

Прохождение многочастотного импульса через волоконно-оптическую систему с усилением

Н.-К.Паною, И.В.Мельников, Д.Михалаке, К.Этрих, Ф.Ледерер

Анализируются структура и динамика уединенных волн, возникающих вследствие взаимодействия многочастотных импульсов в одномодовом волоконно-оптическом световоде с усилением, фильтрацией и амплитудной модуляцией. Показано наличие критической частотной расстройки между каналами, растущей с увеличением числа каналов, при превышении которой становится возможным режим спектрального уплотнения.

Ключевые слова: солитон, волоконный усилитель, спектральное уплотнение.

1. Введение

В последнее десятилетие был достигнут значительный прогресс в экспериментах по дальнему распространению солитонов в волоконно-оптических линиях связи с частотным мультиплексированием (ЧМП) [1, 2]. Хотя использование ЧМП обеспечивает существенное увеличение плотности передачи информации по сравнению со стандартными одноканальными линиями, оно также требует решения ряда вопросов как практического, так и фундаментального значения.

Первый из них – собственная керровская нелинейность кварцевого стекла, используемая для компенсации временной дисперсии, – вызывает взаимодействие соседних солитонов, что ограничивает скорость передачи информации. Это взаимодействие имеет место даже в тех физических ситуациях, когда внешние возмущающие факторы отсутствуют и можно ожидать свободного распространения солитонов [3–6].

Кроме того, периодическое распределение оптических усилителей вдоль линии вызывает появление нелинейных эффектов, что в свою очередь приводит к резонансной неустойчивости и соответствующей деградации сигнала. В солитонных ЧМП-системах также имеют место нежелательные эффекты временного смещения импульсов, вызванного неупругими (в присутствии усилителей) столкновениями солитонов, приводящими к постоянному сдвигу скорости и несущей частоты [7–10].

Таким образом, для минимизации этих вредных эффектов необходимо понимание взаимодействия перекрывающихся солитонов, распространяющихся на разных длинах волн через линию связи в присутствии таких возмущающих элементов, как волоконные усилители, фильтры и др.

В настоящей статье нами всесторонне описана структура оптического поля, создаваемого суперпозицией солитоноподобных оптических импульсов, которые распространяются по разным каналам.

2. Структура оптического поля при наложении двух шредингеровских солитонов

В данном разделе мы исследуем структуру оптического поля, возникающего в результате перекрытия двух солитоноподобных оптических импульсов, несущие частоты которых различаются. Рассмотрим два частных случая, когда входные импульсы синфазны и противофазны, а затем обсудим общий случай произвольного фазового сдвига.

При отрицательной дисперсии групповых скоростей и нелинейности керровского типа эволюция импульса в волокне описывается нелинейным уравнением Шредингера (НУШ):

$$i\psi_z + \psi_{tt} + 2|\psi|^2\psi = 0, \quad (1)$$

где ψ – нормированная комплексная амплитуда поля импульса; $z = \beta_2 Z / 2\tau^2$ – нормированная координата распространения; $t = (T - Z/v_g) / \tau$ – безразмерное время; β_2 – дисперсия групповых скоростей; τ – длительность импульса по полувысоте; v_g – групповая скорость; T и Z – физические время и расстояние в лабораторной системе координат.

2.1. Синфазные импульсы

Начнем с рассмотрения следующей симметричной синфазной суперпозиции солитонов:

$$\psi(0, t) = \text{sech}t \exp(i\omega t/2) + \text{sech}t \exp(-i\omega t/2), \quad (2)$$

N.-C.Panoiu Department of Applied Physics and Applied Mathematics, Columbia University, New York, New York 10027, USA

I.V.Mel'nikov Институт общей физики им. А.М.Прохорова РАН, Россия, 119991 Москва, ул. Вавилова, 38; адрес в настоящее время: Department of Electrical and Computer Engineering, University of Toronto, 10 King's College Road, Toronto, Ontario M5S 1A4, Canada; e-mail: igor.melnikov@utoronto.ca;

D.Mihalache Department of Theoretical Physics, Institute of Atomic Physics, P.O. Box MG-6, Bucharest, Romania; адрес в настоящее время: Institute of Solid State Theory and Theoretical Optics, Friedrich Schiller University Jena, Max-Wien-Platz 1, Jena, D-07743, Germany

C.Etrich, F.Lederer Institute of Solid State Theory and Theoretical Optics, Friedrich Schiller University Jena, Max-Wien-Platz 1, Jena, D-07743, Germany

где ω – частотная расстройка между двумя каналами. Если начальное условие (2) является симметричной функцией, $\psi(t) = \psi(-t)$, то соответствующий коэффициент рассеяния $a(\lambda)$ в обратной задаче рассеяния, нули которого определяют параметры солитона, обладает свойством симметрии: $a(\lambda) = a^*(-\lambda^*)$, где звездочка означает комплексное сопряжение. Таким образом, нули $a(\lambda)$ расположены на мнимой оси или появляются попарно $(\lambda, -\lambda^*)$. Поскольку решение, соответствующее паре $(\lambda_0, -\lambda_0^*)$, расположенной симметрично относительно мнимой оси, важно для дальнейшего рассмотрения, мы приводим его здесь полностью [11]:

$$\psi(z, t) = -i\zeta\eta e^{[\phi(z)+\alpha]x}$$

$$\frac{e^{i\zeta t} \cosh[\eta t + \rho(z) + i\varphi] + e^{-i\zeta t} \cosh[\eta t - \rho(z) - i\varphi]}{\zeta^2 \cosh[\eta t - \rho(z)] \cosh[\eta t + \rho(z)] + \eta^2 \sin[\zeta t + i\rho(z)] \sin[\zeta t - i\rho(z)]} \quad (3)$$

Здесь $\lambda_0 = \zeta + i\eta$; $\phi(z) = i(\zeta^2 + \eta^2)z + \phi_0$; $\rho(z) = 2\zeta\eta z + \rho_0$; $\alpha = \ln|\lambda_0|$; $\varphi = \eta/\zeta$; η, ζ – амплитуда и скорость солитона. Легко заметить, что при распространении солитонов симметрия сохраняется: $\psi(z, t) = \psi(z, -t)$.

Для описания структуры оптического поля, возникающего вследствие нелинейной суперпозиции (2), мы нашли спектр соответствующей линейной задачи на собственные значения, т.е. нули $a(\lambda)$, расположенные на мнимой оси, а также функцию $a(\lambda)$ для $\lambda \in \{\Re\}$; использованный нами численный метод был основан на алгоритме, приведенном в [12].

Основные результаты показаны на рис.1,а, где приведен спектр задачи рассеяния. Видно, что в системе могут возникнуть три разных типа солитонов. Во-первых, при $\omega < \omega_1^s \simeq 1.01$ коэффициент $a(\lambda)$ имеет два нуля, располо-

женных на мнимой оси, так что возникает связанное состояние двух солитонов с нулевыми скоростями (бризер). При $\omega_1^s < \omega < \omega_2^s \simeq 2.626$ коэффициент $a(\lambda)$ имеет только один нуль на мнимой оси, следовательно, происходит генерация единственного солитона с нулевой скоростью. При дальнейшем увеличении частоты, когда $\omega_2^s < \omega < \omega_3^s \simeq 3.018$, коэффициент $a(\lambda)$ снова имеет два нуля на мнимой оси; таким образом, опять происходит генерация бризера. Если частота $\omega > \omega_3^s$, то два нуля коэффициента $a(\lambda)$ располагаются симметрично по отношению к мнимой оси, а возникающее поле представляет собой двухсолитонное решение (3).

В качестве следующего шага мы, используя выражения для импульса на входе и данные задачи рассеяния, вычислим полную энергию начального импульса E_{in} , энергию возникающих солитонов E_{sol} и энергию излучательных мод E_{rad} :

$$E_{in} = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x, 0)|^2 dx, \quad (4)$$

$$E_{sol} = 2 \sum_{i=1}^n \eta_i, \quad (5)$$

$$E_{rad} = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \ln|a(\lambda)| d\lambda. \quad (6)$$

Данные величины не меняются в процессе распространения, более того, выполняется соотношение $E_{in} = E_{sol} + E_{rad}$.

Зависимости E_{in} и E_{rad} от ω представлены на рис.1,б. Важным фактом является наличие двух пиков E_{rad} на пороговых частотах ω_1^s и ω_2^s . Излучательная компонента воздействует на генерируемые солитоны, причем ее действие усиливается с приближением расстройки ω к пороговым частотам ω_1^s и ω_2^s . Происхождение пиков E_{rad} станет понятным, если вновь обратиться к рис.1,а. Видно, что при $\omega = \omega_{1,2}^s$ коэффициент рассеяния $a(\lambda)$ обращается в нуль в начале координат. Таким образом, при этих частотных расстройках подынтегральное выражение в (6) имеет логарифмическую расходимость.

2.2. Противофазные импульсы

В этом случае мы анализируем генерацию солитонов из антисимметричной суперпозиции двух солитоноподобных импульсов, когда импульс на входе в световод описывается следующим выражением:

$$\psi(0, t) = i[\text{secht} \exp(i\omega t/2) - \text{secht} \exp(-i\omega t/2)]. \quad (7)$$

Мнимая единица введена здесь для обеспечения действительности начального условия. Как и выше, свойство симметрии $\psi(t) = \psi(-t)$ подразумевает, что нули коэффициента рассеяния $a(\lambda)$ чисто мнимые или расположены симметрично относительно мнимой оси. В этом случае двухсолитонное решение, соответствующее такой паре нулей, описывается следующим выражением:

$$\psi(z, t) = -i\zeta\eta e^{[\phi(z)+\alpha]x}$$

$$\frac{e^{i\zeta t} \cosh[\eta t + \rho(z) + i\varphi] - e^{-i\zeta t} \cosh[\eta t - \rho(z) - i\varphi]}{\zeta^2 \cosh[\eta t + \rho(z)] \cosh[\eta t - \rho(z)] + \eta^2 \cos[\zeta t + i\rho(z)] \cos[\zeta t - i\rho(z)]} \quad (8)$$

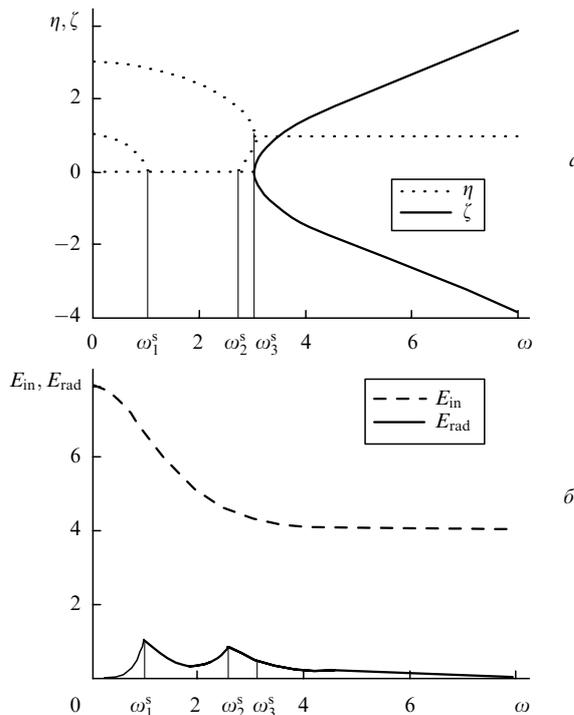


Рис.1. Дискретный спектр солитона, определяемый симметричным входным сигналом (2) (а), и спектр энергии поля на выходе (б); амплитуда η (пунктирные линии) и скорость ζ (сплошная кривая) генерируемых солитонов, а также энергии E_{rad} (сплошная кривая) и E_{in} (штриховая кривая) как функции ω .

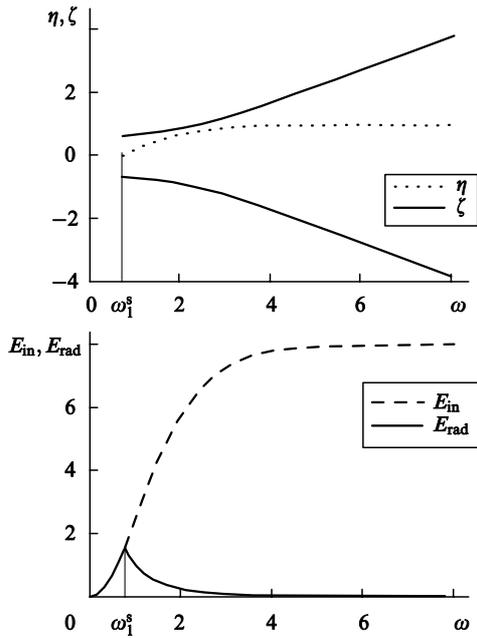


Рис.2. То же, что и на рис.1, но для антисимметричного входного сигнала (7).

Как и ранее, мы рассчитали спектр солитона, соответствующий условию (7). Структура спектра, а также частотные зависимости энергий E_{in} и E_{rad} приведены на рис.2. Как видно из рис.2,а, для частот $\omega < \omega_1^s \simeq 0.738$ генерация солитонов отсутствует, в то время как при $\omega > \omega_1^s$ генерируемое поле представляет собой двухсолитонное решение (8). В отличие от симметричного входного сигнала, в антисимметричном случае при $\omega \simeq \omega_1^s$ установлено, что генерируемый солитон имеет конечную скорость. Этот факт может быть объяснен следующим образом. Если бы скорость ζ и амплитуда η были нулевыми, то тогда коэффициент $a(\lambda)$ имел бы нуль в начале координат. Как будет показано ниже, это в свою очередь потребовало бы равенства площади импульса нечетному числу $\pi/2$, что не может быть выполнено для антисимметричной функции. Наконец, подобно тому, как это имело место в симметричном случае, энергия излучательных мод E_{rad} имеет максимум при $\omega = \omega_1^s$.

2.3. Произвольный фазовый сдвиг

Теперь обсудим более общий случай произвольного фазового сдвига между двумя перекрывающимися фундаментальными солитонами НУШ. Сигнал такого рода описывается выражением

$$\begin{aligned} \psi(0, t) = & \operatorname{sech} t \exp[i(\omega t + \theta)/2] \\ & + \operatorname{sech} t \exp[-i(\omega t + \theta)/2], \end{aligned} \quad (9)$$

где θ – разность фаз двух импульсов. Для объяснения структуры поля, генерируемого при произвольной величине θ , воспользуемся соотношением [13]

$$a(0) = \cos S_0, \quad (10)$$

где S_0 – начальная площадь импульса. Заметим, что уравнение (10) справедливо только для тех импульсов, амплитуды которых являются действительными величинами с точностью до постоянной фазы. Рассмотрим те-

перь, как это уравнение может быть использовано для объяснения структуры спектра солитона и соответственно структуры возникающего поля. Начальная площадь импульса (9) есть

$$S_0(\omega, \theta) = 2\pi \operatorname{sech}(\pi\omega/4) \cos(\theta/2). \quad (11)$$

Из уравнений (10) и (11) видно, что при $\omega = 0$ имеются два критических значения разности фаз θ , при которых $a(0) = 0$, а именно $\theta_{cr}^{(1)} = 2 \arccos(3/4)$ и $\theta_{cr}^{(2)} = 2 \arccos(1/4)$, отвечающие $n = 2$ и $n = 1$. Следовательно, при $\omega = 0$ и соответствующей разности фаз существуют либо два нуля коэффициента $a(\lambda)$, расположенных на мнимой оси при $0 \leq \theta \leq \theta_{cr}^{(1)}$, либо один нуль при $\theta_{cr}^{(1)} < \theta < \theta_{cr}^{(2)}$, либо ни одного нуля при $\theta_{cr}^{(2)} < \theta \leq \pi$. Неудивительно, что в первом и третьем случаях спектр солитона топологически подобен спектрам, приведенным на рис.1,а и 2,а соответственно. Типичный для второго случая ($\theta_{cr}^{(1)} < \theta < \theta_{cr}^{(2)}$) спектр представлен на рис.3. Подчеркнем, что при генерации солитонов вида (3) и (8) вид входного сигнала не обязательно должен совпадать с гиперболическим секансом. Нами были проведены расчеты поля, генерируемого из суперпозиции двух гауссовых импульсов, и их результаты качественно совпали с представленными здесь.

В заключение напомним, что в ЧМП-линии передачи относительная фаза между входящими импульсами разных каналов отнюдь не одна и та же для всех пар цуга. Однако представляемые нами результаты могут служить первым шагом к описанию общего вида более реальной ситуации, в которой относительная фаза между соседними импульсами меняется случайным образом.

3. Распространение двухсолитонных импульсов под действием возмущений

Солитоны, описываемые выражениями (3) и (8), могут быть получены из суперпозиции оптических импульсов довольно общей формы, но практический интерес представляют не только условия, при которых такая генерация возможна, но и распространение этих солитонов в оптической линии в присутствии возмущающих факторов, когда такие параметры солитона, как скорость и амплитуда, становятся зависящими от пройденного расстояния.

Для определения формы оптического импульса, распространяющегося в присутствии слабых возмущений, обратимся к адиабатической теории возмущений и

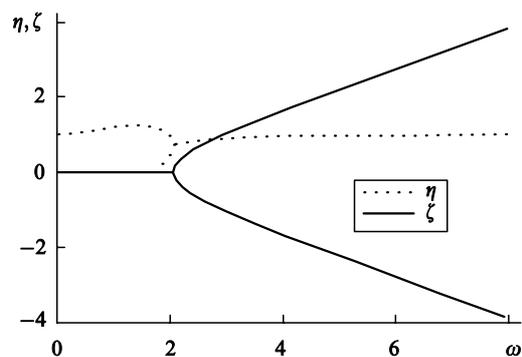


Рис.3. Дискретный спектр, определяемый уравнением (9); амплитуда η (пунктирная кривая) и скорость ζ (сплошная кривая) генерируемых солитонов как функция ω ; разность фаз $\theta = 2\pi/3$.

прямому численному интегрированию НУШ, содержащему возмущение $\varepsilon P(\psi, \psi^*)$:

$$i\psi_z + \psi_{tt} + 2|\psi|^2\psi = \varepsilon P(\psi, \psi^*). \tag{12}$$

Если $\varepsilon \ll 1$, то эволюция параметров солитона вдоль направления распространения описывается системой дифференциальных уравнений, которые, в свою очередь, полностью определяются видом возмущения $P(\psi, \psi^*)$ [11]:

$$\frac{dS\{\psi, \psi^*\}}{dz} = \int_{-\infty}^{\infty} dt F\{P(\psi, \psi^*)P^*(\psi, \psi^*); S(\psi, \psi^*)\}, \tag{13}$$

где S – полная система данных рассеяния и F – функционал, зависящий как от S , так и от вида возмущения P . Поэтому, если известны начальные значения параметров солитона, можно проинтегрировать уравнение (13) и затем, используя текущие значения параметров солитона, реконструировать зависимость солитонного решения от координаты распространения. С другой стороны, можно численно проинтегрировать возмущенное НУШ (12) при данных начальных условиях. Далее при описании распространения решений (3) и (8) в присутствии возмущений нами будут использованы оба метода.

3.1. Распространение солитонов в присутствии линейного и нелинейного усиления и фильтрации

Из-за неизбежных потерь в сверхдлинных линиях передач распространение оптических импульсов возможно только при условии их периодического усиления. Обычно расстояние между усилителями $z_a \approx 50 - 80$ км. Однако из-за наличия избыточного усиления дисперсионный шум экспоненциально нарастает вдоль трассы, что приводит к неустойчивости распространения солитонов. Для решения этой проблемы можно использовать нелинейное усиление [14, 15], при этом распространение оптического импульса по линии передачи с таким нелинейным усилителем может быть описано следующим усредненным уравнением:

$$i\psi_z + \psi_{tt} + 2|\psi|^2\psi = i\delta\psi + i\beta\psi_{tt} + i\gamma|\psi|^2\psi. \tag{14}$$

Здесь $\gamma = 2g_0/z_a$, а параметр g_0 характеризует среднее (по расстоянию между усилителями) усиление:

$$g(|\psi|^2) = z_a^{-1} \ln(G|\psi|^2), \tag{15}$$

где $G = 1 + g_0|\psi|^2$ – характеристическая функция нелинейного усилителя. Очевидно, уравнение (14) может быть переписано в виде (12), если мы положим $\varepsilon = i\delta$, а возмущение $P(\psi, \psi^*)$ возьмем в виде

$$P(\psi, \psi^*) = \psi + \kappa_1\psi_{tt} + \kappa_2|\psi|^2\psi \tag{16}$$

с коэффициентами $\kappa_1 = \beta/\delta$ и $\kappa_2 = \gamma/\delta$.

Численное решение уравнения (14), проведенное как для симметричного, так и для антисимметричного входных сигналов, показало, что при выполнении условия $\kappa_1 = 3 + 2\kappa_2$ входной сигнал превращается в пару фундаментальных солитонов с нулевыми скоростями и амплитудами, равными единице. Более того, в наших численных экспериментах мы не наблюдали сколь-либо значительной генерации излучательных мод.

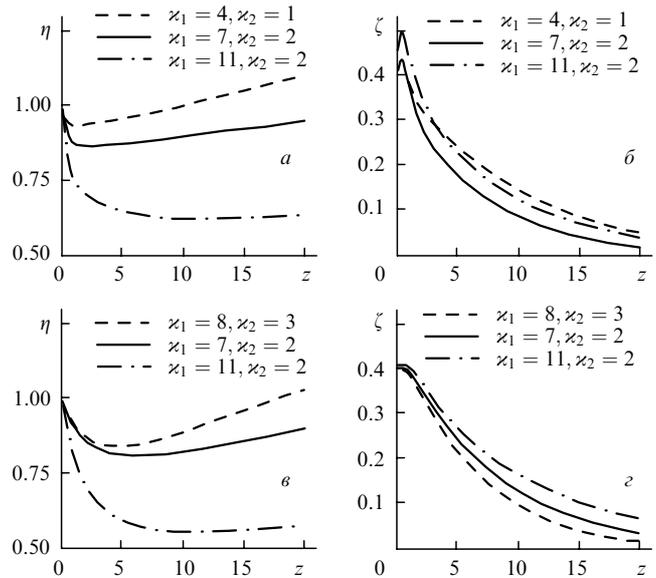


Рис.4. Зависимости амплитуды η и скорости ζ симметричного (а, б) и антисимметричного (в, г) солитонов от координаты распространения z при $\delta = 0.02$ и разных κ_1, κ_2 . Начальные условия для амплитуды η и скорости ζ симметричного солитона (3): $\eta(0) = 1, \zeta(0) = 0.4, \rho(0) = 0, \varphi_0(0) = \pi/2$; начальные условия для амплитуды η и скорости ζ антисимметричного солитона (8): $\eta(0) = 1, \zeta(0) = 0.4, \rho(0) = 0, \varphi_0(0) = 0$.

Для исследования характера эволюции двухсолитонных решений под действием возмущения (16) нами также был использован метод адиабатических возмущений. Результаты для симметричного и антисимметричного солитонов показаны на рис.4. На каждом рисунке представлено по три ситуации, и, как нетрудно заметить, только при $\kappa_1 = 7$ и $\kappa_2 = 2$ параметры солитонов асимптотически приближаются к значениям $\zeta_{as} = 0, \eta_{as} = 1$. Этот факт подтверждает, что, как и в случае единичного солитона, распространение двухсолитонного решения устойчиво только при выполнении соотношения $\kappa_1 = 3 + 2\kappa_2$. В двух других случаях, т.е. при $\kappa_1 < 3 + 2\kappa_2$ (или $\kappa_1 > 3 + 2\kappa_2$) амплитуда солитона увеличивается (уменьшается). Более того, во всех рассматриваемых случаях скорость солитона падает до нуля.

Для проверки надежности результатов, полученных по теории возмущений, мы провели их сравнение с параметрами полей, найденных путем прямого численного интегрирования уравнения (14). Расстояние распространения было выбрано равным 20 в обоих случаях. На рис.5 представлены результаты, соответствующие симметричному входному сигналу. Видно, что результаты, полученные этими двумя методами, очень хорошо согласуются между собой, так что можно сделать вывод об адекватном описании взаимодействия солитонов методом возмущений. Следует также упомянуть о хорошем совпадении результатов и для антисимметричного случая.

3.2. Распространение солитонов в волоконной линии с усилением, фильтрацией и амплитудной модуляцией

Другой подход к преодолению ограничений, налагаемых спектрально-ограниченным усилением (СОУ) на эффективность солитонных систем связи, состоит в использовании амплитудных модуляторов (АМ) в петле повторителей [16]. В данном случае распространение солитонов происходит в соответствии с усредненным уравнением

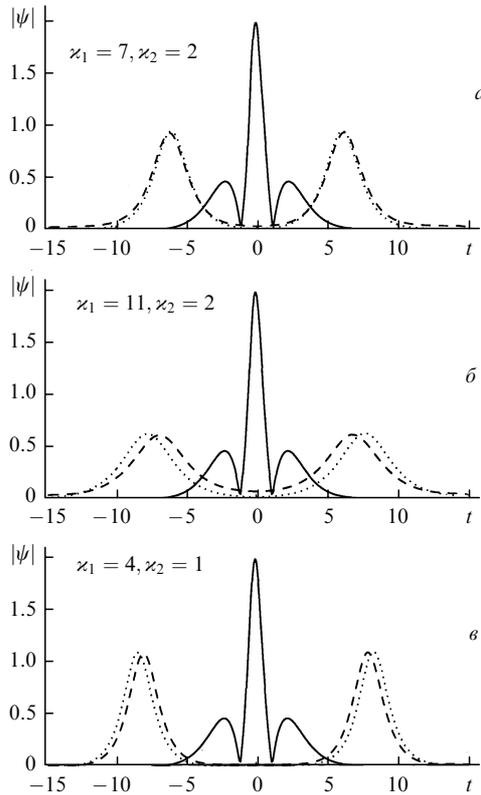


Рис.5. Зависимость от нормированного времени t амплитуды $|\psi|$ симметричного солитона с начальными условиями $\eta(0) = 1$, $\zeta(0) = 0.4$, $\rho(0) = 0$, $\varphi_0(0) = \pi/2$ после прохождения участка длины $z = 20$; импульс на входе – сплошная кривая, численное решение – штриховая кривая, метод адиабатических возмущений – пунктирная кривая; $\delta = 0.02$.

$$i\psi_z + \psi_{tt} + 2|\psi|^2\psi = i\delta\psi + i\beta\psi_{tt} + i\mu_a[\cos(\Omega_a t) - 1]\psi, \quad (17)$$

где μ_a – эффективный коэффициент модуляции; Ω_a – частота модуляции, равная скорости передачи информации, умноженной на 2π . Уравнение (17) может быть также рассмотрено в виде (12) с возмущением P вида

$$P(\psi, \psi^*) = (1 - \kappa_3)\psi + \kappa_1\psi_{tt} + \kappa_3 \cos(\Omega_a t)\psi, \quad (18)$$

где $\varepsilon = i\delta$; $\kappa_3 = \mu_a/\delta$.

Перед рассмотрением более сложного случая распространения двух солитонов представляется полезным с качественной точки зрения рассмотреть распространение единичного солитона через систему, включающую в себя как СОУ, так и АМ. С этой целью применим метод адиабатических возмущений к сигналу вида

$$\psi_0(z, t) = \eta \operatorname{sech} \eta [t - \rho(z)] \exp\{i[\zeta t + \varphi(z)]\}, \quad (19)$$

где $\rho(z) = 2\zeta z + \rho_0$; $\varphi(z) = (\eta^2 - \zeta^2)z + \varphi_0$; $\rho_0 = \ln |\gamma_0|/\eta$; $\varphi_0 = \arg(\gamma_0)$. Тогда динамика параметров солитона подчиняется следующей системе уравнений [17]:

$$\begin{aligned} \frac{d\eta}{dz} &= 4(\delta - \mu_a)\eta - 4\beta\eta\left(\frac{\eta^2}{3} + \zeta^2\right) \\ &+ 2\pi\Omega_a\mu_a \cos(\Omega_a\rho) \operatorname{cosech}\left(\frac{\pi\Omega_a}{2\eta}\right), \end{aligned} \quad (20)$$

$$\frac{d\zeta}{dz} = -\frac{8}{3}\beta\eta^2\zeta, \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dz} &= 2\zeta + \frac{2\pi\mu_a}{\eta} \sin(\Omega_a\rho) \operatorname{cosech}\left(\frac{\pi\Omega_a}{2\eta}\right) \\ &\times \left[1 - \frac{\pi\Omega_a}{2\eta} \coth\frac{\pi\Omega_a}{2\eta}\right]. \end{aligned} \quad (22)$$

Очевидно, что эта система имеет фиксированную точку при $(\eta, \zeta, \rho) = (\eta_0, 0, 0)$, если

$$\delta - \mu_a - \frac{\beta\eta_0^2}{3} + \frac{\pi\Omega_a}{2\eta_0} \mu_a \operatorname{cosech}\left(\frac{\pi\Omega_a}{2\eta_0}\right) = 0, \quad (23)$$

и эта фиксированная точка устойчива в случае

$$\frac{3\pi\Omega_a}{4\eta_0^3} \mu_a \operatorname{cosech}\left(\frac{\pi\Omega_a}{2\eta_0}\right) \left[\frac{\pi\Omega_a}{2\eta_0} \coth\frac{\pi\Omega_a}{2\eta_0} - 1\right] < \beta. \quad (24)$$

Поскольку по прохождении довольно короткого пути двухсолитонное состояние распадается на два относительно слабо связанных солитона, можно ожидать, что уравнения (20)–(22) дадут сравнительно верное качественное описание асимптотического поведения генерируемых солитонов. Поэтому при выборе параметров δ , β , μ_a и Ω_a для последующего численного интегрирования уравнения (17) мы руководствовались уравнением (23). Необходимо иметь в виду, однако, что для двухсолитонных решений асимптотический временной сдвиг ρ более не является нулевым, так что асимптотическое состояние возникающих солитонов не может быть фиксированной точкой $(\eta_0, 0, 0)$. Более того, поскольку уравнение (23) не учитывает взаимодействие асимптотических солитонов, то нельзя ожидать, что для его подтверждения можно использовать асимптотические значения параметров возникающих солитонов.

С целью более детального анализа распространения двухсолитонных решений (3) и (8) в присутствии СОУ и амплитудной модуляции уравнение (17) численно интегрировалось для набора параметров δ , β , μ_a и Ω_a . Численное интегрирование показало, что в обоих (симметричном и антисимметричном) случаях асимптотическое значение амплитуды η возникающих солитонов возрастает по мере понижения частоты модуляции Ω_a , что согласуется с уравнением (23). Кроме того, мы нашли, что по мере увеличения амплитуды модуляции μ_a распространение солитона становится все более неустойчивым, что находится в соответствии с (24).

На рис.6 представлены результаты, полученные путем использования метода адиабатических возмущений для симметричного и антисимметричного случаев. Видно, что хотя этот метод и дает хорошее качественное описание распространения солитона, но, в отличие от предыдущего случая (рис.5), результаты, полученные двумя разными методами, количественно совпадают далеко не так хорошо. Это объясняется перекачкой большой доли энергии солитона в излучательные моды.

4. Суперпозиция N солитонов

Поскольку в современных оптических сетях передача сигнала идет по нескольким частотным каналам, представляется естественным узнать, каким образом резуль-

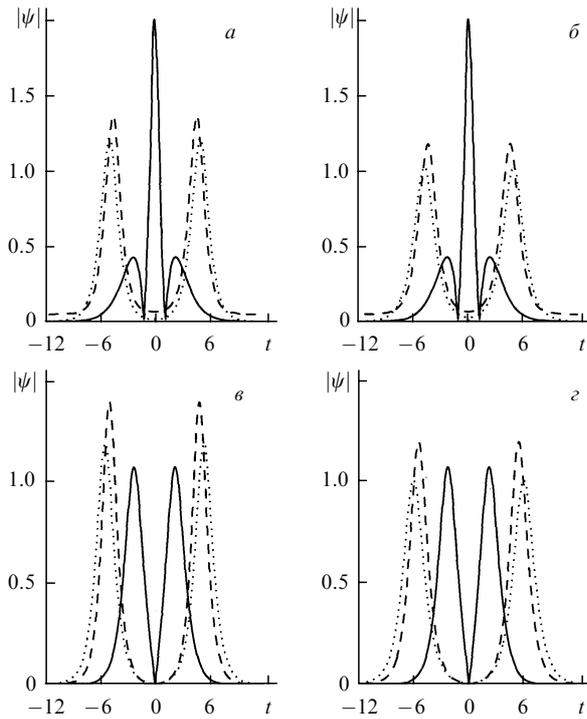


Рис.6. Зависимость от нормированного времени t амплитуды $|\psi|$ симметричного солитона (3) с начальными условиями $\eta(0) = 1, \zeta(0) = 0.2, \rho(0) = 0, \varphi_0(0) = \pi/2$ (а, б) и антисимметричного солитона (8) с начальными условиями $\eta(0) = 1, \zeta(0) = 0.2, \rho(0) = 0, \varphi_0(0) = 0$ (в, д). Импульс на входе – сплошная кривая, численное решение – штриховая кривая, метод адиабатических возмущений – пунктир; $\beta = 0.06, \delta = 0.039, \Omega_a = \pi/10$ (а, в) и $\delta = 0.038, \Omega_a = 2\pi/10$ (б, д); $\mu_a = 0.01$.

таты, полученные в предшествующих разделах, могут быть обобщены на случай солитонного распространения по N каналам. С этой целью рассмотрим суперпозицию N единичных солитонов с разными частотами:

$$\psi(0, t) = \sum_{k=1}^N \operatorname{sech} t \exp\{i[k - (N + 1)/2] \times [\omega t + \theta/(N - 1)]\}, \quad (25)$$

где N – число солитонов; ω – частотная расстройка между соседними по частоте солитонами; θ – полный фазовый сдвиг между первым и последним солитонами.

Полученное решение показывает, что структура возникающего поля становится чрезвычайно сложной. Для иллюстрации этого утверждения обратимся к приведенным на рис.7 спектрам, соответствующим $N = 4$ и 8; эти спектры отвечают входному сигналу (25), у которого $\theta = 0$. Достоверность численного расчета подтверждается выполнением соотношения $E_{in} = E_{rad} + E_{sol}$ при любом значении частотной расстройки ω . Кроме того, нами установлено однозначное соответствие между приведенными на рис.7 спектрами и профилем поля, полученным в результате прямого численного решения НУШ при всех значениях N и ω .

В качестве общего замечания к рис.7 отметим, что для формирования N солитонов с разными несущими частотами частотная расстройка ω должна быть больше определенного порогового значения. Наши численные расчеты показывают, что с ростом числа каналов эта пороговая (критическая) расстройка ω_{cr} также увеличива-

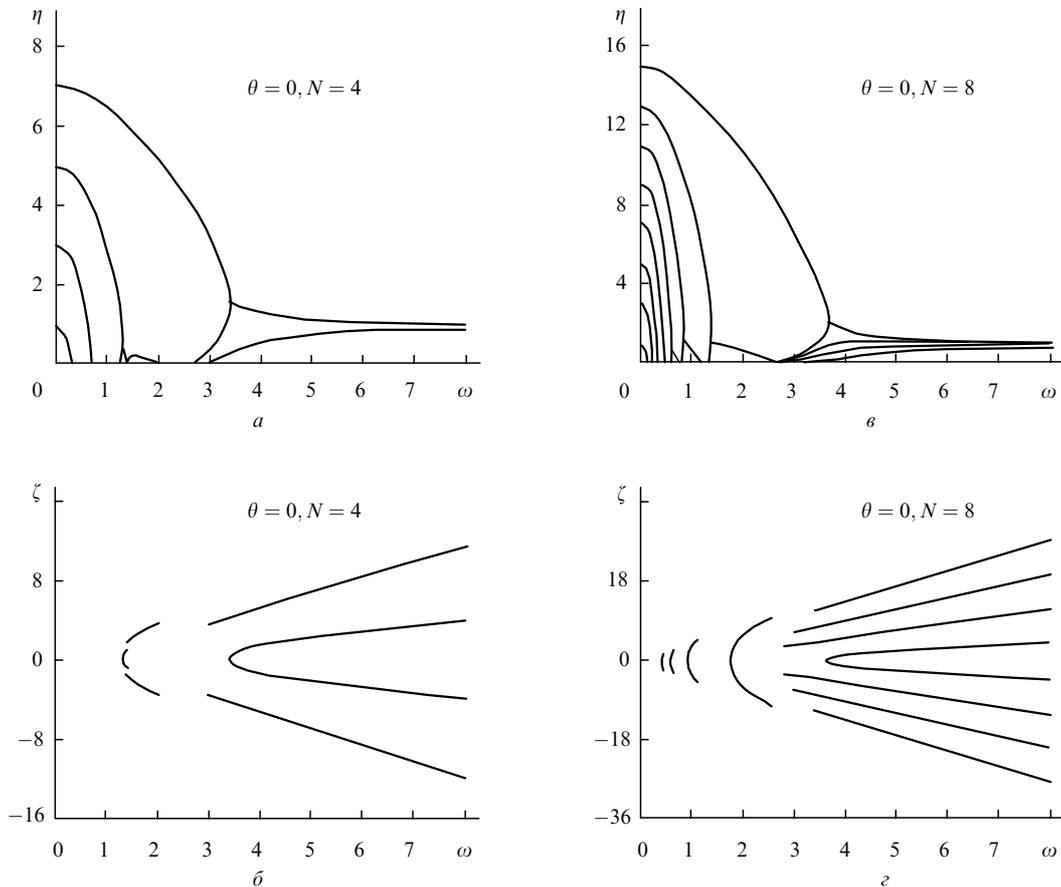


Рис.7. Зависимость спектра η и скорости ζ солитона от частотной расстройки ω при входном сигнале (25), $\theta = 0$ и $N = 4$ и 8.

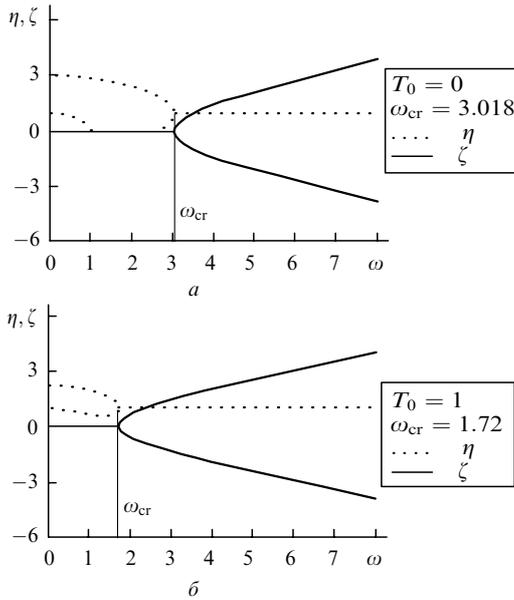


Рис.8. Спектр солитона, определяемый входным сигналом (26).

ется. Например, при $N = 2$ критическая частотная расстройка $\omega_{cr} = 3.018$, при $N = 4$ $\omega_{cr} = 3.385$, а при $N = 8$ $\omega_{cr} = 3.629$.

Обсудим теперь изменения, вносимые в спектр солитона при наличии начального временного сдвига между солитонами в разных каналах. Рассмотрим суперпозицию двух солитонов вида

$$\psi(0, t) = \text{sech}(t - T_0) \exp(i\omega t/2) + \text{sech}(t + T_0) \exp(-i\omega t/2), \quad (26)$$

где $2T_0$ – временной интервал между солитонами. Для простоты предположим, что входные фазы θ у обоих солитонов одинаковы и равны нулю.

Спектры солитонов, соответствующие $T_0 = 0$ и 1 , представлены на рис.8. Видно, что при увеличении интервала T_0 от нуля до единицы область перекрытия солитонов уменьшается, их взаимодействие становится слабее и критическая расстройка ω_{cr} уменьшается от 3.018 до 1.72. Важнейшим следствием уменьшения перекрытия является рост пропускной способности ЧМП-линии. В то же время введение в линию передачи временного сдвига T_0 приводит к расширению временного «окна» и соответственно к уменьшению пропускной способности линии. Нетрудно, однако, заметить, что суммарным результатом воздействия этих двух противоположных факторов является все-таки увеличение пропускной способности ЧМП-линии.

Рассмотрим световод, по которому распространяются сигналы с периодом повторения $\Delta t = m\tau$ (в практически важных случаях $m \leq 10$), а частотная расстройка между каналами есть ω . Пропускная способность каждого канала обратно пропорциональна периоду повторения Δt , а общая пропускная способность линии пропорциональна полному числу каналов N или, другими словами, обратно пропорциональна частотной расстройке между каналами ω . Таким образом, полная пропускная способность R обратно пропорциональна произведению $\omega\Delta t$. Предположим далее, что $\omega = \omega_{cr} = 3.018$, что соответствует $T_0 = 0$. Следует подчеркнуть,

что хотя ω_{cr} и не является наименьшей допустимой расстройкой для надежной работы ЧМП-линии (большие расстройки необходимы для уменьшения влияния эффектов, возникающих из-за начального перекрытия солитонов), она представляет собой очень полезный для оценки максимально возможной скорости передачи информации R параметр. Если мы введем теперь временной сдвиг T_0 и потребуем, чтобы временной интервал между соседними солитонами оставался неизменным (равным $m\tau$), то период повторения сигналов будет $\Delta t' = m\tau + 2T_0$, а частотная расстройка ω'_{cr} станет равной 1.72. Таким образом, изменение скорости передачи информации определяется соотношением

$$\frac{R'}{R} = \frac{m\tau\omega_{cr}}{(m\tau + 2T_0)\omega'_{cr}}. \quad (27)$$

Нетрудно видеть, что такая комбинация линий с временным и частотным мультиплексированием при $m = 10$ дает 50%-ное увеличение скорости передачи информации. Отметим, что этот вывод, на наш взгляд, останется справедливым при $m \geq 10$ и не слишком больших T_0 . Это вызвано тем, что при таких m и T_0 рост пропускной способности R вследствие уменьшения ω_{cr} превосходит уменьшение R , вызванное увеличением временного интервала между солитонами. Отметим также, что из-за большого объема численных расчетов солитонных спектров мы ограничились представлением только приведенных выше результатов.

5. Заключение

Таким образом, нами показано, что использование метода адиабатических возмущений позволяет объяснить гораздо более подробно, чем ранее, свойства многочастотных оптических импульсов, распространяющихся в волоконно-оптических линиях связи различной конфигурации. Наиболее важным результатом является установление соответствия между формой оптического поля на выходе из линии и входным сигналом довольно общей формы. Такое соответствие позволяет дать исключительно прозрачную физическую интерпретацию взаимодействия солитонов определенной симметрии. Используя развитые в статье аналитические методы, мы не только объяснили результаты, полученные численно, но и достигли качественного понимания физических процессов, имеющих место в многоканальных ЧМП-линиях связи.

Следует отметить, что вопрос о динамике двухчастотной пары оптических солитонов возникает и в ряде других приложений, например, в случае твердотельных лазеров с пассивной синхронизацией мод, генерирующих бихроматические импульсы в одной и той же активной среде. Недавно нами было показано, что когерентный отклик активной среды может существенно изменить поведение двухчастотных солитонов по сравнению с предсказаниями стандартной теории возмущений [18]. Такие приборы могут найти применение в качестве источников терагерцовых последовательностей оптических импульсов с узким спектром.

Авторы выражают признательность Л.-К.Красовану (L.-C.Crasovan), Ф.Жинова (F.Ginovart) и Д.Мазилу (D.Masilu) за вклад в эту работу и М.Д.Абловицу (M.J.Ablowitz), С.Блэйру (S.Blair), Дж.Бьондини (G.Bi-

ondini), В.М.Елеонскому (V.M.Eleonsky), Р.М.Осгуду мл. (R.M.Osgood, Jr.) и В.А.Выслоуху (V.A.Vysloukh) за полезные обсуждения. Работа была поддержана грантами CIES (Франция), CONACyT (Мексика), DFG (Германия) и РФФИ (Россия).

1. Mollenauer L.F., Mamyshev P.V., Neubelt M.J. *Proc. Conf. Opt. Fiber Commun. (OFC'96)* (San Jose, Cal., USA, February 1996, Paper PD22).
2. Nakazawa M., Suzuki K., Kubota H., Sahara A., Yamada E. *Electron. Lett.*, **33**, 1233 (1997).
3. Idem. *Electron. Lett.*, **27**, 695 (1991).
4. Kodama Y., Hasegawa A. *Opt. Lett.*, **16**, 208 (1991).
5. Friberg S. *Opt. Lett.*, **16**, 1484 (1991).
6. Mamyshev P.V., Mollenauer L.F. *Opt. Lett.*, **21**, 396 (1996).
7. Andrekson P.A., Olsson N.A., Simpson J.R., Tanbun-Ek T., Logan R.A., Becker P.C., Wecht K.W. *Appl. Phys. Lett.*, **57**, 1715 (1990).
8. Andrekson P.A., Olsson N.A., Simpson J.R., Tanbun-Ek T., Logan R.A., Wecht K.W. *J. Lightwave Technol.*, **9**, 1132 (1990).
9. Olsson N.A., Andrekson P.A., Simpson J.R., Tanbun-Ek T., Logan R.A., Wecht K.W. *Electron. Lett.*, **26**, 1499 (1990).
10. Mollenauer L.F., Evangelidis S.G., Gordon J.P. *J. Lightwave Technol.*, **9**, 362 (1991).
11. Panoiu N.-C., Mihalache D., Mazilu D., Crasovan L.C., Mel'nikov I.V., Lederer F. *Chaos*, **10**, 625 (2000).
12. Boffetta G., Osborne A.R. *J. Comput. Phys.*, **102**, 252 (1992).
13. Panoiu N.-C., Mel'nikov I.V., Mihalache D., Etrich C., Lederer F. *Phys. Rev. E*, **60**, 4868 (1999).
14. Kodama Y., Romagnoli M., Wabnitz S. *Electron. Lett.*, **28**, 1981 (1990).
15. Matsumoto M., Ikeda H., Uda T., Hasegawa A. *J. Lightwave Technol.*, **13**, 658 (1995).
16. Nakazawa M., Yamada E., Kubota H., Suzuki K. *Electron. Lett.*, **27**, 1270 (1991).
17. Hasegawa A., Kodama Y. *Solitons in Optical Communications* (Oxford: Oxford University Press, 1995).
18. Mel'nikov I.V., Mihalache D., Panoiu N.-C., Ginovart F., Zamudio Lara A. *Opt. Commun.*, **191**, 133 (2001).