6. Захарьяш В.Ф., Клементьев В.М., Пыльцын О.И., Чеботаев В.П. *Квантовая электроника*, **19**, 604 (1992).
7. Chebotayev V.P., Klementyev V.M., Pylysyn O.I., Zakharyash V.F. *Appl. Phys. B*, **54**, 98 (1992).
8. Spence D.E., Ducloy J.M., Lamb K., Sleat W.E., Sibbett W. *Opt. Lett.*, **19**, 481 (1994).
9. Багаев С.Н., Захарьяш В.Ф., Клементьев В.М., Пивцов В.С., Чепуров С.В. *Квантовая электроника*, **24**, 327 (1997).
10. Bagayev S.N., Chepurov S.V., Klementyev V.M., Kuznetsov S.A., Pivtsov V.S., Pokasov V.V., Zakharyash V.F. *Appl. Phys. B*, **70**, 375 (2000).
11. Jones R.J., Diels J.-C., Jasapara J., Rudolf W. *Opt. Commun.*, **175**, 109 (2000).