

# Генерация оптических гармоник в полых волноводах с фотонно-кристаллической оболочкой: анализ оптических потерь и условий фазового согласования

А.Н.Наумов, А.М.Жёлтиков

*Рассмотрены волокна с фотонно-кристаллической оболочкой, открывающие уникальную возможность реализации нелинейно-оптических взаимодействий волноводных мод с поперечными размерами несколько микрон в газовой среде. Показана возможность улучшения условий фазового согласования для процессов генерации оптических гармоник в высших волноводных модах волокон с фотонно-кристаллической оболочкой путем оптимизации параметров газовой среды и волновода.*

**Ключевые слова:** полый волновод, генерация высших гармоник, фотонный кристалл.

## 1. Введение

Нелинейно-оптические процессы в наполненных газом полых волноводах широко используются в настоящее время для генерации сверхкоротких световых импульсов и преобразования частоты излучения при генерации высоких гармоник и многоволновом взаимодействии. Впервые возможность повышения эффективности нелинейно-оптических взаимодействий за счет увеличения длины взаимодействия в наполненном газом полом волноводе была экспериментально продемонстрирована в работе [1], в которой еще в 1977 г. была показана возможность существенного (на три порядка) увеличения эффективности четырехволновых взаимодействий света в полом диэлектрическом волноводе.

Авторы работ [2, 3] продемонстрировали, что использование полого оптического волновода позволяет достичь эффективного уширения спектра сверхкороткого лазерного импульса за счет фазовой самомодуляции (ФСМ). В этих работах было показано, что импульсы длительностью 20 фс, распространяющиеся по заполненному инертным газом полом оптическому волноводу, испытывают уширение спектра вследствие ФСМ, достаточное для последующего сжатия импульса до 4.5 фс. Поскольку порог оптического пробоя для газа, заполняющего волновод, существенно превышает характерный порог пробоя для обычных оптических волокон, полые волноводы (ПВ) позволяют получать достаточно мощные сверхкороткие лазерные импульсы, содержащие несколько периодов светового поля. Схема компрессии световых импульсов, предложенная и реализованная в работах [2, 3], в настоящее время широко используется в фемтосекундных лазерных системах [4].

Полые волноводы могут эффективно использоваться для формирования предельно коротких импульсов и при вынужденном комбинационном рассеянии света (ВКР)

высокого порядка [5–13]. Как сообщается в работе [13], ВКР высокого порядка в наполненном комбинационно-активным газом полом волноводе, приводящее к генерации сфазированных множественных стоксовых и антистоксовых компонент [8–12], позволяет получить световые импульсы длительностью менее 4 фс.

Использование наполненных газом полых волнопроводов дает возможность существенно увеличить длину нелинейно-оптического взаимодействия, а также добиться уменьшения фазовой и групповой расстройки световых импульсов, участвующих в невырожденных по частоте нелинейно-оптических процессах, позволяя тем самым радикально повысить эффективность нелинейно-оптического преобразования частоты при генерации оптических гармоник и многоволновом взаимодействии [14–21].

За счет выбора параметров полого волновода, давления газа и возбуждения соответствующих волноводных мод удается обеспечить условия, при которых волноводная составляющая фазовой и групповой расстройки световых импульсов, участвующих в невырожденных по частоте нелинейно-оптических процессах, компенсирует фазовую и групповую расстройку, связанную с дисперсией газа [22]. Выполнение этих условий дает возможность радикально повысить эффективность преобразования частоты излучения путем генерации оптических гармоник и многоволнового взаимодействия (включая процессы, приводящие к генерации коротких импульсов когерентного рентгеновского излучения) [14–22], уменьшить влияние эффектов групповой задержки и дисперсии групповой скорости на формирование предельно коротких импульсов путем генерации множественных ВКР-компонент [23], а также увеличить чувствительность методов когерентной четырехфотонной спектроскопии [24–26].

Использование волноводной составляющей дисперсии, таким образом, является ключевым условием повышения эффективности преобразования частоты и формирования предельно коротких импульсов в наполненных газом полых волноводах. Естественный способ увеличения влияния волноводной дисперсии на процессы нелинейно-оптического взаимодействия связан с уменьшением внутреннего радиуса волновода [27]. Полые волно-

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119899 Москва, Воробьевы горы; e-mail: zheltikov@top.phys.msu.su

воды с малым внутренним радиусом также позволяют достичь высоких плотностей мощности при введении в волновод импульсов излучения с небольшой энергией. Однако уменьшение радиуса полого волновода приводит к увеличению волноводных потерь (коэффициент оптических потерь для мод полого волновода обратно пропорционален кубу внутреннего радиуса волновода) [28], поэтому в большинстве нелинейно-оптических экспериментов используются полые волноводы с радиусом, варьируемым от 50 до 500 мкм. Это ограничивает возможности использования волноводной дисперсии для достижения фазового и группового синхронизма, а также для эффективной компенсации дисперсии групповой скорости.

В настоящей работе показано, что вклад волноводной составляющей дисперсии может быть увеличен путем уменьшения внутреннего диаметра полого волновода без существенного увеличения оптических потерь при использовании полых волокон с микроструктурированной оболочкой в форме двумерного фотонного кристалла [29–38]. На основе анализа свойств полых волноводов со сплошной и фотонно-кристаллической (ФК) оболочкой показано, что микроструктурирование оболочки позволяет радикально уменьшить оптические потери в полых волокнах с малыми внутренними радиусами (порядка нескольких микрон).

Из анализа спектральных зависимостей показателей преломления аргона и кварца следует, что для оптических гармоник высокого порядка (с длиной волны излучения 1–50 нм) полые волокна с ФК оболочкой обеспечивают волноводный режим за счет полного внутреннего отражения, т. е. служат в качестве обычных световодов (порог оптического пробоя которых, однако, существенно ниже порога пробоя волокон с диэлектрической сердцевиной). Обсуждаются также возможности достижения фазового синхронизма для генерации высоких гармоник в высших волноводных модах полого волокна с ФК оболочкой.

## 2. Уменьшение оптических потерь в полых волноводах с ФК оболочкой

Качественно поясним возможность уменьшения оптических потерь в полом волноводе с периодической микроструктурированной оболочкой. Принципиальные схемы распространения света в оптических волокнах различных типов показана на рис.1. Как хорошо известно [39, 40], волноводное распространение излучения в обычных волноводах (рис.1,а) обеспечивается эффектом полного внутреннего отражения, который имеет место на границе сердцевины и оболочки волокна с показателями преломления  $n_{\text{core}}$  и  $n_{\text{clad}}$  соответственно. Постоянная распространения волноводных мод с частотой  $\omega$  при этом определяется соотношением  $\beta = [k_1^2 - (u_n/a)^2]^{1/2}$  ( $k_1 = n_{\text{core}}\omega/c$ ,  $u_n$  – собственное значение характеристического уравнения для волноводной моды с номером  $n$ ;  $a$  – радиус сердцевины волновода) и удовлетворяет соотношению  $k_1 > \beta > k_2$ , где  $k_2 = n_{\text{clad}}\omega/c$ .

В полых волноводах (рис.1,б) показатель преломления сердцевины  $n_{\text{core}}$  меньше показателя преломления оболочки  $n_{\text{clad}}$ , поэтому постоянные распространения мод полых волноводов  $\beta = [k_1^2 - (u_n/a)^2]^{1/2} = k_2^2 - (W_n/a)^2]^{1/2}$ , где  $W_n$  – поперечное волновое число моды оболочки волокна, имеют отличные от нуля мнимые со-

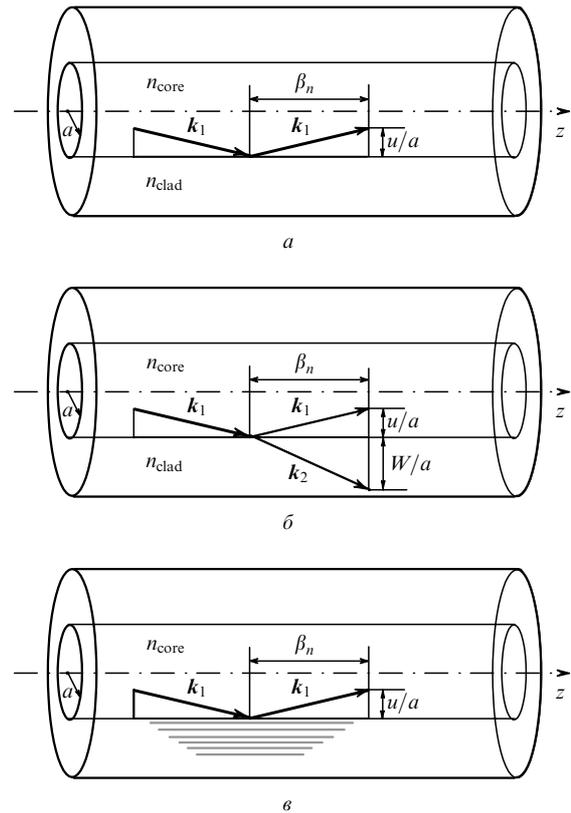


Рис.1. Волноводное распространение света в обыкновенном световоде за счет полного внутреннего отражения с постоянной распространения, удовлетворяющей соотношениям  $k_1 > \beta > k_2$  (а), в полом волокне в режиме скользящего падения с постоянной распространения, удовлетворяющей соотношениям  $k_2 > k_1 > \beta$  (б), и в полом волокне с ФК оболочкой за счет эффективного отражения излучения от оболочки в спектральной области, соответствующей фотонной запрещенной зоне (в).

ставляющие, и распространение света в подобных волноводах сопровождается потерями излучения. Коэффициент оптических потерь в полых волноводах пропорционален [28] фактору  $\lambda^2/a^3$ , где  $\lambda$  – длина волны. Подобное поведение коэффициента потерь накладывает ограничения на уменьшение радиуса волновода в нелинейно-оптических экспериментах.

Идея уменьшения потерь в полом волноводе с микроструктурированной периодической оболочкой (рис.1,в) по сравнению с потерями в полом волноводе со сплошной оболочкой основана на использовании высокой отражательной способности периодической структуры в области фотонной запрещенной зоны [33, 41, 42]. Для качественной иллюстрации этой идеи воспользуемся хорошо известным результатом анализа распространения излучения в планарном волноводе с периодической оболочкой [41].

Уменьшение оптических потерь в подобном волноводе относительно потерь в полом волноводе со сплошной оболочкой определяется отношением логарифмов коэффициентов отражения от стенки полого волновода и от периодической структуры. Как показано в работе [42], увеличение числа периодов модуляции показателя преломления оболочки полого волновода позволяет вблизи центра фотонной запрещенной зоны в спектре отражения периодической структуры оболочки волновода с достаточно большим числом слоев  $N$  достичь экспоненциального уменьшения коэффициента оптических потерь в

полом волноводе с периодической оболочкой  $\alpha_{\text{pbg}}$  по сравнению с коэффициентом оптических потерь полого волновода со сплошной оболочкой  $\alpha_{\text{h}}$ :

$$\frac{\alpha_{\text{pbg}}}{\alpha_{\text{h}}} \propto a \exp(-2|\kappa|Nd), \quad (1)$$

где  $\kappa$  – коэффициент связи прямой и обратной волн в периодической структуре;  $d$  – период модуляции показателя преломления в оболочке.

Таким образом, полые волноводы с периодической оболочкой позволяют существенно снизить оптические потери, характерные для мод полых волноводов. В связи с этим полые волноводы с периодической структурой оболочки представляются чрезвычайно перспективными для повышения эффективности нелинейно-оптических взаимодействий, включая процессы фазовой само- и кросс-модуляции, генерации оптических гармоник и оптического сложения частот. Волокна с полой сердцевинной и ФК оболочкой [33] принадлежат к этому классу волноводов и могут быть использованы для увеличения эффективности нелинейно-оптических взаимодействий. Однако в связи с тем, что такие волноводы имеют гораздо более сложную структуру, чем планарные волноводы с периодической оболочкой, для количественного анализа коэффициента оптических потерь волноводных мод в подобных волокнах требуется более детальное исследование свойств их волноводных мод.

### 3. Оптические потери излучения накачки в полом волокне со сплошной и ФК оболочкой

В связи с тем, что оптические свойства полых волокон в видимом и ближнем ИК диапазонах, характерных для излучения накачки лазеров на сапфире с титаном, существенно отличаются от оптических свойств данных волокон в ВУФ и рентгеновском спектральных диапазонах, характерных для излучения оптических гармоник высоких порядков, представляется целесообразным рассмотреть вопрос об оптических потерях волноводных мод отдельно для излучения накачки и излучения оптических гармоник.

Будем предполагать, что волноводные моды полого волокна характеризуются малым по сравнению с постоянной распространения коэффициентом оптических потерь, а длина волны излучения много меньше внутреннего радиуса сердцевины волновода  $a$  [28]:

$$\frac{\omega a}{c} \gg 1, \quad (2)$$

$$\left| \frac{\beta_n(\omega)c}{\omega n_{\text{core}}(\omega)} - 1 \right| \ll 1, \quad (3)$$

где  $\beta_n(\omega)$  – постоянная распространения собственной моды волновода для излучения с частотой  $\omega$ .

Постоянная распространения  $\beta_n(\omega)$  и коэффициент затухания  $\alpha_n(\omega)$  волноводной моды  $\text{EH}_{1n}$  излучения с частотой  $\omega$  при этом описываются следующими приближенными выражениями [28, 40]:

$$\beta_n(\omega) \approx \frac{\omega n_{\text{core}}(\omega)}{c} \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{u_n c}{\omega n_{\text{core}}(\omega)} \right)^2 \right], \quad (4)$$

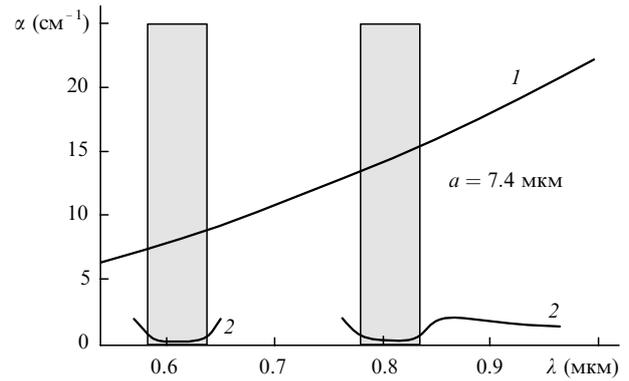


Рис.2. Зависимость коэффициента затухания  $\alpha$  основной волноводной моды  $\text{EH}_{11}$  от длины волны излучения, рассчитанная по формуле (5) для полого волокна со сплошной кварцевой оболочкой (1) и зависимость, оцененная на основании экспериментальных данных [33] для полого волновода с ФК кварцевой оболочкой (2). Заштрихованные области соответствуют полосам пропускания полого волокна с ФК оболочкой, исследованного в работе [33].

$$\alpha_n(\omega) \approx \frac{1}{a} \left( \frac{u_n c}{\omega n_{\text{core}}(\omega)} \right)^2 \times \text{Re} \left\{ \frac{\epsilon_{\text{clad}}(\omega) + n_{\text{core}}^2(\omega)}{n_{\text{core}}(\omega) [\epsilon_{\text{clad}}(\omega) - n_{\text{core}}^2(\omega)]^{1/2}} \right\}, \quad (5)$$

где  $u_n$  – собственное значение моды  $\text{EH}_{1n}$ ;  $\epsilon_{\text{clad}}(\omega)$  – диэлектрическая проницаемость оболочки волновода.

В качестве примера на рис.2 приведены результаты расчетов коэффициента затухания основной моды  $\text{EH}_{11}$  полого волновода с кварцевой оболочкой и внутренним радиусом 7.4 мкм. Видно, что для излучения с  $\lambda = 0.8$  мкм коэффициент затухания достигает  $14 \text{ см}^{-1}$ , что соответствует длине затухания 0.7 мм. Полое волокно с подобным коэффициентом оптических потерь не представляет интереса для нелинейно-оптических экспериментов.

Для оценки коэффициента оптических потерь в полом волокне с ФК оболочкой воспользуемся результатами экспериментов, полученных в работе [33], где показано, что в силу причин, обсуждавшихся в разд.2, подобное волокно характеризуется наличием полос пропускания, в которых излучение может распространяться практически без потерь даже при малом внутреннем радиусе волокна (вплоть до нескольких микрон). Сравнение коэффициента оптических потерь для полого волновода с внутренним радиусом 7.4 мкм и со сплошной оболочкой, рассчитанного по формуле (5), с измеренным в работе [33] коэффициентом оптических потерь для полого волновода с тем же внутренним радиусом и ФК оболочкой показывает (см. рис.2), что использование волокна с периодической микроструктурированной оболочкой позволяет существенно (примерно на порядок) уменьшить оптические потери для излучения накачки с  $\lambda = 0.8$  мкм.

### 4. Распространение высших оптических гармоник в полом волноводе

Рассмотрим особенности распространения высших оптических гармоник излучения накачки с длиной волны 0.8 мкм в заполненном аргоном полом волноводе с кварцевой ФК оболочкой. Качественные отличия оптических свойств полого кварцевого волновода в ВУФ и рентгеновском диапазонах от рассмотренных в разд.3

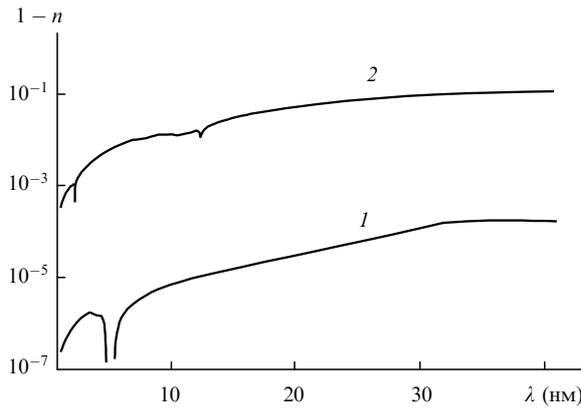


Рис.3. Зависимости показателя преломления аргона при давлении 1 атм (1) и кварца (2) от длины волны в спектральной области, характерной для излучения оптических гармоник высокого порядка (на основании данных [43]).

оптических свойств этого волокна в видимом и ближнем ИК диапазонах связаны с тем, что соотношение показателей преломления сердцевины и оболочки полого волокна в коротковолновой области (рис.3) соответствует не полуму (рис.1,б), а обычному (рис.1,а) волноводу (приведенные на рис.3 спектральные зависимости показателей преломления аргона и кварца рассчитаны с использованием данных [43]). Таким образом, в отличие от излучения накачки, волноводный режим оптических гармоник обеспечивается благодаря полному внутреннему отражению.

Для приближенного анализа распространения высших гармоник в волноводных модах полого волокна с ФК оболочкой будем пренебрегать структурой оболочки. Обоснованность использования этого приближения для качественного анализа условий фазового синхронизма при нелинейно-оптических взаимодействиях связана с тем, что, благодаря большой разности показателей преломления сердцевины и оболочки волокна на частотах высших оптических гармоник (см. рис.3), глубина проникновения излучения высших гармоник в оболочку волокна,  $\sigma_{\text{clad}} = [\text{Re}(\beta_n^2 - k^2 \epsilon_{\text{clad}})^{-1/2}]^{-1}$ , существенно меньше периода структуры оболочки даже для высших волноводных мод оптических гармоник. В частности, даже для  $n = 16$  глубина проникновения моды  $\text{EH}_{1n}$  излучения с длиной волн 5–40 нм в кварцевую оболочку волновода не превышает 12 нм (рис.4), что значительно меньше характерного периода ФК структуры оболочки волокна.

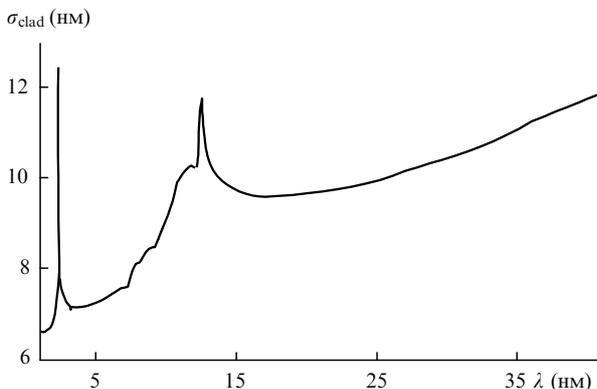


Рис.4. Зависимость глубины проникновения  $\sigma_{\text{clad}}$  коротковолнового излучения в кварцевую оболочку полого волокна, заполненного аргонem при давлении 1 атм, для волноводной моды  $\text{EH}_{1n}$ ,  $n = 16$ .

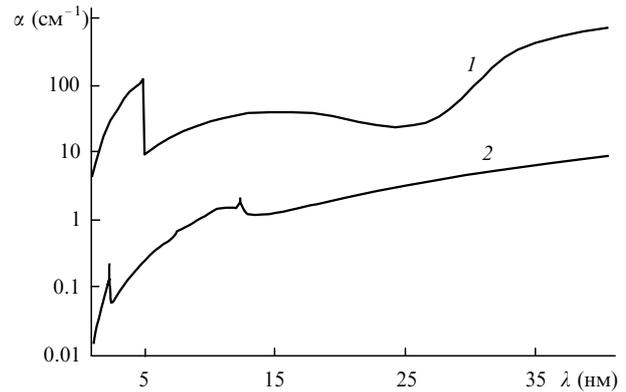


Рис.5. Спектральные зависимости коэффициента поглощения коротковолнового излучения в аргоне при давлении 1 атм (1) и коэффициента затухания волноводной моды  $\text{EH}_{1n}$  ( $n = 16$ ), незаполненного полого волновода с оболочкой из плавленного кварца с внутренним радиусом 7.4 мкм (2).

Важно отметить, что волноводная составляющая оптических потерь высших гармоник значительно меньше составляющей оптических потерь излучения, связанных с поглощением в газе, заполняющем волновод (рис.5). Потери, вызванные поглощением в газе, необходимо принимать во внимание при выборе оптимального давления, необходимого для достижения фазового синхронизма при генерации высоких гармоник.

## 5. Фазовый синхронизм при генерации высших гармоник в полом волокне с ФК оболочкой

Для достижения наибольшей эффективности генерации оптических гармоник необходимо обеспечить выполнение условия фазового синхронизма, которое в случае оптического волокна требует равенства постоянных распространения волноводной моды гармоники и нелинейной поляризации газа. Пренебрегая нестационарными эффектами, приводящими к зависимости фазы нелинейной поляризации от времени (см., напр., [22, 44]), представим фазовую расстройку  $\Delta\beta$  для генерации  $q$ -й оптической гармоники в следующем виде:

$$\Delta\beta = \beta_m(q\omega) - q\beta_n(\omega), \quad (6)$$

где  $\beta_m(q\omega)$  и  $\beta_n(\omega)$  – постоянные распространения моды  $q$ -й гармоники с волноводным индексом  $m$  и моды накачки с волноводным индексом  $n$ .

Таким образом, для выполнения условия фазового согласования (6) необходимо обеспечить равенство эффективных показателей преломления  $n_{\text{eff}} = c\beta_n(\omega)/\omega$  на длинах волн накачки и  $q$ -й гармоники. На рис.6 приведены результаты приближенного расчета эффективных показателей преломления для высших волноводных мод высших гармоник и основной волноводной моды накачки. Постоянные распространения волноводных мод оптических гармоник рассчитывались с использованием выражений элементарной теории оптических волноводов (см. разд.2). Постоянная распространения основной волноводной моды накачки вычислялась при помощи выражения (4) для полого волновода со сплошной оболочкой.

Аналогичное приближение для микроструктурированных волокон с кварцевой сердцевиной использова-

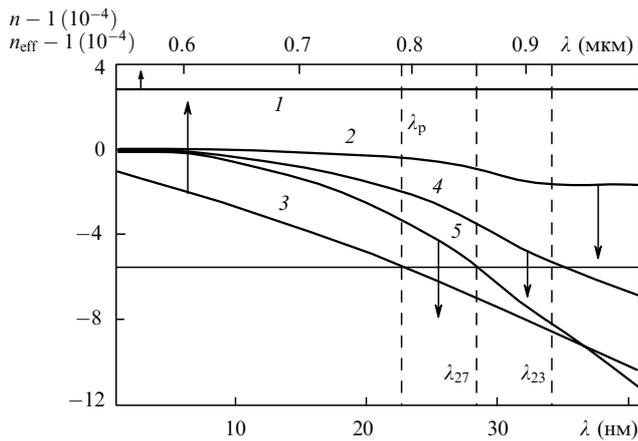


Рис.6. Спектральные зависимости показателя преломления аргона при давлении 1 атм (1, 2), эффективного показателя преломления для основной моды  $EH_{11}$  полого волновода с оболочкой из кварца и сердцевинной с внутренним радиусом 7.4 мкм, заполненной аргоном при давлении 1 атм (3), и эффективных показателей преломления для высших волноводных мод  $EH_{1n}$  при  $n = 12$  (4) и 16 (5). Верхняя шкала – длина волны накачки, нижняя – длина волны в области оптических гармоник. Положение длин волн накачки ( $\lambda_p$ ) и оптических гармоник ( $\lambda_{23}$ ,  $\lambda_{27}$ ) отмечено штриховыми линиями.

лось ранее в работе [35] и позволило достичь качественного понимания свойств дисперсии волноводных мод дырчатого волокна. В рамках данного приближения мы, по сути, ограничиваем наше рассмотрение классом мод полого волновода, соответствующим скользющему падению излучения на границу раздела воздух – диэлектрик.

В случае планарного полого волновода с периодической оболочкой использование подобного подхода для оценки постоянных распространения волноводных мод обосновано в работе [42]. Очевидно, однако, что семейство мод полого волокна с ФК оболочкой не сводится к семейству мод полого волокна со сплошной оболочкой, и подобный подход может дать лишь приближенное представление об условиях фазового согласования. Для более точного рассмотрения требуется численный анализ дисперсии волноводных мод микроструктурированного волокна, который может быть выполнен с использованием методов, описанных в работах [45–47].

Как видно из результатов расчетов, приведенных на рис.6, путем оптимизации параметров газа и волновода удастся достичь фазового согласования процессов генерации оптических гармоник в высших волноводных модах  $EH_{1n}$ . В частности, фазовое согласование достигается для процессов генерации 27-й оптической гармоники при  $n = 16$  и 23-й гармоники при  $n = 12$ . При расчетах предполагалось, что излучение накачки имеет длину волны 0.78 мкм. Отметим, что точная настройка на фазовый синхронизм может производиться путем плавного изменения давления газа.

## 6. Заключение

Таким образом, выполненный в настоящей работе анализ показывает, что полые волокна с микроструктурированной оболочкой в форме двумерного фотонного кристалла открывают уникальную возможность реализации нелинейно-оптических взаимодействий волноводных мод с поперечными размерами несколько микрон в газовой среде. Подобные волноводные режимы нели-

нейно-оптических взаимодействий невозможно реализовать в полых волокнах вследствие больших оптических потерь полых волнопроводов с малыми внутренними радиусами. В частности, коэффициент затухания основной моды полого волновода с кварцевой оболочкой и внутренним радиусом 7.4 мкм для излучения с длиной волны 0.8 мкм достигает  $14 \text{ см}^{-1}$ . Уменьшение оптических потерь в полом волноводе с ФК оболочкой по сравнению с полым волноводом со сплошной оболочкой достигается за счет высокой отражательной способности периодической структуры в области фотонной запрещенной зоны. В связи с этим полые волноводы с ФК оболочкой открывают широкие возможности для генерации сверхкоротких световых импульсов и повышения эффективности нелинейно-оптических взаимодействий, включая процессы фазовой само- и кросс-модуляции, генерации оптических гармоник и оптического сложения частот.

Выполненный в настоящей работе анализ дисперсионных свойств полых волнопроводов с ФК оболочкой выявил качественные отличия оптических свойств данных волокон в ВУФ и рентгеновском диапазонах от их оптических свойств в видимом и ближнем ИК диапазонах. Эти отличия связаны с тем, что соотношение показателей преломления сердцевинной и оболочки полого волокна в коротковолновой области соответствует не полому, а обычному волноводу. Таким образом, в отличие от излучения накачки, волноводный режим оптических гармоник обеспечивается благодаря явлению полного внутреннего отражения. Анализ нелинейно-оптических процессов в полых волноводах с ФК оболочкой показывает возможность улучшения условий фазового согласования для процессов генерации оптических гармоник в высших волноводных модах подобных волокон путем оптимизации параметров газовой среды и волновода.

Работа выполнена при поддержке гранта № 00-15-99304 Президента Российской Федерации, гранта РФФИ № 00-02-17567, гранта Volkswagen Foundation I/76 869, грантов CRDF № RP2-2266 и № RP2-2275, а также грантов Государственной научно-технической программы Российской Федерации «Фундаментальная метрология».

1. Miles R.B., Laufer G., Bjorklund G.C. *Appl. Phys. Lett.*, **30**, 417 (1977).
2. Nisoli M., De Silvestri S., Svelto O. *Appl. Phys. Lett.*, **68**, 2793 (1996).
3. Nisoli M., De Silvestri S., Svelto O., Szpöcs R., Ferencz K., Spielmann Ch., Sartania S., Krausz F. *Opt. Lett.*, **22**, 522 (1997).
4. Sartania S., Cheng Z., Lenzner M., Tempea G., Spielmann Ch., Krausz F., Ferencz K. *Opt. Lett.*, **22**, 1562 (1997).
5. Harris S.E., Sokolov A.V. *Phys. Rev. Lett.*, **81**, 2894 (1998).
6. Sokolov A.V., Yavuz D.D., Harris S.E. *Opt. Lett.*, **24**, 557 (1999).
7. Sokolov A.V., Walker D.R., Yavuz D.D., Yin G.Y., Harris S.E. *Phys. Rev. Lett.*, **85**, 562 (2000).
8. Nazarkin A., Korn G. *Phys. Rev. A*, **58**, R61 (1998).
9. Korn G., Dühr O., Nazarkin A. *Phys. Rev. Lett.*, **81**, 1215 (1998).
10. Nazarkin A., Korn G., Wittmann M., Elsaesser T. *Phys. Rev. Lett.*, **83**, 2560 (1999).
11. Wittmann M., Nazarkin A., Korn G. *Phys. Rev. Lett.*, **24**, 5508 (2000).
12. Wittmann M., Nazarkin A., Korn G. *Opt. Lett.*, **26**, 298 (2001).
13. Zhavoronkov N., Korn K. In: *Conf. on Lasers Electro-Optics (CLEO'2001). Postdeadline Papers* (Baltimore, 2001, p.CPD19-1).
14. Durfee III C.G., Backus S., Murnane M.M., Kapteyn H.C. *Opt. Lett.*, **22**, 1565 (1997).
15. Rundquist A., Durfee III C.G., Chang Z., Herne C., Backus S., Murnane M.M., Kapteyn H.C. *Science*, **5368**, 1412 (1998).
16. Tamaki Y., Midorikawa K., Obara M. *Appl. Phys. B*, **67**, 59 (1998).

17. Constant E., Garzella D., Breger P., Mevel E., Dorrer Ch., Le Blanc C., Salin F., Agostini P. *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 1668 (1999).
18. Koroteev N.I., Zheltikov A.M. *Appl. Phys. B*, **67**, 53 (1998).
19. Желтиков А.М., Коротеев Н.И., Наумов А.Н. *ЖЭТФ*, **115**, 1561 (1999).
20. Durfee III C.G., Backus S., Kapteyn H.C., Murnane M.M. *Opt. Lett.*, **24**, 697 (1999).
21. Durfee III C.G., Rundquist A.R., Backus S., Herne C., Murnane M.M., Kapteyn H.C. *Phys. Rev. Lett.*, **83**, 2187 (1999).
22. Naumov A.N., Zheltikov A.M., Fedotov A.B., Sidorov-Biryukov D.A., Tarasevitch A.P., Ping Zhou, von der Linde D. *J. Opt. Soc. Am. B.*, **18**, 811 (2001).
23. Жёлтиков А.М., Наумов А.Н. *Квантовая электроника*, **31**, 471 (2001).
24. Fedotov A.B., Giammanco F., Naumov A.N., Marsili P., Ruffini A., Sidorov-Biryukov D.A., Zheltikov A.M. *Appl. Phys. B*, **72**, 575 (2001).
25. Наумов А.Н., Сидоров-Бирюков Д.А., Джамманко Ф., Федотов А.Б., Марсили П., Руффини А., Колеватова О.А., Жёлтиков А.М. *ЖЭТФ*, **120**, 280 (2001).
26. Наумов А.Н., Сидоров-Бирюков Д.А., Джамманко Ф., Федотов А.Б., Марсили П., Руффини А., Жёлтиков А.М. *Письма в ЖЭТФ*, **73**, 301 (2001).
27. Колеватова О.А., Наумов А.Н., Жёлтиков А.М. *Квантовая электроника*, **31**, 173 (2001).
28. Marcatili E.A.J., Schmeltzer R.A. *Bell Syst. Tech. J.*, **43**, 1783 (1964).
29. Knight J.C., Birks T.A., Russell P.St.J., Atkin D.M. *Opt. Lett.*, **21**, 1547 (1996).
30. Birks T.A., Knight J.C., Russell P.St.J. *Opt. Lett.*, **22**, 961 (1997).
31. Knight J.C., Broeng J., Birks T.A., Russell P.St.J. *Science*, **282**, 1476 (1998).
32. Monro T.M., Bennett P.J., Broderick N.G.R., Richardson D.J. *Opt. Lett.*, **25**, 206 (2000).
33. Cregan R.F., Mangan B.J., Knight J.C., Birks T.A., Russell P.St.J., Roberts P.J., Allan D.C. *Science*, **285**, 1537 (1999).
34. Федотов А.Б., Желтиков А.М., Мельников Л.А., Тарасевич А.П., фон дер Линде Д. *Письма в ЖЭТФ*, **71**, 407 (2000).
35. Ranka J.K., Windeler R.S., Stentz A.J. *Opt. Lett.*, **25**, 25 (2000).
36. Алфимов М.В., Желтиков А.М., Иванов А.А., Белоглазов В.И., Кириллов Б.А., Магницкий С.А., Тарасишин А.В., Федотов А.Б., Мельников Л.А., Скибина Н.Б. *Письма в ЖЭТФ*, **71**, 714 (2000).
37. Желтиков А.М. *УФН*, **170**, 1203 (2000).
38. Желтиков А.М., Алфимов М.В., Федотов А.Б., Иванов А.А., Сырчин М.С., Тарасевич А.П., фон дер Линде Д. *ЖЭТФ*, **120**, 570 (2001).
39. Snyder A.W., Love J.D. *Optical waveguide theory* (N.Y., Chapman Hall, 1983).
40. Adams M.J. *An introduction to optical waveguides* (N.Y., John Wiley and Sons, 1981).
41. Yariv A., Yeh P. *Optical waves in crystals* (N.Y., Wiley, 1984).
42. Zheltikov A.M. *Laser Phys.*, **11**, 435 (2001).
43. <http://cindy.lbl.gov/>.
44. Naumov A.N., Zheltikov A.M., Fedotov A.B., D.A. Sidorov-Biryukov, A.P. Tarasevitch, Ping Zhou, von der Linde D. *Laser and Particle Beams*, **19**, 75 (2001).
45. Ferrando A., Silvestre E., Miret J.J., Andres P. *Opt. Lett.*, **24**, 276 (1999).
46. Broeng J., Barkou S.E., Sondergaard T., Bjarklev A. *Opt. Lett.*, **25**, 96 (2000).
47. Monro T.M., Richardson D.J., Broderick N.G.R., Bennett P.J. *J. Lightwave Technol.*, **17**, 1093 (1999).