PACS 42.55.Lt; 42.60.Da; 42.62.Eh

Частотная характеристика равномерно вращающегося лазерного гироскопа с неодинаковым усилением встречных волн

Е.А.Бондаренко

Показано, что частотная характеристика равномерно вращающегося лазерного гироскопа с неодинаковым усилением встречных волн описывается выражением, содержащим коммутируемые и некоммутируемые относительно угловой скорости составляющие.

Ключевые слова: *кольцевой газовый лазер, лазерный гироскоп, частотная характеристика.*

1. Введение

Среди лазерных гироскопов (ЛГ) различных типов можно выделить прибор на основе кольцевого газового He – Ne-лазера с одинаковым содержанием изотопов ^{20}Ne и ^{22}Ne, в котором используется n-зеркальный ($n =$ 3, 4) резонатор, обеспечивающий получение линейно-поляризованного в сагиттальной плоскости излучения. Накачка такого лазера, работающего, как правило, на $\lambda =$ 0.6328 мкм, осуществляется разрядом постоянного тока по симметричной схеме (один катод – два анода).

Настоящая работа посвящена расчету частотной характеристики (ЧХ) равномерно вращающегося ЛГ данного типа, причем акцент делается на случае неодинакового усиления встречных волн (обусловленного, например, разностью добротностей резонатора для встречных волн).

Мотивом для проведения расчета послужил поиск ответа на вопрос: может ли неодинаковость усиления встречных волн ЛГ при наличии их связи через обратное рассеяние и неоднородно-распределенные потери обусловливать существование в ЧХ некоммутируемой составляющей, которая, являясь четной функцией угловой скорости, не изменяет свой знак при реверсе вращения?

Анализ результатов известных автору работ, в которых рассматривается ЧХ равномерно вращающегося ЛГ, не дает на этот вопрос конкретного (в виде расчетного соотношения) ответа.

Расчет ЧХ был проведен в приближении слабой связи встречных волн (ВВ) с точностью до членов второго порядка малости по коэффициентам связи. При этом были использованы полуклассические уравнения ЛГ, справедливые для малых превышений накачки над порогом. При расчете ЧХ были приняты следующие предположения: 1) ЛГ работает вдали от границ зоны захвата; 2) токи в плечах разряда ЛГ сбалансированы; 3) резонатор ЛГ настроен на центр линии излучения.

Межотраслевой НИИ проблем механики «Ритм» при Национальном техническом университете Украины «Киевский политехнический институт», Украина, 03056 Киев, просп. Победы, 37, КПИ-4030, корп. 28; e-mail: ritm@ukrpost.net

Поступила в редакцию 26 декабря 2001 г.

2. Исходные соотношения

Расчет ЧХ проводился с использованием дифференциальных уравнений (6.45) – (6.47) из работы [1], эквивалентных соотношениям (5.55) – (5.57) из работы [2]. В случае неодинакового усиления ВВ эти уравнения можно представить в виде

$$\dot{I}_1 = (\alpha_1 - \beta I_1 - \theta I_2) I_1 - 2r_2 (I_1 I_2)^{1/2} \cos(\psi + \varepsilon_2),$$

$$\dot{I}_2 = (\alpha_2 - \beta I_2 - \theta I_1) I_2 - 2r_1 (I_1 I_2)^{1/2} \cos(\psi - \varepsilon_1), \qquad (1)$$

$$\dot{\psi} = \omega + r_2 \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^{1/2} \sin(\psi + \varepsilon_2) + r_1 \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^{1/2} \sin(\psi - \varepsilon_1),$$

где

$$\omega = M_{\rm g}\Omega + \sigma_2 - \sigma_1 = M\Omega; \qquad (2)$$

$M_{\rm g} = 8\pi A/\lambda L$ – геометрический масштабный множитель ЛГ; $I_{1,2}$ – безразмерные интенсивности ВВ (волна с индексом 1 распространяется в положительном направлении вращения ЛГ); ψ – мгновенная разность фаз ВВ; $\dot{\psi}$ – мгновенная круговая частота биений ВВ; $\alpha_{1,2}$, β, θ – коэффициенты Лэмба, характеризующие превышение усиления над потерями для каждой из ВВ, их самонасыщение и взаимное насыщение соответственно; $r_{1,2}$ и $\varepsilon_{1,2}$ – модули и аргументы комплексных интегральных коэффициентов связи ВВ (как через обратное рассеяние на зеркалах резонатора ЛГ, так и через неоднородно-распределенные вдоль осевого контура потери); ω – расщепление круговых частот ВВ, обусловленное вращением ЛГ в инерциальном пространстве с угловой скоростью Ω и вычисленное без учета связи ВВ; A – площадь осевого контура; L – периметр осевого контура; λ – длина волны генерируемого излучения; $\sigma_{1,2}$ – коэффициенты Лэмба, определяющие малую поправку к геометрическому масштабному множителю; M – масштабный множитель ЛГ с учетом влияния активной среды.

Представим коэффициенты $\alpha_{1,2}$ в уравнениях для $I_{1,2}$ в виде

$$\alpha_{1,2} = \alpha \mp \delta, \qquad (3)$$

где параметр δ характеризует степень неодинаковости усиления ВВ. Из (3) следует, что

$$\alpha = \frac{\alpha_2 + \alpha_1}{2}, \quad \delta = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}.$$

Введем параметры $\alpha_p = \alpha$ и $\alpha_m = \alpha_p(\beta - \theta)/(\beta + \theta)$, характеризующие обратные времена релаксации суммы и разности интенсивностей ВВ соответственно, и безразмерный параметр $D = \delta/\alpha_m$, на величину которого наложим ограничение

$$|D| < 1, \tag{4}$$

представляющее собой условие устойчивости режима генерации двух ВВ без учета связи между ними (см. комментарий к формуле (8.7) в работе [1]).

3. Постановка задачи

Под частотной характеристикой равномерно вращающегося ЛГ будем понимать выражение

$$\frac{dN}{dt} = \frac{k_f}{2\pi}\,\omega_{beat}, \tag{5}$$

где k_f – коэффициент «умножения частоты»; dN/dt – частота следования информационных импульсов N с инерциального выхода ЛГ; ω_{beat} – круговая частота биений ВВ.

Примем, что параметр ω_{beat} связан с мгновенной круговой частотой биений $\dot\psi$ встречных волн соотношением

$$\omega_{beat} = \langle\dot\psi\rangle, \tag{6}$$

в котором оператор $\langle\ldots\rangle$ выполняет функцию усреднения по времени.

На основе решения системы уравнений (1) и с учетом (3), (4) следует получить в соответствии с (6) выражение для ω_{beat}, необходимое для расчета частотной характеристики ЛГ. Вычисления будем проводить с точностью до членов второго порядка по $r_{1,2}$.

4. Расчет частотной характеристики ЛГ

Решение системы уравнений (1) будем проводить методом последовательных приближений. В нулевом порядке по $r_{1,2}$ (связь между ВВ не учитываем) первые два уравнения системы (1) имеют вид

$$\begin{aligned} \dot I_{10} &= (\alpha_1 - \beta I_{10} - \theta I_{20})I_{10}, \\ \dot I_{20} &= (\alpha_2 - \beta I_{20} - \theta I_{10})I_{20}. \end{aligned} \tag{7}$$

В установившемся режиме ($\dot I_{10} = \dot I_{20} = 0$) из (7) можно получить

$$I_{10} = (1 - D)U, \quad I_{20} = (1 + D)U, \tag{8}$$

где $I_{10,20}$ – постоянные составляющие интенсивностей ВВ; $U = \alpha/(\beta + \theta)$.

Посредством соотношений

$$I_1 = I_{10} + u - v, \quad I_2 = I_{20} + u + v \tag{9}$$

введем новые переменные u и v, которые представляют собой составляющие (u – полусумма, v – полуразность) интенсивностей ВВ, зависящие от их связи через обратное рассеяние и неоднородно-распределенные потери.

Подстановка (9) в (1) приводит к системе дифференциальных уравнений относительно u, v и ψ:

$$\begin{aligned} &\dot u + \alpha_p u + D\alpha_m v = -EUr_p\cos(\psi + \varphi_p), \\ &\dot v + \alpha_m v + D\alpha_p u = EUr_m\cos(\psi + \varphi_m), \\ &\dot\psi = \omega + E^{-1}\Big\{\big[1 - D\big(E^2U\big)^{-1}(Du - v)\big]r_p\sin(\psi + \varphi_p) \\ &\qquad + \big[D - \big(E^2U\big)^{-1}(Du - v)\big]r_m\sin(\psi + \varphi_m)\Big\}. \end{aligned} \tag{10}$$

В правых частях этих уравнений оставлены слагаемые, необходимые и достаточные для расчета ЧХ с заданной точностью. Здесь

$$E = \big(I - D^2\big)^{1/2}; \tag{11}$$

$$\begin{aligned} r_p &= \big[r_1^2 + r_2^2 + 2r_1r_2\cos(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\big]^{1/2}; \\ r_m &= \big[r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\big]^{1/2}; \end{aligned} \tag{12}$$

$$\tan\varphi_p = \frac{r_2\sin\varepsilon_2 - r_1\sin\varepsilon_1}{r_2\cos\varepsilon_2 + r_1\cos\varepsilon_1}; \quad \tan\varphi_m = \frac{r_2\sin\varepsilon_2 + r_1\sin\varepsilon_1}{r_2\cos\varepsilon_2 - r_1\cos\varepsilon_1}.$$

Из (12) следует

$$\begin{aligned} r_p\sin\varphi_p &= r_2\sin\varepsilon_2 - r_1\sin\varepsilon_1, \\ r_p\cos\varphi_p &= r_2\cos\varepsilon_2 + r_1\cos\varepsilon_1, \\ r_m\sin\varphi_m &= r_2\sin\varepsilon_2 + r_1\sin\varepsilon_1, \\ r_m\cos\varphi_m &= r_2\cos\varepsilon_2 - r_1\cos\varepsilon_1. \end{aligned} \tag{13}$$

Для нахождения $\langle\dot\psi\rangle$ обратимся к третьему уравнению системы (10). Решение этого уравнения будем искать в виде

$$\psi = \omega t + \psi_1 + \psi_2, \tag{14}$$

где индексы 1 и 2 указывают на то, что соответствующая переменная (малая по сравнению с ωt) является величиной первого и второго порядка малости по $r_{1,2}$ соответственно. Из (14) следует

$$\dot\psi = \omega + \dot\psi_1 + \dot\psi_2. \tag{15}$$

Для расчета ЧХ вращающегося ЛГ необходимо определить $\langle\dot\psi_1\rangle$ и $\langle\dot\psi_2\rangle$, а затем, в соответствии с (6), воспользоваться формулой

$$\omega_{beat} = \langle\dot\psi\rangle = \omega + \langle\dot\psi_1\rangle + \langle\dot\psi_2\rangle. \tag{16}$$

Найдем сначала величину $\langle\dot\psi_1\rangle$. Подставляя (14) в третье уравнение системы (10) и удерживая в нем члены первого порядка по $r_{1,2}$, получаем следующее дифференциальное уравнение относительно ψ_1:

$$\dot\psi_1 = E^{-1}\big[r_p\sin(\omega t + \varphi_p) + Dr_m\sin(\omega t + \varphi_m)\big]. \tag{17}$$

В результате усреднения (17) по времени находим $\langle\dot{\psi}_1\rangle = 0$.

Аналогичным образом находим дифференциальное уравнение относительно ψ_2:

$$\dot{\psi}_2 = E^{-1}\{\psi_1[r_{\mathrm{p}}\cos(\omega t+\varphi_{\mathrm{p}}) + Dr_{\mathrm{m}}\cos(\omega t+\varphi_{\mathrm{m}})]$$
$$-(E^2U)^{-1}(Du-v)[Dr_{\mathrm{p}}\sin(\omega t+\varphi_{\mathrm{p}})$$
$$+r_{\mathrm{m}}\sin(\omega t+\varphi_{\mathrm{m}})]\}. \quad (18)$$

Для определения $\langle\dot{\psi}_2\rangle$ достаточно подставить в правую часть (18) выражения для ψ_1, u и v, а затем усреднить полученный результат по времени.

Формула для ψ_1, полученная на основании (17), имеет вид

$$\psi_1 = -\frac{1}{\omega}E^{-1}[r_{\mathrm{p}}\cos(\omega t+\varphi_{\mathrm{p}}) + Dr_{\mathrm{m}}\cos(\omega t+\varphi_{\mathrm{m}})]. \quad (19)$$

Выражения для u и v можно получить путем решения первых двух дифференциальных уравнений системы (10), положив в их правых частях $\psi = \omega t$. В установившемся режиме

$$u = A_u(\omega)\sin\omega t + B_u(\omega)\cos\omega t,$$
$$v = A_v(\omega)\sin\omega t + B_v(\omega)\cos\omega t, \quad (20)$$

где

$$A_{u,v}(\omega) = \frac{a_{u,v}(\omega)}{G(\omega)}; \quad B_{u,v}(\omega) = \frac{b_{u,v}(\omega)}{G(\omega)}; \quad (21)$$

$$a_u(\omega) = EU(A_0^u + A_1^u\omega + A_2^u\omega^2 + A_3^u\omega^3);$$
$$b_u(\omega) = EU(B_0^u + B_1^u\omega + B_2^u\omega^2 + B_3^u\omega^3);$$
$$a_v(\omega) = EU(A_0^v + A_1^v\omega + A_2^v\omega^2 + A_3^v\omega^3);$$
$$b_v(\omega) = EU(B_0^v + B_1^v\omega + B_2^v\omega^2 + B_3^v\omega^3). \quad (22)$$

Здесь

$$A_0^u = E^2\alpha_{\mathrm{p}}\alpha_{\mathrm{m}}^2(P_{\mathrm{s}} + DM_{\mathrm{s}}); \; B_0^u = -E^2\alpha_{\mathrm{p}}\alpha_{\mathrm{m}}^2(P_{\mathrm{c}} + DM_{\mathrm{c}});$$
$$A_0^v = -E^2\alpha_{\mathrm{p}}^2\alpha_{\mathrm{m}}(DP_{\mathrm{s}} + M_{\mathrm{s}}); \; B_0^v = E^2\alpha_{\mathrm{p}}^2\alpha_{\mathrm{m}}(DP_{\mathrm{c}} + M_{\mathrm{c}});$$
$$A_1^u = -\alpha_{\mathrm{m}}[D\alpha_{\mathrm{p}}(DP_{\mathrm{c}} + M_{\mathrm{c}}) + \alpha_{\mathrm{m}}(P_{\mathrm{c}} + DM_{\mathrm{c}})];$$
$$B_1^u = -\alpha_{\mathrm{m}}[D\alpha_{\mathrm{p}}(DP_{\mathrm{s}} + M_{\mathrm{s}}) + \alpha_{\mathrm{m}}(P_{\mathrm{s}} + DM_{\mathrm{s}})];$$
$$A_1^v = \alpha_{\mathrm{p}}[\alpha_{\mathrm{p}}(DP_{\mathrm{c}} + M_{\mathrm{c}}) + D\alpha_{\mathrm{m}}(P_{\mathrm{c}} + DM_{\mathrm{c}})]; \quad (23)$$
$$B_1^v = \alpha_{\mathrm{p}}[\alpha_{\mathrm{p}}(DP_{\mathrm{s}} + M_{\mathrm{s}}) + D\alpha_{\mathrm{m}}(P_{\mathrm{s}} + DM_{\mathrm{s}})];$$
$$A_2^u = (\alpha_{\mathrm{p}}P_{\mathrm{s}} - D\alpha_{\mathrm{m}}M_{\mathrm{s}}); \quad B_2^u = -(\alpha_{\mathrm{p}}P_{\mathrm{c}} - D\alpha_{\mathrm{m}}M_{\mathrm{c}});$$
$$A_2^u = (D\alpha_{\mathrm{p}}P_{\mathrm{s}} - \alpha_{\mathrm{m}}M_{\mathrm{s}}); \quad B_2^v = -(D\alpha_{\mathrm{p}}P_{\mathrm{c}} - \alpha_{\mathrm{m}}M_{\mathrm{c}});$$
$$A_3^u = -P_{\mathrm{c}}; \quad B_3^u = -P_{\mathrm{s}}; \quad A_3^v = M_{\mathrm{c}}; \quad B_3^v = M_{\mathrm{s}}.$$

В выражениях (23) фигурируют параметры

$$P_{\mathrm{s}} = r_{\mathrm{p}}\sin\varphi_{\mathrm{p}}, \quad P_{\mathrm{c}} = r_{\mathrm{p}}\cos\varphi_{\mathrm{p}}, \quad M_{\mathrm{s}} = r_{\mathrm{m}}\sin\varphi_{\mathrm{m}},$$
$$M_{\mathrm{c}} = r_{\mathrm{m}}\cos\varphi_{\mathrm{m}}, \quad (24)$$

которые могут быть рассчитаны с помощью формул (13).

Выражение для параметра $G(\omega)$ в (21) имеет вид

$$G(\omega) = E^4\alpha_{\mathrm{p}}^2\alpha_{\mathrm{m}}^2 + (\alpha_{\mathrm{p}}^2 + \alpha_{\mathrm{m}}^2 + 2D^2\alpha_{\mathrm{p}}\alpha_{\mathrm{m}})\omega^2 + \omega^4. \quad (25)$$

Таким образом, для определения $\langle\dot{\psi}_2\rangle$ имеются все необходимые компоненты. (Выражение для $\langle\dot{\psi}_2\rangle$ мы здесь не приводим, а учтем его в результирующей формуле для ω_{beat}, которую получим на основании (16).)

5. Результат расчета частотной характеристики ЛГ

Частотная характеристика равномерно вращающегося в инерциальном пространстве с угловой скоростью Ω лазерного гироскопа рассчитывается по формуле (5). В правую часть (5) необходимо подставить следующее выражение для круговой частоты биений ω_{beat} встречных волн:

$$\omega_{\mathrm{beat}} = \left[1 - \frac{R_{\mathrm{p}}^2}{2E^2\omega^2} + \frac{H(\omega)}{2E^2G(\omega)}\right]\omega$$
$$+ D\alpha_{\mathrm{m}}r_1r_2\sin\varepsilon_{12}\,\frac{E^2\alpha_{\mathrm{p}}\alpha_{\mathrm{m}} - \omega^2}{G(\omega)}, \quad (26)$$

где

$$R_{\mathrm{p}} = (R_1^2 + R_2^2 + 2R_1R_2\cos\varepsilon_{12})^{1/2};$$
$$R_{\mathrm{m}} = (R_1^2 + R_2^2 - 2R_1R_2\cos\varepsilon_{12})^{1/2};$$
$$R_1 = (1-D)r_1; \quad R_2 = (1+D)r_2; \quad \varepsilon_{12} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2; \quad (27)$$
$$H(\omega) = (\alpha_{\mathrm{p}}^2 + D^2\alpha_{\mathrm{p}}\alpha_{\mathrm{m}} + \omega^2)R_{\mathrm{m}}^2$$
$$+ D\alpha_{\mathrm{m}}(\alpha_{\mathrm{p}} + \alpha_{\mathrm{m}})(R_2^2 - R_1^2).$$

В совокупности с соотношениями (27) формула (26) представляет собой основной результат настоящей работы. В частности, из (26) следует, что ЧХ рассматриваемого ЛГ имеет в своем составе как коммутируемую относительно угловой скорости составляющую (первое слагаемое), так и некоммутируемую составляющую (второе слагаемое).

Формула (26) справедлива для достаточно широкого диапазона параметра D, удовлетворяющих условию $|D| < 1$, и может оказаться полезной при рассмотрении случая, когда в ЛГ с исследовательской целью намеренно [4] осуществляется режим неодинакового усиления ВВ (см. ниже численный пример).

Для практических конструкций ЛГ характерен, однако, режим, при котором $|D| \ll 1$ (в идеальном приборе $D = 0$). Это обстоятельство позволяет ограничиться рассмотрением выражения для ω_{beat} в первом порядке по D. В этом приближении

$$E = 1,\ R_{\rm p}^2 = r_{\rm p}^2 + 2D\big(r_2^2 - r_1^2\big),\ R_{\rm m}^2 = r_{\rm m}^2 + 2D\big(r_2^2 - r_1^2\big),$$

$$R_2^2 - R_1^2 = r_2^2 - r_1^2 + 2D\big(r_2^2 + r_1^2\big), \tag{28}$$

$$\omega_{\rm beat} = \left[1 - \frac{r_{\rm p}^2}{2\omega^2} + \frac{r_{\rm m}^2}{2(\alpha_{\rm m}^2 + \omega^2)}\right]\omega + D\big(r_2^2 - r_1^2\big)\left\{-\frac{1}{\omega^2} + \frac{1}{\alpha_{\rm m}^2 + \omega^2}\left[1 + \frac{\alpha_{\rm m}(\alpha_{\rm p} + \alpha_{\rm m})}{2(\alpha_{\rm p}^2 + \omega^2)}\right]\right\}\omega + D\alpha_{\rm m} r_1 r_2 \sin\varepsilon_{12}\, \frac{\alpha_{\rm p}\alpha_{\rm m} - \omega^2}{(\alpha_{\rm p}^2 + \omega^2)(\alpha_{\rm m}^2 + \omega^2)}. \tag{29}$$

Первое слагаемое в правой части (29) в литературе широко известно и впервые было приведено, по-видимому, в работе [5] (см. формулу (10) в [5], а также подстрочное примечание к ней). Второе слагаемое в правой части (29) известно из работы [6] (см. формулу (23) в [6]).

6. Численный пример

Оценим количественно нелинейность частотной характеристики ЛГ в целом, а также компоненту этой нелинейности, обусловленную некоммутируемой составляющей. При этом для удобства будем оперировать не абсолютными, а относительными величинами.

Перепишем выражение (26) для $\omega_{\rm beat}$ в виде

$$\omega_{\rm beat} = [1 + K_{\rm nl}(\omega)]\omega \quad (\omega = M\Omega). \tag{30}$$

Здесь параметр $K_{\rm nl}(\omega)$ характеризует относительную нелинейность ЧХ прибора.

В свою очередь $K_{\rm nl}(\omega)$ можно представить как

$$K_{\rm nl}(\omega) = K_{\rm sym}(\omega) + K_{\rm asym}(\omega), \tag{31}$$

причем

$$K_{\rm sym}(\omega) = -\frac{R_{\rm p}^2}{2E^2\omega^2} + \frac{H(\omega)}{2E^2G(\omega)}, \tag{32}$$

$$K_{\rm asym}(\omega) = D\alpha_{\rm m} r_1 r_2 \sin\varepsilon_{12}\, \frac{E^2\alpha_{\rm p}\alpha_{\rm m} - \omega^2}{\omega G(\omega)}. \tag{33}$$

Параметр $K_{\rm sym}(\omega)$, как это видно из (32), зависит от ω четным образом и характеризует симметричную составляющую относительной нелинейности ЧХ.

Параметр $K_{\rm asym}(\omega)$, согласно (33), зависит от ω нечетным образом и характеризует асимметричную составляющую относительной нелинейности ЧХ. Из анализа (33) также следует, что $K_{\rm asym}(\omega)$ меняет знак в точках $\omega_\otimes = \pm E(\alpha_{\rm p}\alpha_{\rm m})^{1/2}$, или, в пересчете в угловую скорость, в точках

$$\Omega_\otimes = \pm E(\alpha_{\rm p}\alpha_{\rm m})^{1/2} M^{-1}. \tag{34}$$

Параметры $K_{\rm nl}(\omega)$ и $K_{\rm asym}(\omega)$ относятся к разряду метрологических параметров ЛГ [7]. Дадим численную оценку этим величинам как функциям угловой скорости Ω при разных D.

Прежде всего запишем формулу для расчета параметра D исходя из заданного коэффициента $F = I_{20}/I_{10}$, характеризующего отношение постоянных составляющих интенсивностей ВВ. В соответствии с (8) эта формула имеет вид

Табл.1. Зависимость параметров относительной нелинейности ЧХ ЛГ от угловой скорости вращения при различной степени неодинаковости усиления ВВ.

Ω(°/c)	60	120	180	240	300	360
$\omega/2\pi$ (Гц)	68632	137264	205896	274529	343161	411793
			$F = 1.01$ $D = 5\times10^{-3}$ $\Omega_\otimes = \pm65.7$ °/c			
$K_{\rm nl}$	1.5×10^{-4}	4.4×10^{-5}	2.0×10^{-5}	1.2×10^{-5}	7.4×10^{-6}	5.2×10^{-6}
$K_{\rm asym}$	3.9×10^{-10}	-5.7×10^{-10}	-3.3×10^{-10}	-1.9×10^{-10}	-1.1×10^{-10}	-7.0×10^{-11}
ρ	2.5×10^{-6}	-1.3×10^{-5}	-1.6×10^{-5}	-1.6×10^{-5}	-1.5×10^{-5}	-1.3×10^{-5}
			$F = 2.0$ $D = 0.33$ $\Omega_\otimes = \pm61.9$ °/c			
$K_{\rm nl}$	1.6×10^{-4}	4.5×10^{-5}	2.0×10^{-5}	1.2×10^{-5}	7.4×10^{-6}	5.2×10^{-6}
$K_{\rm asym}$	8.5×10^{-9}	-3.9×10^{-8}	-2.2×10^{-8}	-1.2×10^{-8}	-7.4×10^{-9}	-4.7×10^{-9}
ρ	5.4×10^{-5}	-8.9×10^{-4}	-1.1×10^{-3}	-1.1×10^{-3}	-1.0×10^{-3}	-9.0×10^{-4}
			$F = 3.0$ $D = 0.5$ $\Omega_\otimes = \pm56.9$ °/c			
$K_{\rm nl}$	1.6×10^{-4}	4.5×10^{-5}	2.0×10^{-5}	1.2×10^{-5}	7.4×10^{-6}	5.2×10^{-6}
$K_{\rm asym}$	-2.0×10^{-8}	-6.1×10^{-8}	-3.4×10^{-8}	-1.9×10^{-8}	-1.1×10^{-8}	-7.0×10^{-9}
ρ	-1.3×10^{-4}	-1.4×10^{-3}	-1.7×10^{-3}	-1.6×10^{-3}	-1.5×10^{-3}	-1.4×10^{-3}
			$F = 4.0$ $D = 0.6$ $\Omega_\otimes = \pm52.5$ °/c			
$K_{\rm nl}$	1.6×10^{-4}	4.5×10^{-5}	2.0×10^{-5}	1.2×10^{-5}	7.4×10^{-6}	5.2×10^{-6}
$K_{\rm asym}$	-5.5×10^{-8}	-7.5×10^{-8}	-4.0×10^{-8}	-2.2×10^{-8}	-1.3×10^{-8}	-8.3×10^{-9}
ρ	-3.4×10^{-4}	-1.7×10^{-3}	-2.0×10^{-3}	-1.9×10^{-3}	-1.9×10^{-3}	-1.6×10^{-3}
			$F = 5.0$ $D = 0.67$ $\Omega_\otimes = \pm48.9$ °/c			
$K_{\rm nl}$	1.7×10^{-4}	4.5×10^{-5}	2.0×10^{-5}	1.2×10^{-5}	7.4×10^{-6}	5.2×10^{-6}
$K_{\rm asym}$	-8.7×10^{-8}	-8.5×10^{-8}	-4.5×10^{-8}	-2.5×10^{-8}	-1.5×10^{-8}	-9.3×10^{-9}
ρ	-5.2×10^{-4}	-1.9×10^{-3}	-2.2×10^{-3}	-2.1×10^{-3}	-2.0×10^{-3}	-1.8×10^{-3}

$$D = \frac{F-1}{F+1}. \qquad (35)$$

Из нее, в частности, следует, что в случае одинакового ($F = 1$) усиления встречных волн $D = 0$.

В качестве примера выберем ЛГ, теоретически и экспериментально рассмотренный в работе [8]. Резонатор прибора имеет форму равностороннего треугольника с номинальным периметром $L_0 = 210$ мм. (В дальнейших расчетах фактический периметр L примем равным 215.5 мм. В этом случае расчетная величина «дуговой цены импульса» ЛГ будет находиться в согласии с указанным в [8] значением 3.147″. Кроме того, внося в вычисления незначительную погрешность, пренебрежем в (2) дисперсионными коэффициентами $\sigma_{1,2}$, полагая, таким образом, что $M = M_g$. Тогда при заданном L масштабный множитель $M = 411793$.) Предположим, что внутри резонатора рассматриваемого ЛГ имеется устройство, с помощью которого можно антисимметрично перераспределять потери для встречных направлений, сохраняя при этом их среднюю величину неизменной.

Рассчитаем сначала параметры α_p, α_m. Согласно [8] $\alpha_p = (c/L)\gamma(N-1)$, где c – скорость света; L – периметр осевого контура; γ – потери за проход; N – относительное превышение накачкой порогового значения. Пусть $N = 1.45$, $\gamma = 1.8 \times 10^{-3}$. Тогда $\alpha_p = 2\pi \times 179465$ с$^{-1}$, что в пересчете в угловую скорость составит $\Omega_{\alpha_p} = 156.9\,°/$с. Для рассматриваемого ЛГ отношение

$$\frac{\beta-\theta}{\beta+\theta} = \frac{2.228-1.564}{2.228+1.564} = 0.175,$$

поэтому $\alpha_m = 2\pi \times 31425$ с$^{-1}$ ($\Omega_{\alpha_m} = 27.5\,°/$с).

Зададим, наконец, значения параметров связи ВВ. Согласно [8] $(L/c)r_1 = (L/c)r_2 = 3 \times 10^{-6}$, откуда $r_1 = r_2 = 2\pi \times 665$ с$^{-1}$ ($\Omega_{r_1} = \Omega_{r_2} = 0.58\,°/$с). Пусть $\varepsilon_{12} = 175°$. Тогда, на основании (12), $r_p = 2\pi \times 58$ с$^{-1}$ ($\Omega_{r_p} = 0.05\,°/$с) и $r_m = 2\pi \times 1328$ с$^{-1}$ ($\Omega_{r_m} = 1.16\,°/$с).

Формулы (31)–(35), в совокупности с указанными параметрами рассматриваемого ЛГ, позволяют численно оценить анализируемые величины K_{nl} и K_{asym}, а также их отношение $\rho = K_{asym}/K_{nl}$. Полученные результаты сведены в таблицу.

1. Menegozzi L.N., Lamb W.E., Jr. *Phys. Rev.*, **8**, A2103 (1973).
2. Aronowitz F. In: *Optical Gyros and their Application* (RTO AGARDograph 339, 1999, p.3–1).
3. Aronowitz F., Collins R.J. *J. Appl. Phys.*, **41**, 130 (1970).
4. Lee P.H., Atwood J.G. *IEEE J. Quantum Electron.*, **2**, 235 (1966).
5. Ланда П.С., Ларионцев Е.Г. *Радиотехника и электроника*, **15**, 1214 (1970).
6. Бирман А.Я., Наумов П.Б., Савушкин А.Ф. *Квантовая электроника*, **8**, 2454 (1981).
7. *IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Laser Gyros* (IEEE Std 647-1981).
8. Aronowitz F., Lim W.L. *IEEE J. Quantum Electron.*, **13**, 338 (1977).