

# Влияние модуляции интенсивности на работу адаптивной системы с оптической обратной связью

П.В.Иванов\*, А.В.Корябин\*\*, В.И.Шмальгаузен\*\*

*Численно исследовано влияние модуляции интенсивности на качество работы адаптивной системы со сдвиговым интерферометром в цепи оптической обратной связи. Показано, что флуктуации интенсивности на входе системы понижают качество компенсации фазовых флуктуаций. Получены зависимости остаточной ошибки компенсации от статистических характеристик флуктуаций фазы и интенсивности излучения на входе системы.*

**Ключевые слова:** адаптивная оптика, оптическая обратная связь, сдвиговой интерферометр.

## 1. Введение

Принцип работы адаптивных систем с оптической обратной связью основан на преобразовании фазовых искажений в распределение интенсивности, которое используется для управления жидкокристаллическим (ЖК) модулятором фазы [1]. Для формирования управляющего светового пучка в цепи оптической обратной связи использовались интерферометр с опорным пучком [2], сдвиговой интерферометр [3, 4], эффект визуализации фазы при дифракции [5], а также фазовый нож [6]. При исследовании подобных систем считалось, что световой пучок не содержит флуктуаций интенсивности. Однако на практике это условие часто не выполняется, и распределение интенсивности излучения, управляющей ЖК модулятором, зависит не только от фазовых искажений светового пучка, но и от модуляции интенсивности на входе системы. В настоящей работе исследуется влияние флуктуаций интенсивности на качество работы адаптивной системы со сдвиговым интерферометром в цепи обратной связи.

## 2. Анализ работы системы

Рассмотрим принцип работы адаптивной системы с оптическим контуром обратной связи, обобщенная схема которой представлена на рис.1.

Пусть на вход системы поступает световой пучок с фазовыми искажениями  $F(x, y, t)$ . Он проходит полупрозрачное зеркало 1, слой жидкого кристалла модулятора 2, отражается от его внутреннего зеркала и направляется в цепь оптической обратной связи с помощью зеркала 1. В цепи обратной связи фазовые искажения с помощью сдвигового интерферометра 4 преобразуются в управляющее распределение интенсивности  $\hat{I}(x, y, t)$ , которое переносится на фоточувствительный слой модулятора с

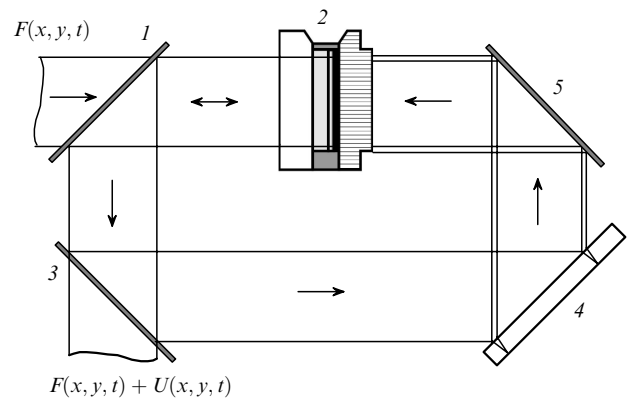


Рис.1. Принципиальная схема адаптивной системы со сдвиговым интерферометром в цепи оптической обратной связи: 1, 3, 5 – зеркала; 2 – ЖК модулятор; 4 – сдвиговой интерферометр.

помощью зеркала 5. При этом показатель преломления ЖК слоя модулятора изменяется и в систему вносится дополнительный корректирующий набег фазы, который описывается следующим уравнением диффузионного типа [2]:

$$T_0 \frac{\partial U}{\partial t} + U = l_{\text{dif}}^2 \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) + G(\hat{I}), \quad (1)$$

где  $T_0$  – постоянная времени модулятора;  $x$  и  $y$  – поперечные координаты;  $l_{\text{dif}}$  – диффузионная длина, характеризующая пространственное разрешение ЖК транспаранта;  $G(\hat{I})$  – статическая характеристика модулятора.

Исходный световой пучок с фазовыми искажениями  $F(x, y, t)$  при отражении от ЖК модулятора приобретает суммарную фазу  $H(x, y, t) = F(x, y, t) + U(x, y, t)$ , которая анализируется на выходе системы после полупрозрачного зеркала 3.

В случае, когда управляющая интенсивность  $\hat{I}$  меньше интенсивности  $I_s$  насыщения ЖК модулятора, справедливо выражение [1]

$$G(I) \approx kI - C_1, \quad (2)$$

$$I = \hat{I}/I_s,$$

\*Институт проблем лазерных и информационных технологий РАН, Россия, 140700 Шатура, Московская обл., ул. Святозерская, 1; e-mail: ivpavel@iname.ru

\*\*Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119992 Москва, Воробьевы Горы

где  $k = \partial G / \partial I$ ;  $C_1$  – постоянный параметр, определяющийся пороговой интенсивностью ЖК модулятора.

При падении на сдвиговый интерферометр светового пучка с равномерным распределением интенсивности  $I_0$  и фазовой модуляцией  $H(x, y, t)$  распределение интенсивности на его выходе описывается следующим соотношением [3]:

$$I \simeq I_0 [1 + \gamma \cos(\Delta H + A_0)], \quad (3)$$

$$\Delta H(x, y, t) = H(x + S, y, t) - H(x, y, t),$$

где  $\gamma$  – контрастность интерференционной картины;  $A_0$  – средний фазовый набег, определяющий положение рабочей точки интерферометра;  $S$  – поперечный сдвиг пучков в интерферометре. В дальнейшем будем считать, что  $\gamma = 1$ .

При условии малости суммарной фазы  $H(x, y, t)$  анализ работы системы можно провести в линейном приближении, положив

$$\cos(\Delta H + A_0) \approx \cos A_0 + \Delta H \sin A_0. \quad (4)$$

В этом приближении для стационарного коэффициента подавления гармонических фазовых искажений

$$V = \left| \frac{F_\omega + U_\omega}{F_\omega} \right|$$

( $U_\omega$  и  $F_\omega$  – амплитуды гармоник) в работе [3] получено выражение

$$V = \frac{D}{[D^2 + 2K_0(K_0 + D)(1 - \cos \Omega_x S)]^{1/2}}, \quad (5)$$

$$D = 1 + l_{\text{dif}}^2(\Omega_x^2 + \Omega_y^2),$$

$$K_0 = -kI_0 \sin A_0,$$

где  $\Omega_x$  и  $\Omega_y$  – пространственные частоты в направлениях осей  $x$  и  $y$  соответственно.

Подавление фазовых возмущений соответствует случаю  $V < 1$ . Данное неравенство выполняется одновременно для всех пространственных частот (условие устойчивости системы), когда коэффициент обратной связи  $K_0 > 0$  (знак  $K_0$  зависит от выбора рабочей точки  $A_0$ ).

### 3. Влияние модуляции интенсивности вблизи границы апертуры

На практике ширина пучка может превышать апертуру ЖК модулятора размером  $A$  или быть сравнима с ней. Особенностью использования сдвигового интерферометра в этом случае является возникновение вблизи края апертуры области, в которой интенсивность превышает скачок.

Предположим, что на вход системы поступает плоский пучок с равномерным распределением интенсивности  $I_0$  и диаметром, превышающим размер апертуры. Управляющее распределение интенсивности на выходе системы  $I(x, y, t)$  в этом случае описывается следующим соотношением:

$$I(x, y, t) = \begin{cases} I_0 \{1 + \cos[\Delta U(x, y, t) + A_0]\} & \text{при } 0 < x < A - S, \\ I_2 & \text{при } A - S < x < A, \end{cases} \quad (6)$$

$$\Delta U(x, y, t) = U(x + S, y, t) - U(x, y, t),$$

где  $I_2$  – интенсивность света, отраженного от задней поверхности интерферометра. Видно, что вблизи границы ЖК корректора  $x = A$  образуется область шириной  $S$ , в которой интерферирующие пучки не пересекаются и фазовые искажения не визуализируются, а средняя интенсивность отличается от средней интенсивности внутри апертуры. При переходе через границу  $x = A - S$  интенсивность терпит скачок, равный  $I_0 - I_2$ .

Для исследования влияния этой области на работу системы уравнение (1) решалось численно с использованием неявной схемы. Число узлов сетки выбиралось таким образом, чтобы шаг по пространственным координатам был существенно меньше диффузионной длины  $l_{\text{dif}}$ . Использовались граничные условия второго рода:

$$\frac{\partial U(0, y, t)}{\partial x} = \frac{\partial U(A, y, t)}{\partial x} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial U(x, 0, t)}{\partial y} = \frac{\partial U(x, A, t)}{\partial y} = 0.$$

В реальности поведение фотоиндуцированного заряда на границе может быть более сложным и зависит от технологии производства ЖК корректора. Альтернативой этому является, например, выбор нулевых граничных условий первого рода:

$$U(0, y, t) = U(A, y, t) = U(x, 0, t) = U(x, A, t) = 0. \quad (8)$$

Как показал численный эксперимент, решения уравнения (1) с граничными условиями (7) и (8) различаются только вблизи границ. Уже при удалении от границы на расстояние, равное нескольким  $l_{\text{dif}}$ , их различие становится незначительным.

На рис.2 представлен рассчитанный фазовый профиль, возникающий при замыкании обратной связи. Видно, что область низкой интенсивности вблизи границы ЖК корректора  $x = A$  вызывает модуляцию фазы, которая распространяется к противоположному краю модулятора. Увеличение коэффициента обратной связи  $K_0$  и сдвига  $S$  приводит к усилению модуляции и ее более глубокому продвижению к центру апертуры. Когда сдвиг  $S$  превышает диффузионную длину, фазовый профиль представляет собой ступенчатую, затухающую к центру апертуры функцию (рис.2,б). При меньшем сдвиге фазовый профиль сглаживается вследствие диффузии заряда в фотопроводящем слое транспаранта (рис.2,а).

Возникновение в системе такой сильной модуляции фазы является крайне нежелательным. Этот эффект можно ослабить, поместив, например, в область перекрытия пучков фильтр с подобранным коэффициентом пропускания.

Рассмотрим, как фазовые искажения на выходе системы зависят от отношения интенсивностей в двух областях. О фазовой модуляции будем судить по квадратичной ошибке

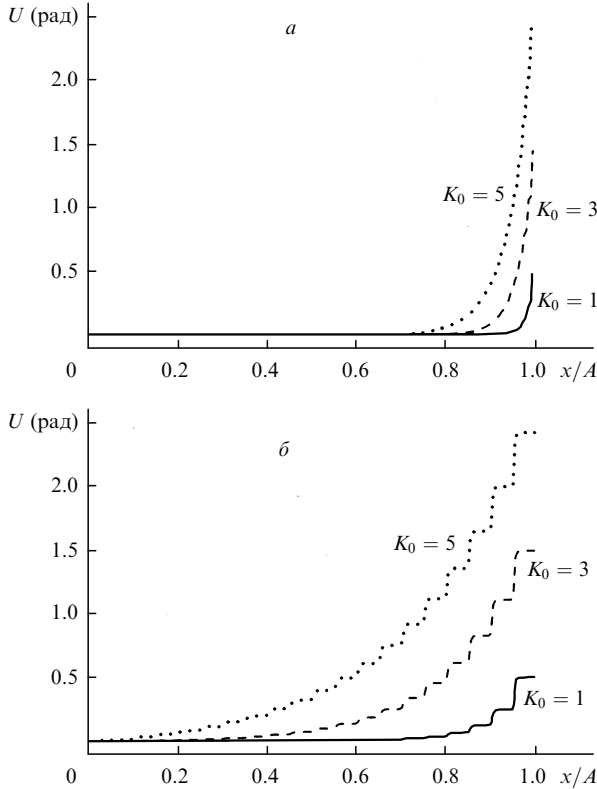


Рис.2. Профили фазовой модуляции \$U\$, возникающей вследствие скачка интенсивности вблизи границы ЖК корректора \$x = A\$ при \$S/A = 0.01\$ (а) и \$0.05\$ (б) для различных коэффициентов обратной связи \$K\_0\$ и \$l\_{dif}/A = 0.002\$.

$$\sigma_U^2 = A^{-2} \int_A [U(x, y) - \bar{U}(x, y)]^2 dx dy, \tag{9}$$

где \$\bar{U}(x, y)\$ – среднее по апертуре значение. На рис.3 показана зависимость ошибки \$\sigma\_U^2\$ от отношения интенсивностей \$I\_2/I\_0\$. Видно, что \$\sigma\_U^2\$ уменьшается при приближении этого отношения к единице. Когда отношение интенсивностей равно единице, фазовая ошибка \$\sigma\_U^2\$ в отсутствие внешних фазовых искажений равна нулю. Модуляция фазы, возникающая в системе из-за наличия граничной области, зависит от коэффициента обратной связи \$K\_0\$. Так, при \$K\_0 = 3\$ фазовая модуляция с квадратичной ошибкой \$\sigma\_U^2 = 0.05\$ возникает, если \$I\_2/I\_0 = 0.6\$, а в случае \$K\_0 = 5\$ – при \$I\_2/I\_0 = 0.8\$.

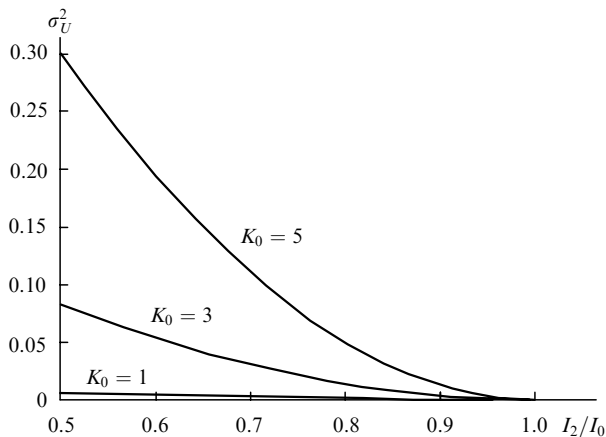


Рис.3. Зависимости квадратичной фазовой ошибки \$\sigma\_U^2\$ от отношения интенсивностей \$I\_2/I\_0\$ для различных \$K\_0\$, \$l\_{dif}/A = 0.002\$ и \$S/A = 0.02\$.

#### 4. Влияние мелкомасштабной модуляции интенсивности на работу системы

В корректируемом пучке могут присутствовать мелкомасштабные флуктуации интенсивности, возникающие, например, вследствие дифракции на мелкомасштабных фазовых неоднородностях. Исследуем влияние таких флуктуаций на работу системы.

Представим распределение интенсивности \$I\_b(x, y)\$ в падающем пучке в следующем виде:

$$I_b(x, y) = \bar{I}_b [1 + i_b(x, y)], \tag{10}$$

где \$\bar{I}\_b\$ – средняя интенсивность; \$i\_b(x, y)\$ – коэффициент модуляции. В этом случае распределение интенсивности на выходе сдвигового интерферометра будет определяться выражением

$$I = \frac{1}{2} [I_b(x, y) + I_b(x + S, y)] \times \left\{ 1 + 2 \left[ \frac{I_b(x, y) I_b(x + S, y)}{I_b(x, y) + I_b(x + S, y)} \right]^{1/2} \cos(\Delta H + \Delta_0) \right\}. \tag{11}$$

Пусть на вход системы поступает пучок с плоским волновым фронтом (\$F(x, y) = 0\$) и случайными флуктуациями интенсивности. Случайное поле интенсивности будем характеризовать корреляционным радиусом \$r\_{int}\$ и среднеквадратичным отклонением \$\sigma\_{int}\$. Флуктуации интенсивности приведут к тому, что первоначально плоский пучок приобретет фазовые искажения \$U(x, y)\$. На рис.4 представлена зависимость фазовой ошибки \$\sigma\_U^2\$, усредненной по тремстам случайным реализациям интенсивности, от отношения \$r\_{int}/A\$. Для моделирования случайного поля интенсивности суммировалось не менее ста гауссовых функций со случайным распределением по апертуре. В такой модели корреляционный радиус случайного поля определяется шириной гауссовых функций, а дисперсия – их амплитудой.

Из рис.4 видно, что при увеличении характерного пространственного размера флуктуаций интенсивности среднеквадратичное фазовое отклонение растет. Такое поведение \$\sigma\_U^2\$ можно объяснить следующим образом. Поскольку падающий пучок имеет плоский волновой фронт, то в первый момент времени модуляция интенсивности в цепи обратной связи будет обусловлена толь-

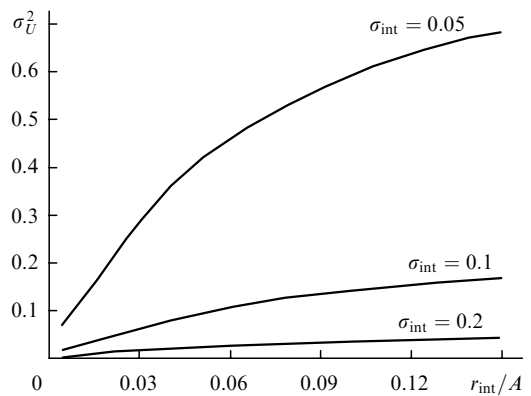


Рис.4. Зависимости квадратичной фазовой ошибки \$\sigma\_U^2\$ от нормированного корреляционного радиуса \$r\_{int}/A\$ для разных среднеквадратичных отклонений интенсивности \$\sigma\_{int}\$, \$K\_0 = 5\$, \$l\_{dif}/A = 0.005\$ и \$S/A = 0.02\$.

ко флуктуациями интенсивности в этом пучке. После падения на фоточувствительный слой ЖК транспаранта флуктуации вызовут фазовую модуляцию, причем ее характерный размер совпадет с характерным масштабом изменения интенсивности. На втором проходе в цепи обратной связи после отражения от сдвигового интерферометра эти фазовые искажения визуализируются и в пучке появляется дополнительная модуляция интенсивности, которая приводит к частичной компенсации фазовых искажений. Качество этой компенсации будет зависеть от характерного размера фазовых неоднородностей [3]. Этим и объясняется тот факт, что фазовая ошибка  $\sigma_U^2$  растет с увеличением корреляционного радиуса  $r_{int}$  при неизменном среднеквадратичном отклонении интенсивности  $\sigma_{int}$  на входе в систему.

Таким образом, чем меньше характерный пространственный размер флуктуаций интенсивности, тем более слабое влияние они оказывают на работу системы. Если  $r_{int} < l_{dif}$ , то система вообще нечувствительна к флуктуациям, т. к. они сглаживаются за счет диффузии. При увеличении  $r_{int}$  фазовая ошибка постепенно выходит на насыщение. Это связано с тем, что вносимые флуктуациями интенсивности фазовые искажения почти не подавляются и, следовательно, остаточная ошибка  $\sigma_U^2$  зависит только от среднеквадратичного отклонения флуктуаций интенсивности  $\sigma_{int}$ .

Рассмотрим теперь более интересный случай, когда на вход системы поступает пучок, содержащий случайные модуляции фазы  $F(x, y)$  и интенсивности  $I_b(x, y)$ . В этом случае о качестве компенсации удобно судить по остаточной относительной ошибке компенсации

$$\eta^2 = \frac{\int [H(x, y) - \bar{H}(x, y)]^2 dx dy}{\int [F(x, y) - \bar{F}(x, y)]^2 dx dy}, \quad (12)$$

где  $\bar{H}(x, y)$  и  $\bar{F}(x, y)$  – средние по апертуре значения. При фиксированных параметрах системы ошибка  $\eta^2$  зависит от четырех статистических характеристик случайных полей:  $\sigma_F, r_F, \sigma_{int}, r_{int}$ . Распределение фазы  $H(x, y)$  на выходе системы определяется, как и раньше, суммой фазы на ее входе и фазы, вносимой ЖК модулятором, т. е.  $H(x, y) = F(x, y) + U(x, y)$ . Однако теперь фазовая функция  $U(x, y)$  зависит не только от модуляции интенсивности, связанной с визуализацией фазовых искажений  $F(x, y)$ , но и от внешних флуктуаций интенсивности  $I_b(x, y)$ . На рис.5 представлена зависимость относительной квадратичной ошибки компенсации  $\eta^2$  от среднеквадратичного отклонения интенсивности  $\sigma_{int}$ . Видно, что ошибка  $\eta^2$  увеличивается с ростом  $\sigma_{int}$ . Причем флуктуации интенсивности, первоначально содержащиеся в пучке, снижают качество работы системы тем сильнее, чем больше их характерный пространственный размер.

Фазовые искажения в системе компенсируются, если  $\eta^2 < 1$ , в противном случае они усиливаются. В отсутствие флуктуаций интенсивности в корректируемом пучке и при достаточно малых флуктуациях фазы относительная ошибка  $\eta^2$  не должна сильно зависеть от амплитуды фазы на входе системы (в этом случае справедливо линейное приближение). Если в пучке присутствует модуляция интенсивности, то при малых фазовых флуктуациях на входе системы искажения волнового фронта на ее выходе будут определяться, в основном, этой модуляцией интенсивности. Таким образом, сле-

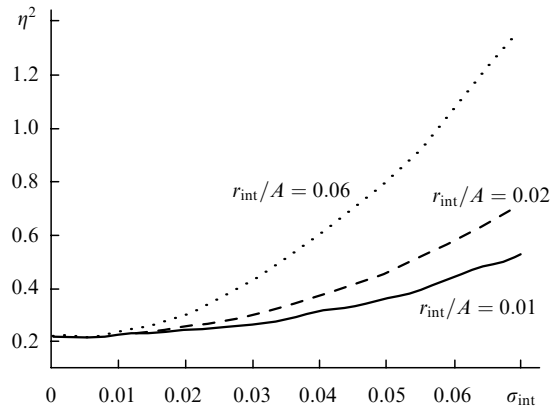


Рис.5. Зависимости относительной остаточной ошибки компенсации  $\eta^2$  случайных фазовых искажений от  $\sigma_{int}$  для различных нормированных корреляционных радиусов интенсивности  $r_{int}/A$ , при статистических характеристиках фазовых флуктуаций  $r_F/A = S/A = 0.02$ ,  $\sigma_F = 0.25$  ( $r_F$  и  $\sigma_F$  – корреляционный радиус и среднеквадратичное отклонение фазовых искажений).

дует ожидать, что при наличии флуктуаций интенсивности уменьшение амплитуды фазы приведет к росту относительной ошибки  $\eta^2$ . Этот рост не означает увеличения дисперсии фазы на выходе системы, а связан с уменьшением знаменателя в выражении (12). На рис.6,а представлена зависимость относительной остаточной квадратичной ошибки  $\eta^2$  от среднеквадратичного отклонения фазовых искажений  $\sigma_F$  при наличии флуктуаций

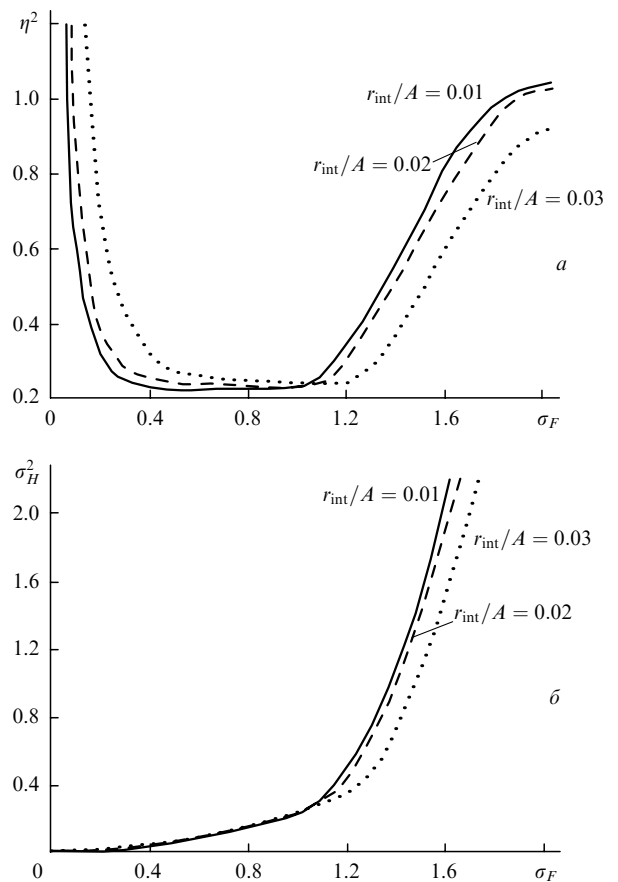


Рис.6. Зависимость относительной остаточной ошибки компенсации  $\eta^2$  (а) и квадратичной фазовой ошибки  $\sigma_H^2$  (б) от среднеквадратичного отклонения  $\sigma_F$  фазовых флуктуаций на входе системы при различных  $r_{int}/A, r_F/A = S/A = 0.02, \sigma_{int} = 0.035, K_0 = 5$ .

интенсивности. Действительно, относительная ошибка растет при уменьшении флуктуаций фазы на входе в систему. Как видно из рис.6,б, дисперсия фазы на выходе системы  $\sigma_H^2$  при этом (в случае  $\sigma_F \rightarrow 0$ ) стремится к значению, близкому к нулю, которое определяется флуктуациями интенсивности (в данном случае малыми). При достаточно больших фазовых искажениях «полезная» модуляция интенсивности, создаваемая за счет визуализации этих искажений, превышает флуктуации интенсивности, чем объясняется уменьшение относительной ошибки  $\eta^2$  при увеличении  $\sigma_F$ . Рост  $\eta^2$  при  $\sigma_F > 1$  связан с ограничением, накладываемым на размер фазовых искажений, которые система может скомпенсировать.

## 5. Заключение

Таким образом, в настоящей работе показано, что при широких пучках на краю ЖК корректора образуется область низкой интенсивности, ширина которой равна поперечному сдвигу  $S$  пучков в интерферометре. Проведенное численное исследование показало, что скачок интенсивности на границе этой области вызывает модуляцию фазы, распространяющуюся к центру апертуры. Эта

модуляция тем больше, чем больше скачок интенсивности, коэффициент обратной связи  $K_0$  и сдвиг  $S$ .

С помощью численного моделирования исследовано влияние флуктуаций интенсивности входного пучка на качество компенсации фазовых искажений. Показано, что это влияние тем меньше, чем меньше их корреляционный радиус  $r_{int}$ .

Относительная остаточная ошибка компенсации зависит от соотношения флуктуаций фазы и интенсивности. При малых фазовых искажениях незначительные флуктуации интенсивности приводят к сильному росту относительной ошибки  $\eta^2$ .

1. Воронцов М.А., Корябин А.В., Шмальгаузен В.И. *Управляемые оптические системы* (М.: Наука, 1988).
2. Воронцов М.А., Киракосян М.Э., Ларичев А.В. *Квантовая электроника*, **18**, № 1, 117 (1991).
3. Иванов П.В., Корябин А.В., Шмальгаузен В.И. *Квантовая электроника*, **27**, № 1, 78 (1999).
4. Иванов П.В., Корябин А.В., Шмальгаузен В.И. *Вестник Моск. ун-та, Сер. Физика, астрономия*, № 4, 45 (2000).
5. Degtiarev E.V., Vorontsov M.A. *J. Opt. Soc. Am. B*, **12**, 1238 (1995).
6. Larichev A.V., Nikolaev I.P., Costamagna S., Violino P. *Opt. Commun.*, **121**, 95 (1995).

## ПОПРАВКИ

**Н.Н.Ёлкин, А.П.Напартович, Д.П.Рейли, В.Н.Трощьева.** Моделирование фазовой синхронизации двух лазеров с гибридными резонаторами («Квантовая электроника», 2002, т.32, № 8, с.692–696).

В статье допущена следующая опечатка: на с.696 в рис.8 нужно поменять местами буквы «б» и «в», а также надписи  $g_0/g_{th} = 2.4$  и  $Q_{pump}/Q_{th} = 4.67$ .

**А.С.Бирюков, М.Е.Сухарев, Е.М.Дианов.** Возбуждение звуковых волн при распространении лазерных импульсов в волоконных световодах («Квантовая электроника», 2002, т.32, № 9, с.765–775).

В статье допущены следующие опечатки:

1. На с.768 в формуле (20) вместо « $[g(\mathbf{r}), \mathbf{u}_m(\mathbf{r})]$ » и « $[\mathbf{u}_m(\mathbf{r})]^2$ » следует читать « $(g(\mathbf{r}), \mathbf{u}_m(\mathbf{r}))$ » и « $(\mathbf{u}_m(\mathbf{r}))^2$ ».
2. На с.770 в знаменателе формулы (36) вместо « $4\pi\epsilon_0$ » следует читать « $8\pi\epsilon_0^{3/2}$ ».