PACS 42.65.Ky; 42.70.Mp

ГВГ в кристаллах с регулярной доменной структурой в приближении заданной интенсивности

А.В.Бохин, В.Г.Дмитриев

В приближении заданной интенсивности основного излучения рассчитана эффективность ГВГ в кристаллах с регулярной доменной структурой. Показано, что, как и в однородных кристаллах, это приближение с точностью до множителя $(l/L)^6$ совпадает с точным решением для нелинейного режима даже при точном выполнении условия квазисинхронизма, а с ростом расстройки относительная точность этого приближения возрастает (l – длина кристалла, L – нелинейная длина). При этом даже при точном квазисинхронизме в таком кристалле можно пользоваться приближением заданной интенсивности вплоть до $l \approx L$, а в приближении заданного поля – только в области $l < 0.3L$.

***Ключевые слова**: генерация второй гармоники, регулярная доменная структура, квазисинхронизм.*

1. Введение

Кристаллы с регулярной доменной структурой (РДС) представляют значительный научный и практический интерес в плане эффективного преобразования частоты лазерного излучения в оптические гармоники и параметрические волны; в таких кристаллах реализуется так называемый фазовый квазисинхронизм [1]. РДС-кристаллы представляют собой искусственно сконструированную систему последовательно расположенных доменов с антипараллельным направлением спонтанной поляризации и размером одного домена в направлении распространения излучения, в точности равным так называемой когерентной длине, на которой происходит сдвиг обобщенной фазы на 90° между волнами основного излучения и второй гармоники [2].

По сравнению с однородными кристаллами РДС-кристаллы имеют целый ряд преимуществ, к числу которых относятся, например, возможность использования при их создании нелинейных сред, не обладающих традиционным синхронизмом (в том числе изотропных сред), и новых компонент нелинейного тензора типа d_{33} (недоступных в традиционных кристаллах), снятие всех ограничений по поляризациям волн, возможность одновременной генерации нескольких оптических гармоник в одном кристалле, реализации параметрического генератора света с кратными частотами и т. п. [1].

В широко используемом при расчетах ГВГ в РДС-кристаллах приближении заданного поля когерентная длина для кристалла в целом зависит только от расстройки волновых векторов, а комплексная амплитуда поля основного (лазерного) излучения принимается постоянной; другими словами, и вещественная амплитуда и фаза основной волны принимаются постоянными. Такое приближение сильно упрощает расчеты, однако при этом теряется информация о нелинейном характере взаимодействия волн и утрачивается ряд важных особенностей ГВГ [2]. Априори корректность и границы применения этого приближения для расчетов РДС-кристаллов неочевидны.

Разумеется, эта проблема может быть решена прямым численным счетом на ЭВМ последовательности нелинейных укороченных уравнений для ГВГ в каждом домене [2]. Интересной представляется и попытка получить точные решения для ГВГ в РДС-кристаллах (для кристалла как целого) в терминах специальных функций, применяемых в теории ГВГ в однородных кристаллах [3]. В настоящей статье мы используем для аналитических расчетов так называемое *приближение заданной интенсивности* основного излучения, в котором постоянной принимается только вещественная амплитуда основного излучения, но не его фаза [4] (см. также [2]). В этом приближении когерентная длина зависит не только от расстройки, но и от так называемой *нелинейной длины*, т. е. от параметров нелинейности и амплитуды поля основного излучения [2].

2. Основные уравнения и их решения в приближении заданной интенсивности

Идеальный РДС-кристалл имеет период «решетки» $\Lambda = 2ml_c$, где в приближении заданного поля $l_c = \pi/\Delta k$ – когерентная длина в домене; $\Delta k = k_2 - 2k_1$ – волновая расстройка для синхронизма I типа в домене; $k_{1,2}$ – волновые числа для основной (1) и второй (2) гармоник; m – порядок квазисинхронизма. Как правило, в РДС-кристаллах $\Delta k \gg 2\sigma_1 U$, где $U^2 = [a_1(0)]^2 + [a_2(0)]^2\sigma_2/\sigma_1$ – постоянная, являющаяся одним из двух точных интегралов системы нелинейных укороченных уравнений [2]; $\sigma_{1,2}$ – коэффициенты нелинейной связи; $a_{1,2}(0)$ – амплитуды волн на входе домена.

В нашей работе [3] показано, что при соответствующей замене переменных в уравнениях для ГВГ в традиционных однородных кристаллах можно получить аналогичные уравнения, описывающие ГВГ в РДС-кристал-

ФГУП «НИИ "Полюс" им. М.Ф.Стельмаха», Россия, 117342 Москва, ул. Введенского, 3; e-mail: vgdmitr@orc.ru, bohin@mtk.comcor.ru

Поступила в редакцию 20 февраля 2002 г.

ле как целом, сделав замену

$$\xi \to \frac{2\xi}{m\pi}, \quad \varDelta_1 \to -\frac{m\pi\beta}{2},$$

где $\xi = \sigma_1 U z$ – приведенная длина в направлении взаимодействия z; $\varDelta_1 = \Delta k/2\sigma_1 U$ – приведенная волновая расстройка в домене; $\beta = \varDelta_1 \Delta k'/\Delta k$ – приведенная обобщенная расстройка (в кристалле как целом); $\Delta k' = \Delta k - K_m$ – обобщенная расстройка ГВГ в РДС-кристалле как целом; $K_m = 2\pi m/\varLambda$ – волновое число (модуль вектора обратной решетки) РДС; с учетом этого $\Delta k' = \Delta k - 2\pi m/\varLambda$.

В этих новых переменных укороченные уравнения для комплексных амплитуд $A_{1,2}$ плоских взаимодействующих волн для ГВГ в РДС-кристаллах в отсутствие поглощения имеют вид [3]

$$\frac{dA_1}{dz} = -i\sigma_1 A_1^* A_2 \exp[-i(\Delta k - 2\pi m/\varLambda)z],$$
$$\frac{dA_2}{dz} = -i\sigma_2 A_1^2 \exp[i(\Delta k - 2\pi m/\varLambda)z]. \qquad (1)$$

Следуя [2, 4], продифференцируем уравнения системы (1) по z,

$$\frac{d^2A_1}{dz^2} = -i\sigma_1\left[A_2\frac{dA_1^*}{dz} + A_1^*\frac{dA_2}{dz} - i\left(\Delta k - \frac{2\pi m}{\varLambda}\right)A_1^* A_2\right] \times \exp\left[-i\left(\Delta k - \frac{2\pi m}{\varLambda}\right)z\right],$$
$$\frac{d^2A_2}{dz^2} = -i\sigma_2\left[2A_1\frac{dA_1}{dz} + i\left(\Delta k - \frac{2\pi m}{\varLambda}\right)A_1^2\right] \times \exp\left[i\left(\Delta k - \frac{2\pi m}{\varLambda}\right)z\right], \qquad (2)$$

и введем интенсивности волн

$$I_1 = A_1 A_1^* = a_1^2, \qquad I_2 = A_2 A_2^* = a_2^2. \qquad (3)$$

Используя (3), преобразуем (2) к виду

$$\frac{d^2A_1}{dz^2} + i\left(\Delta k - \frac{2\pi m}{\varLambda}\right)\frac{dA_1}{dz} - \sigma_1(\sigma_1 I_2 - \sigma_2 I_1)A_1 = 0,$$
$$\frac{d^2A_2}{dz^2} - i\left(\Delta k - \frac{2\pi m}{\varLambda}\right)\frac{dA_2}{dz} + 2\sigma_1\sigma_2 A_2 I_1 = 0. \qquad (4)$$

Приближение заданной интенсивности основного излучения означает, что $I_1(z) \equiv I_1(0) = I_{10} = a_1^2(0)$, и уравнение для A_2 в (4) приобретает следующий вид:

$$\frac{d^2A_2}{dz^2} - i\left(\Delta k - \frac{2\pi m}{\varLambda}\right)\frac{dA_2}{dz} + 2\sigma_1\sigma_2 A_2 I_{10} = 0. \qquad (5)$$

Введем граничные условия на входе РДС-кристалла как целого:

$$A_2(0) = 0, \quad \frac{dA_2}{dz} = -i\sigma_2 A_1^2(0). \qquad (6)$$

Решение уравнения (5) может быть представлено в виде

$$A_2(z) = -i\sigma_2 A_1^2(0) z \exp\left[i\left(\Delta k - \frac{2\pi m}{\varLambda}\right)\frac{z}{2}\right]\mathrm{sinc}(Qz), \qquad (7)$$

где

$$Q = \left\{\left[\frac{1}{2}\left(\Delta k - \frac{2\pi m}{\varLambda}\right)\right]^2 + 2\sigma_1\sigma_2 I_{10}\right\}^{1/2}. \qquad (8)$$

При достаточно большой обобщенной (т. е. для кристалла как целого) волновой расстройке $(\Delta k - 2\pi m/\varLambda) \gg (2\sigma_1\sigma_2 I_{10})^{1/2}$ приближение заданной интенсивности совпадает с приближением заданного поля [2].

Введем вещественные амплитуду и фазу поля второй гармоники и перепишем (7) с учетом того, что $-i = \exp(-i\pi/2)$, в виде

$$a_2(z)\exp[i\varphi_2(z)] = \sigma_2 a_1^2(0) z\,\mathrm{sinc}(Qz) \times \exp\left\{i\left[2\varphi_1(0) - \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}\left(\Delta k - \frac{2\pi m}{\varLambda}\right)\right]\right\}. \qquad (9)$$

Отсюда следует

$$a_2(z) = \sigma_2 a_1^2(0) z\,\mathrm{sinc}(Qz), \qquad (10)$$

$$\varphi_2(z) = 2\varphi_1(0) - \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}\left(\Delta k - \frac{2\pi m}{\varLambda}\right). \qquad (11)$$

В приближении заданного поля вместо (10) имеем [2]

$$a_2(z) = \sigma_2 a_1^2(0) z\,\mathrm{sinc}\left[\frac{1}{2}\left(\Delta k - \frac{2\pi m}{\varLambda}\right)\right]. \qquad (12)$$

Найдем решение для фазы основного излучения $\varphi_1(z)$ в приближении заданной интенсивности. Из первого уравнения системы (1), вводя действительные амплитуды и фазы, получаем

$$\frac{da_1}{dz} + i a_1\left(\frac{d\varphi_1}{dz}\right) = -i\sigma_1 a_1 a_2 \exp\left\{i\left[\varphi_2 - 2\varphi_1 - \left(\Delta k - \frac{2\pi m}{\varLambda}\right)z\right]\right\}, \qquad (13)$$

откуда для фазы имеем

$$\frac{d\varphi_1}{dz} = -\sigma_1 a_2 \cos\left[\varphi_2 - 2\varphi_1 - \left(\Delta k - \frac{2\pi m}{\varLambda}\right)z\right]. \qquad (14)$$

Используя соотношения (10) и (11), преобразуем (14) к виду

$$\frac{d\varphi_1}{dz} = -\sigma_1\sigma_2 I_{10} z\,\mathrm{sinc}(Qz) \times \sin\left[2\varphi_1(0) - 2\varphi_1(z) - \left(\Delta k - \frac{2\pi m}{\varLambda}\right)\frac{z}{2}\right]. \qquad (15)$$

Решение этого уравнения имеет следующий вид:

$$\varphi_1(z) = \varphi_1(0) + \frac{(\Delta k - 2\pi m/\varLambda)z}{8 + (\Delta k - 2\pi m/\varLambda)^2/(\sigma_1\sigma_2 I_{10})}[1 - \mathrm{sinc}(2Qz)]. \qquad (16)$$

Это означает, что фазовая скорость волны основного излучения и, соответственно, показатель преломления РДС-кристалла зависят от интенсивности излучения, т. е. имеет место самовоздействие световой волны в квадратично-нелинейной среде.

Вводя эффективную длину нелинейного взаимодействия $L = (\sigma_1\sigma_2 I_{10})^{-1/2}$ [2], запишем выражение (8) для параметра Q в виде

$$Q = \frac{1}{2}\left(\Delta k - \frac{2\pi m}{\Lambda}\right)\left\{1 + 8\left[\left(\Delta k - \frac{2\pi m}{\Lambda}\right)L\right]^{-2}\right\}^{1/2}. \quad (17)$$

Из соотношения (10) следует, что обобщенная когерентная длина L_c (т. е. когерентная длина ГВГ в РДС-кристалле как целом, а не в отдельном домене) в приближении заданной интенсивности (т. е. расстояние, на котором амплитуда второй гармоники не убывает) для ГВГ в РДС-кристалле определяется выражением

$$L_c = \frac{\pi}{2Q} = \frac{\pi}{\Delta k - 2\pi m/\Lambda} \times \left\{1 + \frac{8}{[(\Delta k - 2\pi m/\Lambda)L]^2}\right\}^{-1/2} \quad (18)$$

Отметим, что $L_c \gg l_c$, где l_c – когерентная длина взаимодействия в домене в приближении заданного поля основного излучения.

Согласно (18), период пространственных биений вещественной амплитуды в РДС-кристалле $a_2(z)$, т. е. величина $4L_c$ зависит от нелинейной длины L, а следовательно, и от интенсивности I_{10}; напомним, что в приближении заданного поля в РДС-кристалле как целом когерентная длина для ГВГ $L_c = \pi(\Delta k - 2\pi m/\Lambda)^{-1}$ и от интенсивности не зависит.

Представляет интерес сравнить выражение (18) для L_c, полученное в приближении заданной интенсивности, с точным выражением для когерентной длины, равной одной четвертой периода пространственных биений, в «нелинейном» режиме (когда учитывается реакция основного излучения на вторую гармонику) [2]:

$$L_c^{\text{pres}} = KL\sqrt{\beta}, \quad (19)$$

где

$$K = \int_0^1 \left[(1 - y^2)(1 - \beta^2 y^2)\right]^{-1/2} dy \quad (20)$$

– полный эллиптический интеграл первого рода [5];

$$\beta = 1 + \left(\frac{\Delta k - 2\pi m/\Lambda}{4}\right)^2 L^2. \quad (21)$$

Расчет когерентной длины по точной формуле (19) показывает, что в приближении заданной интенсивности по формуле (18) она практически совпадает с точным значением (19) при выполнении соотношения

$$\frac{L_c}{L} < \frac{\pi}{2}. \quad (22)$$

Соотношение (22) не выполняется при малых обобщенных расстройках $\Delta k - 2\pi m/\Lambda$ или при малых интенсивностях (когда $L_c \gg L$), но в любом случае приближение заданной интенсивности дает более корректные результаты, нежели приближение заданного поля. Докажем это утверждение на примере точного выполнения условия квазисинхронизма в РДС-кристалле ($\Delta k = 2\pi m/\Lambda$), когда соотношение (22) не только не выполняется, но и имеет обратный знак неравенства. В этом случае $\beta = 1$, $K = L_c = \infty$, и из (1) непосредственно следует выражение для коэффициента преобразования во вторую гармонику по интенсивности [2]

$$\eta_{\text{int}} = \frac{I_2(l)}{I_{10}} = \tanh^2(l/L), \quad (23)$$

где l – длина кристалла как целого.

В приближениях заданного поля и заданной интенсивности имеем

$$\eta_f = \left(\frac{l}{L}\right)^2, \quad (24)$$

$$\eta_{\text{int}} = \frac{1}{2}\sin^2\left(\frac{\sqrt{2}l}{L}\right). \quad (25)$$

Разлагая выражения (23), (25) в степенной ряд по параметру $l/L < 1$ и сравнивая полученные выражения, можно показать, что эффективность преобразования в приближении заданной интенсивности (25) и точное выражение (23) совпадают с точностью до $(l/L)^6$. При этом даже при точном квазисинхронизме в РДС-кристалле ($\Delta k = 2\pi m/\Lambda$) можно пользоваться приближением заданной интенсивности вплоть до $l \approx L$, в то время как применимость приближения заданного поля ограничена областью $l < 0.3L$. С ростом обобщенной расстройки точность приближения заданной интенсивности возрастает.

В заключение приведем выражение для эффективности преобразования во вторую гармонику в РДС-кристалле в приближении заданной интенсивности, как это следует из (10):

$$\eta_{\text{int}} = \frac{I_2(l)}{I_{10}} = \left(\frac{l}{L}\right)^2 \sin^2(Ql), \quad (26)$$

где параметр Q выражается формулой (10). Поскольку Q зависит от L, т. е. от интенсивности, то положение нулей кривой квазисинхронизма $\eta(\Delta k')$ и амплитуды вторичных максимумов также будут зависеть от интенсивности: с ростом последней нули будут стягиваться к началу координат, а вторичные максимумы – возрастать.

3. Заключение

Расчет эффективности ГВГ в РДС-кристаллах в приближении заданной интенсивности основного излучения показал, что, как и в однородных кристаллах, это приближение с точностью до $(l/L)^6$ совпадает с точным решением для нелинейного режима даже при точном выполнении условия квазисинхронизма, а с ростом расстройки относительная точность этого приближения возрастает. При этом даже при точном квазисинхронизме в РДС-кристалле можно пользоваться приближением заданной интенсивности вплоть до $l \approx L$, в то время как в приближении заданного поля – только в области $l < 0.3L$.

За рамками этой статьи остался вопрос о корректности применения приближения заданного поля при расчете ГВГ в РДС-кристалле в каждом отдельно взятом домене (а не в кристалле как целом). С одной стороны, прирост амплитуды поля гармоники на каждом домене, независимо от его номера, действительно весьма весьма мал по сравнению с самими амплитудами основной и второй гармоник (отметим, что это утверждение несправедливо для нескольких самых первых доменов, где прирост поля гармоники сравним по порядку величины с самим полем, см. также [3]), но, с другой, пренебрежение пусть даже и весьма небольшим набегом фазы основного излучения из-за накопления этого эффекта на многих доменах может оказаться некорректным.

1. Дмитриев В.Г. В *«Сборнике лекций» УНЦ «Фундаментальная оптика и спектроскопия»* (М.: изд-е. ФИАН, вып.3, 2001, с.7 – 59).
2. Дмитриев В.Г., Тарасов Л.В. *Прикладная нелинейная оптика* (М.: Радио и связь, 1982).
3. Дмитриев В.Г., Юрьев Ю.В. *Квантовая электроника*, **25**, 1033 (1998).
4. Тагиев З.А. *Канд. дисс*. (М.: МГУ, 1976).
5. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. *Специальные функции* (пер. с нем.) (М.: Наука, 1977).