

К проблеме идеального усиления оптических солитонов

Г.Мело Мелчор, М.Агуеро Гранадос, Г.Х.Корро

Рассмотрены новые возможности практически идеального усиления оптических солитонов при некогерентном взаимодействии импульсов света с резонансно усиливающей средой. Предложен механизм двухфотонного усиления оптических солитонов с оптимальным законом частотной модуляции. Показано, что главным ограничивающим фактором процесса идеального усиления солитонов является отличие закона фазовой модуляции излучения от параболического. Исследована возможность использования эффекта фазовой кросс-модуляции для создания необходимой начальной фазы усиливаемых солитонов.

Ключевые слова: оптические солитоны, фазовая модуляция, кросс-модуляция.

1. Новые задачи физики усиления оптических солитонов

Оптические солитоны в настоящее время рассматриваются как идеальные носители информации в волоконно-оптических линиях связи со спектральным уплотнением каналов [1, 2]. Солитонная техника также открывает новые возможности в области генерации сверхкоротких импульсов света [3–6]. Проблема идеального усиления оптических солитонов является достаточно старой проблемой нелинейной оптики. До последнего времени существовали представления, впервые развитые, по-видимому, еще в работе [7], о том, что нелинейный захват энергии солитоном осуществляется следующим образом: солитонная система как бы разбивается на две части, одна из которых, названная солитонной волной, аккумулирует в себе энергию в полном соответствии с концепцией Захарова – Шабата [8], а другая, получившая название несолитонной, или диспергирующей волны, накапливает в себе энергию избыточных волн, «сброшенных» солитоном [1, 4, 7]. Однако последние работы [9–12] кардинально изменили существующие представления. Фактически проблема идеального усиления оптических солитонов впервые была поставлена в работах [9, 10], где была обнаружена уникальная возможность сохранения формы солитонного импульса в среде с пространственно-неоднородным коэффициентом усиления. Рассмотренная в [9, 10] модель, использующая нелинейное параболическое уравнение, эквивалентна модели на основе нелинейного уравнения Шредингера с самосогласованным потенциалом взаимодействия, создаваемого самим распространяющимся импульсом за счет эффектов самовоздействия в кубической нелинейной среде [1, 4]. В безразмерных стандартных (солитонных) переменных приведенные в [9, 10] математическая модель и ее «неожиданные» решения имеют вид [9–12]

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial Z} + \frac{1}{2} \text{sign}(k''_{\omega^2}) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial T^2} + \alpha |\Psi|^2 \Psi = i\Gamma(Z)\Psi, \quad (1)$$

$$\Psi_c(Z, T) = -\frac{\eta\alpha^{-1/2}}{1-2\Gamma(0)Z} \text{sech}\left[\frac{\eta T}{1-2\Gamma(0)Z}\right] \times \exp\left\{-i\frac{T^2\Gamma(0)}{1-2\Gamma(0)Z} - i\frac{\eta^2 Z}{2[1-2\Gamma(0)Z]}\right\}, \quad (2)$$

$$\Psi_d(Z, T) = \frac{\eta\alpha^{-1/2}}{1-2\Gamma(0)Z} \tanh\left[\frac{\eta T}{1-2\Gamma(0)Z}\right] \times \exp\left[i\frac{T^2\Gamma(0)}{1-2\Gamma(0)Z} - i\frac{\eta^2 Z}{1-2\Gamma(0)Z}\right], \quad (3)$$

где η – константа, определяющая так называемый форм-фактор шредингеровского солитона огибающей; $\alpha > 0$ – произвольная константа;

$$\Gamma(Z) = \frac{\Gamma(0)}{1-2\Gamma(0)Z} \quad (4)$$

– коэффициент усиления пространственно-неоднородной активной среды; $\Gamma(0) = 1/(2C)$; C – произвольная константа. Решение (2) описывает так называемый светлый солитон Ψ_c [9, 10], а решение (3) – темный солитон Ψ_d .

Из (2) видно, что главной особенностью процесса усиления солитона является существование в нем фазовой модуляции (чирпа частоты). Чирп зависит от расстояния, которое проходит импульс в усиливающей среде. Коэффициент усиления (4), обеспечивающий «идеально» усиление солитона, является гиперболической функцией длины усиливающей среды. Площадь импульса для гиперболически усиливаемого солитона (2) сохраняется [9], т. к. уменьшение его длительности определяется линейной функцией длины среды, что характерно для солитонных импульсов [1, 4].

Проблема идеального усиления солитонов имеет большое значение для разработки новых солитонных информационных систем [1, 2]. Принципиально новое решение этой проблемы предложено в работах [12, 13], где

G.Melo Melchor, M.Aguero Granados, G.H.Corro Benemerita Universidad Autonoma de Puebla, Puebla 72001, Mexico; e-mail: gamemelchor@yahoo.com

было введено новое понятие – квазисолитон – для солитона с чирпом частоты (чирпированного солитона) в нелинейной среде с периодическим пространственно-неоднородным параметром дисперсии и периодическим усилением. Так появился квазисолитон нелинейного уравнения Шредингера с параболическим потенциалом [13] и сформировалось новое, интенсивно развивающееся в настоящее время направление – оптические солитоны в пространственно-неоднородных нелинейных системах и солитонные волны Блоха в нелинейных линиях связи и солитонных лазерах [11–15]. Было показано, что имеется бесконечное число солитонных решений уравнений Шредингера в активных неоднородных солитонных системах [12], доказаны теоремы существования чирпированных солитонов и развит аппарат решения обратной задачи теории рассеяния с переменным спектральным параметром [15, 16] для анализа возникающих новых задач, а также построены пары Лакса для новых, полностью интегрируемых обобщенных моделей нелинейного уравнения Шредингера [14, 15].

Однако целый ряд принципиальных вопросов теории остался вне рассмотрения. Прежде всего уравнение (1) и его решение (2) вызвали появление новых вопросов, среди которых главный – как поставить соответствующий решению (2) эксперимент. Очевидно, что на пути экспериментальной реализации идеального усиления солитонов имеется целый ряд принципиальных трудностей. Во-первых, коэффициент усиления в модели (1) обращается в бесконечность на длине активной среды $Z = 1/[2\Gamma(0)] = C$, такую же сингулярность в точке $Z = C$ имеет и решение (2). Во-вторых, в работах [9, 10] не было предложено никаких идей относительно того, как экспериментально реализовать неоднородный по длине коэффициент усиления (4) или хотя бы как подобрать близкую к оптимальной функцию усиления.

Мы ставим и решаем задачу идеального усиления солитона в рамках модели (1), показываем, что искомым коэффициент усиления может быть экспериментально реализован при создании двухфотонного усилителя на основе волоконного световода, позволяющего исключить эффекты, связанные с дифракцией и самофокусировкой излучения, а также что решающую роль при экспериментальной реализации идеального солитонного усилителя будет играть способ модуляции частоты начального импульса. Мы исследуем возможность применения эффекта фазовой кросс-модуляции для создания необходимой начальной фазы усиливаемых солитонов. Такая возможность реализуется, если одновременно с усиливаемым солитоном используется управляющий импульс на другой длине волны.

2. Как идеально усилить солитон без преобразования его в многосолитонный импульс?

В настоящее время применяются два основных метода усиления оптических солитонов: быстрое неадиабатическое усиление в линии с сосредоточенными усилителями и адиабатическое усиление в распределенной активной среде (см., напр., книги и обзоры [1, 2, 4, 17, 18] и приведенную в них литературу).

При теоретическом анализе метода неадиабатического усиления предполагается, что длина усиливающей среды бесконечно мала по сравнению с характерной дли-

ной дисперсионного расплывания импульса, что позволяет рассматривать усиление солитона как «точечный» (δ -образный) процесс, эквивалентный простому умножению амплитуды солитона на коэффициент усиления в каждой точке активной среды. При дальнейшем распространении в среде усиленный таким образом солитонный импульс ведет себя по-разному. Он может либо, минуя переходный процесс затухающих осцилляций, превратиться в новый солитон, либо сформировать связанное состояние солитонов, которое, как известно, имеет сложную периодическую временную структуру [18]. Эти два хорошо известных в теории шредингеровских солитонов факта были использованы при создании одной из первых экспериментальных моделей солитонной линии связи – так называемой динамической солитонной линии связи [18], в которой применялись импульсы с амплитудой, в 1.2–2 раза превышающей амплитуду фундаментального солитона [4].

При теоретическом анализе метода адиабатического усиления длина активной среды уже не может рассматриваться как бесконечно малая величина, и коэффициент усиления является функцией длины активной среды хотя бы потому, что в волоконном световоде всегда присутствуют ненулевые потери излучения. Такая ситуация реализуется, например, при использовании метода рамановской накачки солитонов [17, 19, 20].

Анализируя развитие теоретических и экспериментальных работ по усилению оптических солитонов, необходимо отметить, что в целом решение задачи оптимального усиления солитона зашло в тупик: и по сей день эксперименты по генерации оптических солитонов проводятся в однородных неконсервативных системах, которые, однако, описываются неинтегрируемыми моделями, что даже в принципе не позволяет рассчитывать на усиление солитона как единого целого и сохранение его уникальных свойств. Теоретический анализ базируется исключительно на результатах теории возмущений [21], которая, как будет показано ниже, оказывается, однако, вообще неприменимой уже при усилении солитона в e раз.

Рассмотрим процесс усиления шредингеровского солитона более подробно. Распространение оптического солитона в резонансной активной среде при некогерентном взаимодействии импульса со средой описывается хорошо известной системой уравнений: нелинейным уравнением Шредингера (нелинейным параболическим уравнением) и уравнением для поляризации P частиц активной среды [22]. Эта система в безразмерной стандартной форме записи имеет следующий вид:

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \tau^2} + |\Psi|^2 \Psi = \frac{G}{2} P, \quad (5)$$

$$\gamma_a \frac{\partial P}{\partial \tau} + P(1 + i\gamma_a \Delta\Omega) = i\Psi. \quad (6)$$

Здесь бегущее время τ нормировано на первоначальную длительность импульса τ_0 на входе в активную среду, пройденное расстояние – на дисперсионную длину расплывания импульса $L_d = \tau_0^2/|k''_0|$, а амплитуда волны – на характерное начальное значение $|\psi_s| = [8\pi k''_0 \times (\tau_0^2 k_0 n_2 c n_0)^{-1}]^{1/2}$; $\gamma_a = T_2/\tau_0$; T_2 – время поперечной релаксации высокочастотного дипольного момента; $\Delta\Omega = \tau_0(\omega_0 - \omega_{12})$; ω_0 – несущая частота импульса; ω_{12} – частота резонансного перехода. Параметр усиления в урав-

нении (5) определяется соотношением $G = L_d/L_a$ [22], где $L_a = 1/(\sigma_0 N_0)$ – характерная длина усиления; N_0 – плотность инверсной населенности в отсутствие поля; σ_0 – сечение радиационного перехода на резонансной частоте.

В условиях некогерентного взаимодействия когерентного импульса со средой поляризация квазистатически следует за полем и вклад в дисперсию показателя преломления имеет вид [3]

$$\delta n_i = \frac{cN_0}{2n_0\omega_0} \frac{\sigma_0(T_2\Delta\omega + i)}{1 + (T_2\Delta\omega)^2}, \quad (7)$$

где $\Delta\omega = \omega_0 - \omega_{12}$. При несущей частоте импульса, совпадающей с частотой резонансного перехода, квазистатический показатель преломления становится чисто мнимым. Математическая модель (5), (6), как хорошо известно, корректно описывает динамику усиления солитонов пикосекундного диапазона, когда доминирующим нелинейным эффектом является электронный эффект Керра, связанный с безынерционной добавкой к показателю преломления n_2 . Если $G \ll 1$, то для решения уравнения (5) может быть использован аппарат адиабатической теории возмущений для солитонов [21].

В случае некогерентного усиления, когда ширина спектра импульса мала по сравнению с шириной линии усиления [3], систему уравнений (5), (6) можно преобразовать следующим образом:

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \tau^2} + |\Psi|^2 \Psi = i \frac{G}{2} \left(\Psi - \gamma_a \frac{\partial \Psi}{\partial \tau} + \gamma_a^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \tau^2} \right). \quad (8)$$

Солитонное решение уравнения (8) с медленно изменяющимися параметрами имеет вид

$$\Psi_s(z, \tau) = \eta(z) \operatorname{sech}\{\eta(z)[\tau - \tau_c(z) - V(z)z]\} \exp(i\Phi), \quad (9)$$

$$\Phi = -V(z)[\tau - \tau_c(z)] + i[V^2(z) - \eta^2(z)]z/2 + i\phi_0(z), \quad (10)$$

$$\frac{d\eta}{dz} = G \left(1 - \frac{1}{3} \eta^2 \gamma_a^2 - \gamma_a^2 V^2 \right) \eta, \quad (11)$$

$$\frac{dV}{dz} = -\frac{2}{3} G V \gamma_a^2 \eta, \quad (12)$$

где $\tau_c(z)$ – координата центра тяжести импульса; ϕ_0 – фаза. Чтобы перейти к уравнению, близкому к исходной модели (1), положим $\gamma_a = 0$. Тогда система (5), (6) трансформируется в хорошо известное нелинейное уравнение Шредингера с усилением (поглощением):

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \tau^2} + |\Psi|^2 \Psi = \frac{G}{2} P. \quad (13)$$

Теория возмущений для солитонов [21] дает решение уравнения (13) в следующем виде [1, 4]:

$$\Psi(z, \tau) = \eta(z) \operatorname{sech}[\eta(z)\tau] \exp[i\sigma(z)] + O(G),$$

$$\eta(z) = \Psi(0) \exp(2Gz), \quad (14)$$

$$\sigma(z) = \frac{\Psi^2(0)}{8G} [1 - \exp(4Gz)].$$

Следует подчеркнуть, что решение (14) вот уже долгое время (см., напр., книгу [4] и приведенную в ней литературу) рассматривалось как достаточно «точное» приближение для описания процесса усиления солитонов. Проведенные нами прямые компьютерные эксперименты показывают, что это далеко не так. Напомним, что, как было показано еще в работе [23], искажения формы солитона в линейно поглощающей среде обусловлены возникновением в импульсе частотной модуляции, что существенно ограничивает применимость аппарата теории возмущений. Покажем, что аналогичный результат имеет место и для линейного усиления солитонов и что есть весьма существенные качественные и количественные отличия от случая, соответствующего распространению солитона в линейно поглощающей среде [23].

Нами проведены численные эксперименты по исследованию основных закономерностей динамики распространения и взаимодействия солитонов в активной среде, при этом были рассмотрены самые разные соотношения между параметрами модели (13). Обнаружено существование предельной энергии усиливаемого солитона, когда результаты теории возмущений для солитонов и формула (14) оказываются вообще неприменимыми. Солитон в режиме некогерентного усиления не усиливается как единое целое: в процессе усиления солитона возникают значительные искажения его формы и спектра.

По мере усиления солитона в его временной структуре появляются две характерные особенности: возникают узкий интенсивный пик и широкий малоинтенсивный пьедестал, в который, по мере дальнейшего усиления солитона, начинает перетекать все большая и большая доля энергии импульса. Детальная картина процесса усиления солитона представлена на рис.1 и 2, где сопостав-

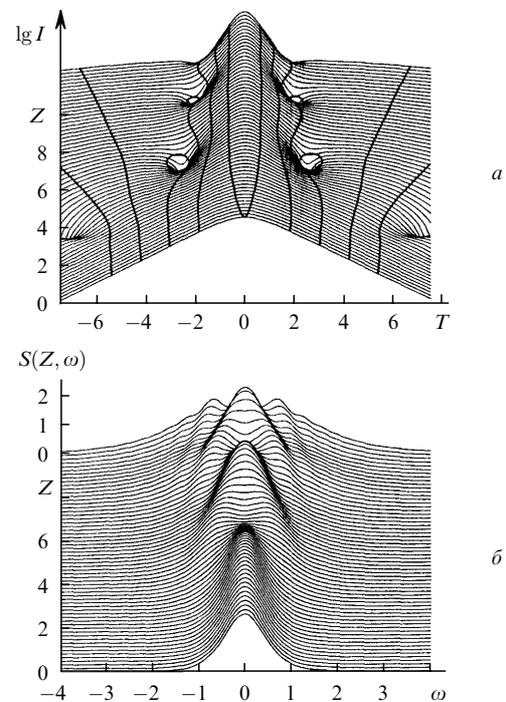


Рис.1. Зависимости формы солитонного импульса $I(Z, T)$ (ортографическая проекция в логарифмическом масштабе, вид сверху под углом 60°) (а) и формы его спектра $S(Z, \omega)$ (б) от длины активной среды Z при адиабатическом усилении солитонов и $G = 0.1$. Толстые кривые – геодезические линии равного уровня для $\lg I = 0, -1, -2, -3, -4$.

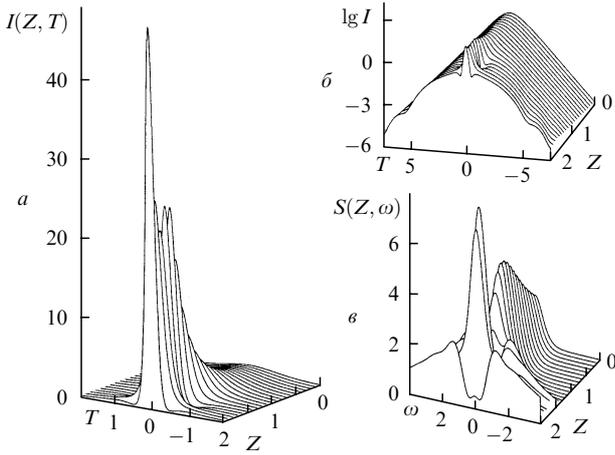


Рис.2. Зависимости формы солитонного импульса $I(Z, T)$ ($a, б$) и формы спектра импульса $S(Z, \omega)$ ($в$) от длины активной среды Z при неадиабатическом усилении солитонов и $G = 1.0$.

ляются результаты, полученные как в адиабатическом, так и неадиабатическом режиме усиления солитона. В спектре усиленного солитона наблюдается структура, свидетельствующая о возникновении значительной частотной модуляции излучения.

Обработка результатов численных экспериментов позволяет сделать вывод о существовании максимального коэффициента усиления, при котором солитон перестает быть структурно устойчивым образованием в процессе усиления. Это происходит, как только энергия солитона возрастает приблизительно в e раз, независимо от того, каким методом – адиабатического усиления (рис.1) или неадиабатического усиления (рис.2) – аккумулируется энергия в солитоне. Детальные расчеты, проведенные в широкой области коэффициентов усиления солитонов, показывают, что физическая причина структурной неустойчивости солитонов заключается в несбалансированности процесса преобразования частотной модуляции в амплитудную. Все эти особенности очень хорошо видны при представлении результатов расчетов в логарифмическом масштабе (рис.1 и 2).

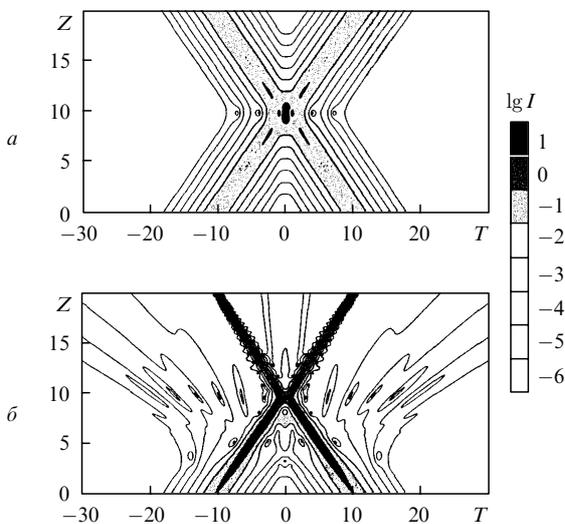


Рис.3. Взаимодействие двух движущихся навстречу друг другу солитонов в отсутствие усиления (a) и при адиабатическом усилении ($б$) для расстройки групповых скоростей $\Delta V = 2.0$ и $G = 0.1$.

Таким образом, адиабатический и неадиабатический режимы некогерентного усиления солитонов в активной среде с постоянными параметрами всегда сопровождаются возникновением структурной неустойчивости солитонов и ростом несолитонной составляющей поля в процессе усиления. Область применимости теории возмущений определяется неравенством $G \ll 1$, выражающим, по существу, условие адиабатической перестройки солитона к новым значениям амплитуды и длительности, соответствующим большей энергии солитона.

Неидеальность процесса усиления солитонов и рост несолитонной составляющей поля приводят к потере солитонами свойства упругого взаимодействия друг с другом, как показано на рис.3. Здесь представлена контурная карта (линии равного уровня по высоте) для взаимодействия двух солитонов, движущихся навстречу друг другу. Расчеты проведены как для идеальных солитонов, когда параметр $G = 0$, так и для линейно усиливающихся солитонов, описываемых простейшей моделью (13).

3. Сингулярное усиление частотно-модулированных солитонов

Как уже отмечалось, первые удары по сложившимся представлениям о том, что при некогерентном усилении в активной среде невозможно формирование идеальных шредингеровских солитонов, были нанесены в работах [9, 10]. В них показано, что существует уникальная возможность усиления оптического солитона как единого целого при условии, что коэффициент усиления является сингулярной гиперболической функцией длины активной среды, а фаза солитона на входе в среду – параболической функцией времени. Взаимодействие таких частотно-модулированных солитонов становится полностью упругим при самосогласовании фаз солитонов и коэффициента усиления среды. В последующих работах [12, 15] был найден регулярный метод поиска решений в виде частотно-модулированных солитонов и было показано, что в рассматриваемом случае имеется не одно, а четыре солитонных решения, соответствующие гиперболически усиливающимся или затухающим светлым и темным солитонам при положительных или отрицательных начальных коэффициентах усиления (4). Строго говоря, представленные в [9, 10] решения являются одним из частных случаев применения второй теоремы, доказанной в работе [12], где вронскиан двух постоянных функций – дисперсии ($D(Z) = 1$) и нелинейности ($R(Z) = 1$) – точно равен нулю: $W(R, D) = 0$.

Покажем, что процесс сингулярного усиления частотно-модулированных солитонов может быть описан эквивалентной моделью без сингулярности. Сделаем замену переменных в (1), положив

$$\Psi = a(Z)u, \quad a(Z) = \exp \int_0^Z \Gamma(Z') dZ',$$

$$Z' = \int_0^Z a^2(Z'') dZ''.$$

В этом случае уравнение Шредингера будет иметь вид

$$i \frac{\partial u}{\partial Z'} + \frac{D_{\text{opt}}(Z)}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial T^2} + \alpha |u|^2 u = 0, \quad (15)$$

где

$$D_{\text{opt}}(Z) = \frac{D_2(0)}{a_{\text{opt}}^2(\Gamma_{\text{opt}}(Z))}$$

– оптимальная функция дисперсии. Используя следующие соотношения:

$$\Gamma_{\text{opt}}(Z) = \frac{1}{2(C-Z)}, \quad a_{\text{opt}}^2(Z) = \frac{C}{C-Z},$$

получаем

$$D_{\text{opt}}(Z) = D_2(0) \left(1 - \frac{Z}{C}\right), \quad Z' = -C \ln \frac{C-Z}{C},$$

$$Z = C \left[1 - \exp\left(-\frac{Z'}{C}\right)\right], \quad D_{\text{opt}}(Z) = D_2(0) \exp\left(-\frac{Z'}{C}\right).$$

После несложных преобразований уравнение (15) окончательно приводится к виду

$$i \frac{\partial u}{\partial Z'} + \frac{1}{2} D_2(0) \exp\left(-\frac{Z'}{C}\right) \frac{\partial^2 u}{\partial T'^2} + \alpha |u|^2 u = 0. \quad (16)$$

Таким образом, модель (1) переходит в новых переменных в модель (16), а ее решения (2) и (3) для светлых и темных солитонов трансформируются в решения

$$u_c(Z', T') = -\eta \alpha^{-1/2} \exp[\Gamma(0)Z'] \times \text{sech}\{\eta T' \exp[2\Gamma(0)Z']\} \exp\{-iT'^2 \Gamma(0) \exp[2\Gamma(0)Z']\} - i \frac{1}{2} \eta^2 Z' \exp[2\Gamma(0)Z'], \quad (17)$$

$$u_d(Z', T') = \eta \alpha^{-1/2} \exp[\Gamma(0)Z'] \times \tanh\{\eta T' \exp[2\Gamma(0)Z']\} \exp\{iT'^2 \Gamma(0) \exp[2\Gamma(0)Z']\} - i \eta^2 Z' \exp[2\Gamma(0)Z']. \quad (18)$$

Две особенности отличают полученные чирпированные солитонные решения от канонических солитонов модели нелинейного уравнения Шредингера без усиления или поглощения. Во-первых, солитоны (2), (3) и (17), (18) являются частотно-модулированными импульсами, амплитуда, длительность и частотная модуляция которых описываются одной и той же функцией переменной Z – гиперболической функцией длины усиливающей среды. Во-вторых, солитоны (2) и (3) являются сингулярными решениями (1) и имеют смысл только при $Z < C$. При приближении длины усиливающей среды к точке сингулярности $Z = C$ происходит неограниченное возрастание амплитуды и уменьшение длительности солитона. Тем не менее решения (2) и (3) представляют определенный практический интерес, т. к. всегда можно ограничить длину активной среды условием, что точка сингулярности не достигается [10].

Линейный закон частотной модуляции импульса на входе в активную среду определяет весь последующий режим компрессии импульса в ней. На рис.4,а приведены

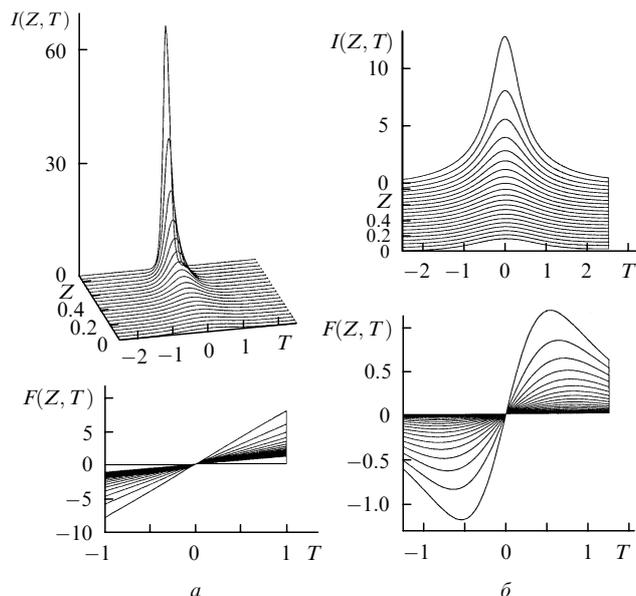


Рис.4. Динамика усиления оптического солитона в среде с гиперболически нарастающим коэффициентом усиления: усиливающийся частотно-модулированный солитон уравнения (1), огибающая $I(Z, T)$ и частотная модуляция $F(Z, T)$ которого рассчитаны при $G = 1.0$ и длине активной среды, ограниченной условием приближения к точке сингулярности на величину $Z - C = 0.125$ (а), а также изменение временной функции огибающей и появление в импульсе частотной модуляции при усилении в неоднородной среде в отсутствие начальной модуляции в импульсе при $G = 0$ (б).

данные компьютерного моделирования процесса усиления частотно-модулированного солитона. Компрессия этого солитона не изменяет функционального вида частотной модуляции, меняется только ее величина в соответствии с выражением (2). Усиление же обычного (без частотной модуляции) солитона, наоборот, сопровождается возникновением нелинейной частотной модуляции, функциональный вид которой определяется огибающей усиливаемого импульса и показан на рис.4,б.

В настоящее время уже разработаны различные методы модуляции света [24, 25] и разные волоконно-оптические системы, в которых, как утверждают авторы работы [26], можно реализовать практически любой профиль дисперсии. В связи с этим главная трудность экспериментального обнаружения частотно-модулированных солитонов (2) заключается в необходимости создания линейной частотной модуляции излучения на входе в среду.

Предположим, что начальная фазовая модуляция в импульсе создается за счет фазовой кросс-модуляции и имеет вид

$$\Phi(Z = 0, \tau) = A \exp \left[- \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{mod}}} \right)^{2n} \right]. \quad (19)$$

Согласно (19) линейный закон изменения частоты со временем существует только для центральной части импульса (2). Численный эксперимент позволяет детально исследовать зависимость степени компрессии импульса от величины частотной модуляции на входе в среду. Изменение длительности управляющего супергауссова импульса (19), распространяющегося на другой длине волны, позволяет расширять область линейного сканирования частоты в солитонном импульсе. Как и следовало

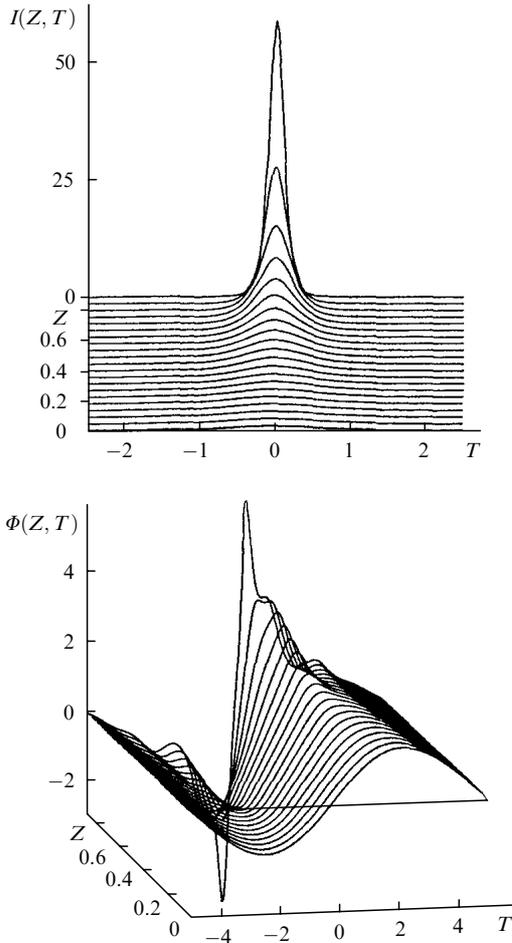


Рис.5. Усиление фазомодулированного солитона $I(Z, T)$ в активной среде с гиперболическим коэффициентом усиления в случае, когда начальная фазовая модуляция $\Phi(Z, T)$ создается за счет фазовой кросс-модуляции импульсом на нерезонансной длине волны (19) с длительностью $\tau_{\text{mod}} = 5.0$, амплитудой $A = 1.0$ и параметром $n = 1$.

ожидать, эффективная компрессия солитона происходит только для той части начального импульса, где закон изменения частоты во времени незначительно отличается от линейного.

Типичные результаты компьютерного моделирования приведены на рис.5, 6. Видно, что самосжатие импульса как единого целого оказывается невозможным. Этот факт отчетливо демонстрирует показанная на рис.6 зависимость формы импульса от длины усиления. Самосжатие и компрессия имеют место только для верхней части импульса, тогда как пьедестал не изменяет своей длительности. Для сравнения результатов обратимся к рис.4, где приведено точное решение в том же масштабе, которое, наоборот, демонстрирует компрессию частотно-модулированного солитона как единого целого.

Рассмотрим, каким образом возможность идеального усиления солитонов может быть реализована в реальном эксперименте. Еще в работе [27] было показано, что двухфотонное поглощение (и рамановское усиление) может приводить к такой перестройке солитонного импульса, при которой его амплитуда (а следовательно, и длительность) изменяется по закону

$$\eta^2(z) = \frac{\eta^2(0)}{1 \pm (8/3)\eta^2(0)z}. \quad (20)$$

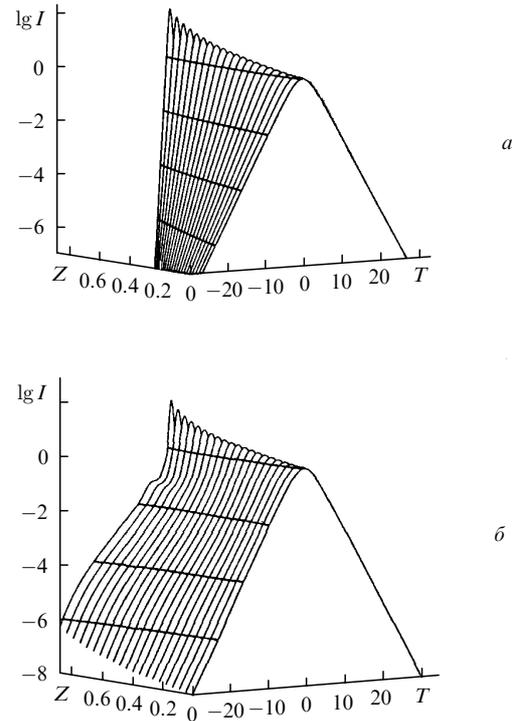


Рис.6. Сравнение относительного перераспределения энергии в процессе усиления солитонов при идеальном параболическом профиле начальной фазы в (2) (а) и при начальной фазе, задаваемой временным профилем управляющего импульса (19) (б).

Совершенно ясно, что если выбрать знак минус в знаменателе выражения (20), то получится сингулярная функция, совпадающая по форме с выражением для коэффициента усиления (4). Таким образом, ответ на поставленный вопрос очевиден – надо создавать двухфотонный волоконно-оптический усилитель.

Чтобы быть до конца последовательными, исследуем особенности взаимодействия частотно-модулированных солитонов в процессе их усиления. Основной задачей наших компьютерных экспериментов было выяснение возможности существования эффекта, получившего название статистического солитонного аттрактора, приводящего к неупругому взаимодействию и слиянию солитонов*. Следует подчеркнуть, что неупругое взаимодействие является характерным признаком неинтегрируемых систем.

Рассмотрим, например, ситуацию, когда солитоны усиливаются в 100 раз (сильно неадиабатический режим). Разные групповые скорости солитонов означают,

* В обзоре Сегева и Стегемана [40] ошибочно утверждается, что первыми авторами, которые обнаружили неупругое взаимодействие солитонов в модели нелинейного уравнения Шредингера с насыщением, были Гатз и Неррман [41]. Следует отметить, что на самом деле эффект неупругого взаимодействия шредингеровских солитонов, приводящий к их слиянию в один импульс и названный солитонным аттрактором в модели с насыщением, был впервые открыт Захаровым с сотр. в работе [42]. Применение концепции солитонного аттрактора к задачам нелинейной оптики, по-видимому, впервые было проделано Никоновой и Серкиным в работе [43]. В ней идея Захарова с сотр. о солитонном аттракторе была применена к модели нелинейного уравнения Шредингера с насыщением и были рассчитаны неупругое взаимодействие шредингеровских солитонов и условия слияния их связанных состояний, возникающих при таких интенсивностях солитонного импульса, когда необходимо учитывать высшие члены в разложении нелинейной поляризации [4].

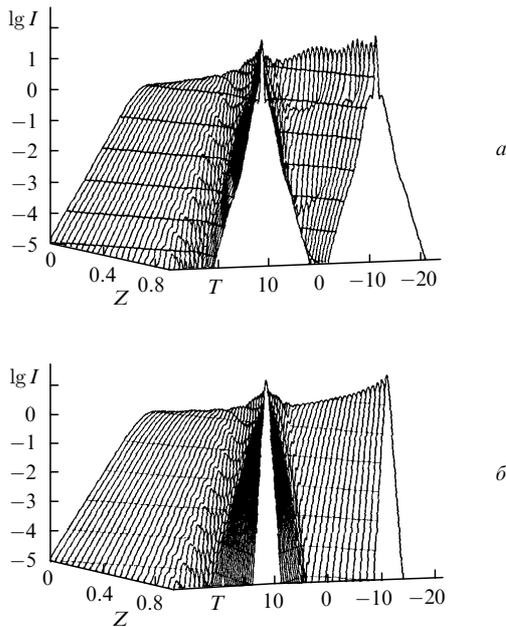


Рис.7. Сравнение динамики взаимодействия солитонов при сильно неадиабатическом режиме усиления (усиление в 100 раз) в активной среде с постоянным по длине среды (а) и гиперболически растущим (б) коэффициентом усиления для неперекрывающихся спектров взаимодействующих солитонов при $\Delta V = 10.0$.

что солитонные импульсы были первоначально разделены по частоте (метод спектрального уплотнения каналов). Предположим, что спектры начальных импульсов не перекрываются. Если усиление солитонов происходит в системе с постоянными параметрами, то распределение энергии во времени существенно изменяется (рис.7,а).

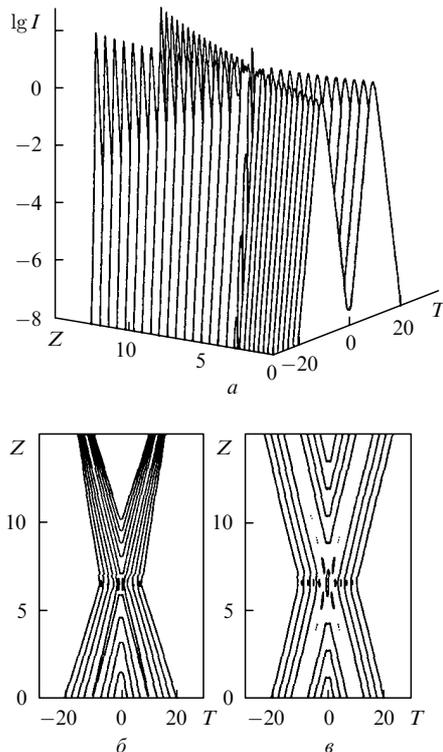


Рис.8. Взаимодействие гиперболически усиливаемых солитонов (а,б), а также идеальных солитонов в отсутствие усиления (в) с сильно перекрывающимися начальными спектрами при $\Delta V = 1.5$.

Солитоны взаимодействуют в этом случае неупруго. Если же солитоны усиливаются в системе с неоднородным коэффициентом усиления, то их взаимодействие становится полностью упругим (рис.7,б). Положим теперь, что спектры начальных солитонов частично перекрываются (рис.8). Взаимодействие солитонов в неоднородной усиливающей среде продолжает быть упругим (рис.8,а и б). Для сравнения на рис.8,в приведена картина взаимодействия идеальных солитонов в отсутствие усиления.

Необходимо отметить, что проблема усиления солитона в пространственно-неоднородной системе давно и хорошо известна экспериментаторам [1, 4, 17, 18]. Более того, при обмене энергией между нелинейными волнами всегда реализуется ситуация, физически очень близкая к рассмотренной в настоящей работе. Действительно, в качестве примеров можно привести пространственно-неоднородную перекачку энергии при внутрирезонаторной генерации УКИ света и солитонов вынужденного комбинационного рассеяния при каскадном преобразовании частоты в волоконных световодах [1, 4, 17–22, 28]. Неоднородный коэффициент усиления, близкий к требуемому гиперболическому, может быть также получен, если импульс накачки, например при рамановском усилении солитонов, представляет собой многосолитонный импульс, который сам по себе испытывает лавинообразное самосжатие при распространении в среде на первоначальном этапе перекачки энергии в стоксов импульс. Как было показано в [29], степень компрессии многосолитонного импульса является гиперболической функцией числа солитонов в нем, а рост пиковой мощности в зависимости от длины световода описывается функцией, близкой к требуемой гиперболической функции. Другая возможность получения необходимого коэффициента усиления связана с возможностью использования недавно созданных специальных волоконных световодов с перетяжкой и конусными переходами (см. обзор [6] и работы [30, 31]).

При самосжатии солитона в активной среде и переходе к фемтосекундному диапазону длительностей становится необходимым учет высших приближений теории дисперсии и рамановского сдвига частоты [32, 33], возникающего за счет комбинационного саморассеяния [17]. Исследование оптимального усиления солитонов фемтосекундного диапазона длительности, когда одним из главных ограничивающих эффектов является рамановское самопреобразование частоты оптического солитона, будет рассмотрено в наших последующих работах.

4. Заключение

В настоящей работе исследованы новые возможности усиления оптических солитонов. Показано, что наиболее важным условием, определяющим принципиальную возможность усиления и компрессии частотно-модулированного солитона в усиливающей среде, является необходимость поддержания линейной частотной модуляции на возможно более широких интервалах времени по сравнению с первоначальной длительностью солитона. Оптимальная функция усиления солитона может быть получена в двухфотонном волоконно-оптическом усилителе.

Существование возможности идеального усиления оптических солитонов связано с тем обстоятельством,

что при неоднородном коэффициенте усиления создаются условия для такой перестройки chirпированного солитона, при которой усиленный солитон полностью сохраняет свои уникальные свойства упругого взаимодействия с себе подобным. Как будет показано в следующей нашей работе, конечность ширины линии усиления активной среды не препятствует формированию ультракоротких оптических солитонов (что является новым и неизвестным ранее фактом). Мы покажем, что имеет место полная аналогия с задачами линейного усиления сверхкоротких импульсов, рассмотренными еще в работах [3]. Применительно к периодическим задачам и так называемым солитонным волнам Блоха [34] можно утверждать, что имеет место полная аналогия с задачами генерации УКИ при внутррезонаторной самофокусировке излучения [35, 36]. Мы намерены вернуться к этой старой проблеме с новых позиций, которые открывает пространственно-временная аналогия, позволяющая легко обобщить полученные результаты на случай оптимальной самофокусировки излучения внутри лазерного резонатора. Как отмечается в обзоре [36], результаты исследований, начатых еще в пионерской работе [35], предвосхитили создание лазеров типа $Ti: Al_2O_3$ -лазера с керровской самосинхронизацией мод.

Таким образом, задача оптимального (в нашей терминологии идеального) усиления солитонов оказывается тесно связанной с различными проблемами генерации УКИ света с помощью лазеров и развитием новых систем связи [1–6]. Полное решение этих проблем еще далеко от завершения. Модель нелинейного уравнения Шредингера не может дать ответа на вопрос о предельной длительности солитонов в активной среде. Для решения этого вопроса следует применять методы, основанные на прямом численном решении системы уравнений Максвелла в нелинейной усиливающей среде [37].

Анализируя приведенный список литературы (не претендуя на полноту по причине ограниченного объема статьи), мы обнаруживаем одно очень важное, на наш взгляд, обстоятельство, отмеченное в недавно опубликованных обзорах [5, 6]: несмотря на то что проблема усиления УКИ имеет вот уже 30-летнюю историю [3], именно сейчас отчетливо наблюдается новый виток интереса к старым проблемам. Особенно ярко это видно на примерах развития высокоскоростных линий связи и генерации суперконтинуума в волоконных структурах в фемтосекундной области (см., напр., обзоры [2, 5, 6] и приведенную в них литературу, а также работу [38]). Создание новых световодов с особыми дисперсионными характеристиками [30], а также конусных волоконных структур с перетяжкой и фотонных кристаллов [31] привело к необходимости дальнейшего развития теории.

Следует отметить, что проблема оптимального усиления солитонов имеет большое общезначимое значение, т. к. солитон является одним из фундаментальных объектов природы. Этот нелинейный объект рассматривается практически во всех разделах современной науки, и трудно не согласиться с гипотезой, выдвинутой в работе [39], что солитонная парадигма будет являться универсальным объединяющим началом при дальнейшем развитии науки.

Авторы пользуются предоставленной им возможностью выразить глубокую благодарность В.Н.Серкину, материалы лекций которого, читаемых в Benemerita Universidad Autonoma de Puebla, были использованы при

написании этой статьи. Особую благодарность авторы выражают В.А.Рабиновичу за постоянную помощь и тщательную лингвистическую правку статьи на русском языке. Авторы также благодарны фонду CONACYT (Mexico) за поддержку работы.

Настоящая работа была представлена на секции Mathematical methods in the applied sciences of the III International Conference on Electromechanical Engineering and Systems (ICEES-2002).

- Hasegawa A. (Ed.) *Massive WDM and TDM Soliton Transmission Systems* (Kluwer: Acad. Publ., 2000).
- Дианов Е.М. *Квантовая электроника*, **30**, 659 (2000).
- Крюков П.Г., Летохов В.С. *УФН*, **99**, 169 (1969).
- Агравал Г.П. *Нелинейная волоконная оптика* (М.: Мир, 1996).
- Крюков П. Г. *Квантовая электроника*, **31**, 95 (2001).
- Крюков П. Г. *Квантовая электроника*, **31**, 877 (2001).
- Blow K.J., Doran N.J., Wood D. *Opt. Lett.*, **12**, 1011 (1987).
- Захаров В.Е., Шабат А.Б. *ЖЭТФ*, **61**, 118 (1971).
- Moore J.D. *Opt. Lett.*, **21**, 555 (1996).
- Khasilev V.Y. *Proc. SPIE. Int. Soc. Opt. Eng.*, **2919**, 177 (1996).
- Khasilev V.Y., Malomed B.A., Serkin V.N. *Proc. SPIE. Int. Soc. Opt. Eng.*, **3847**, 224 (1999).
- Serkin V.N., Hasegawa A. *Phys. Rev. Lett.*, **85**, 4502 (2000); *Proc. SPIE. Int. Soc. Opt. Eng.*, **3927**, 302 (2000); Серкин В.Н., Хасэгава А. *Письма в ЖЭТФ*, **72**, 89 (2000).
- Kumar S., Hasegawa A. *Opt. Lett.*, **22**, 372 (1997); Hasegawa A. *Physica D*, **123**, 267 (1998).
- Серкин В.Н., Беляева Т.Л. *Квантовая электроника*, **31**, 1007 (2001); *Письма в ЖЭТФ*, **74**, 649 (2001); Serkin V.N., Belyaeva T.L. *Proc. SPIE. Int. Soc. Opt. Eng.*, **4271**, 323 (2001).
- Serkin V.N., Hasegawa A. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, **8**, 418 (2002).
- Balakrishnan R. *Phys. Rev. A*, **32**, 1144 (1985); Burtsev S.P., Zakharov V.E., Mikhailov A.V. *Theor. Math. Phys.*, **70**, 227 (1987).
- Dianov E.M., Grudinin A.B., Prokhorov A.M., Serkin V.N. In: *Optical Solitons-Theory and Experiment*. Ed. by J.R.Taylor (Cambridge: Cambridge University Press, 1992, ch. 7, p. 197–265).
- Masataka Nakazawa. In: *Optical Solitons-Theory and Experiment*. Ed. by J.R.Taylor (Cambridge: Cambridge University Press, 1992, ch. 6, p. 152–196).
- Mollenauer L.F., Stolen R.H., Islam M.N. *Opt. Lett.*, **10**, 229 (1985).
- Дианов Е.М., Никонова З.С., Прохоров А.М., Серкин В.Н. *ДАН СССР*, **283**, 1342 (1985).
- Карпман В.И., Маслов Е.М. *ЖЭТФ*, **75**, 504 (1978); Karpman V.I., Solov'ev V.V. *Physica D*, **3**, 483 (1981).
- Афанасьев В.В., Дианов Е.М., Прохоров А.М., Серкин В.Н. *Письма в ЖТФ*, **16**, 67 (1990).
- Дианов Е.М., Никонова З.С., Серкин В.Н. *Квантовая электроника*, **13**, 1740 (1986).
- Катыс Г.П., Кравцов Н.В., Чирков Л.Е., Коновалов М.М. *Модуляция и отклонение оптического излучения* (М.: Наука, 1967).
- Мустель Е.П., Парыгин В.Н. *Методы модуляции и сканирования света* (М.: Наука, 1970).
- Lenz G., Eggleton B.J. *J. Opt. Soc. Am. B*, **15**, 2979 (1998); McKinnon K.I.M., Smyth N.F., Worthy A.L. *J. Opt. Soc. Am. B*, **16**, 441 (1999).
- Дианов Е.М., Прохоров А.М., Серкин В.Н. *ДАН СССР*, **273**, 1112 (1983).
- Dianov E.M., Prokhorov A.M., Serkin V.N. *Opt. Lett.*, **11**, 168 (1986); Дианов Е.М., Карасик А.Я., Прохоров А.М., Серкин В.Н. *Изв. АН СССР. Сер. физич.*, **50**, 1042 (1986).
- Mollenauer L.F., Stolen R.H., Gordon J.P., Tomlinson W.L. *Opt. Lett.*, **8**, 289 (1983); Дианов Е.М., Никонова З.С., Прохоров А.М., Серкин В.Н. *Письма в ЖТФ*, **12**, 756 (1986).
- Semenov V.A., Belov A.V., Dianov E.M., Abramov A.A., Bubnov M.M., Semjonov S.L., Shchebunjaev A.S., Khopin V.F., Guryanov A.N., Vechkanov N.N. *Appl. Opt.*, **34**, 5331 (1995); Bogatyryov V.A., Bubnov M.M., Dianov E.M., Sysoliatin A.A. *Pure Appl. Opt.*, **4**, 345 (1995); Richardson D.J., Chamberlain R.P., Dong L., Pane D.N. *Electron. Lett.*, **31**, 1681 (1995).
- Birks T.A., Wadsworth W.J., Russel P.St.J. *Opt. Lett.*, **25**, 1415

- (2000); Liu X., Xu C., Knox W.H., Chandalia J.K., Eggleton B.J., Kosinski S.G., Windeler R.S. *Opt. Lett.*, **26**, 358 (2001); Knight J.C., Birks T.A., Russel P.St.J., Atkin D.M. *Opt. Lett.*, **21**, 1547 (1996).
32. Boyer G. *Opt. Lett.*, **25**, 601 (2000); Serkin V.N., Belyaeva T.L., Alexandrov I.V., Melo Melchor G. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **4271**, 292 (2001).
33. Yong-Xin Yan, Gamble E.B., Nelson K.A. *J. Chem. Phys.*, **83**, 5391 (1985); Mitchke F.M., Mollenauer L.F. *Opt. Lett.*, **11**, 659 (1986); Serkin V.N., Belyaeva T.L. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **4271**, 280 (2001).
34. Chen Y., Kartner F.X., Morgner U., Cho S.H., Haus H.A., Ippen E.P., Fujimoto J.G. *J. Opt. Soc. Am. B*, **16**, 199 (1999); Серкин В.Н., Беляева Т.Л. *Квантовая электроника*, **31**, 1016 (2001); Serkin V.N., Belyaeva T.L., Alexandrov I.V., Melo Melchor G. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **4271**, 303 (2001); Серкин В.Н., Мацумото М., Беляева Т.Л. *Письма в ЖЭТФ*, **73**, 64 (2001); Serkin V.N., Matsumoto M., Belyaeva T.L. *Opt. Commun.*, **196**, 159 (2001).
35. Ларионцев Е.Г., Серкин В.Н. *Квантовая электроника*, **2**, 1481 (1975).
36. French P.M.W. *Reports on Progress in Physics*, **58**, 169 (1995).
37. Serkin V.N., Schmidt E.M., Samarina E.V., Belyaeva T.L. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **2800**, 310 (1996); Serkin V.N., Schmidt E.M., Belyaeva T.L. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **3927**, 323 (2000); Серкин В.Н., Шмидт Э.М., Беляева Т.Л., Хотяинцев С.Н. *Доклады РАН*, **359**, 760 (1998).
38. Bespalov V.G., Krylov V.N., Seyfang G., Staselko D.I., Kozlov S.A., Shpolyansky Yu.A., Rebane A. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **4271**, 159 (2001).
39. Krumhansl J.A. *Phys. Today*, **3**, 33 (1991).
40. Segev M., Stegeman G. *Phys. Today*, **8**, 42 (1998).
41. Gatz S., Herrman J. *IEEE J. Quantum Electron.*, **28**, 1732 (1992).
42. Захаров В.Е., Пушкарев А.Н., Швец В.Ф., Яньков В.В. *Письма в ЖЭТФ*, **48**, 79 (1988).
43. Никонова З.С., Серкин В.Н. *Труды ИОФАН*, **23**, 39 (1990).