

Периодические автоволновые структуры в широкоапертурном лазере с инерционной фазовой нелинейностью

А.П.Заикин^{**}, А.А.Кургузкин^{*}, Н.Е.Молевич^{*}

Рассмотрено формирование поперечной структуры оптического поля широкоапертурного лазера с инерционной фазовой нелинейностью керровского типа. Найдены условия возникновения одномерных периодических волновых структур, распространяющихся поперек апертуры, и исследованы их свойства.

Ключевые слова: широкоапертурный лазер, фазовая нелинейность, бифуркация Андронова–Хопфа, автоволны.

В работах [1, 2] исследована одномерная поперечная структура оптического поля широкоапертурного лазера с инерционным просветляющимся фильтром. Показано, что при определенных условиях дополнительная амплитудная нелинейность подобной лазерной системы, обусловленная наличием внутрирезонаторного просветляющегося фильтра, приводит к потере устойчивости режима стационарной генерации (возникновению бифуркации Андронова–Хопфа) и к возникновению квазипериодических автоволн, бегущих поперек апертуры. В [3–5] показано, что автоволновый профиль оптического поля может возникнуть также в результате фазовой нелинейности активной среды, обусловленной отстройкой частоты генерации. В настоящей работе исследована поперечная пространственно-временная одномерная структура широкоапертурного лазера с инерционной фазовой нелинейностью керровского типа. Подобный тип нелинейности характерен для полупроводниковых и твердотельных лазеров, а также возможен в газовых системах при использовании соответствующего внутрирезонаторного фазового фильтра. Найдены условия возникновения автоволнового профиля, подобного описанному в [3–5].

1. Линейный анализ устойчивости

Исходная система уравнений, описывающая в приближении однородного поля динамику лазера с инерционной фазовой нелинейностью керровского типа, имеет следующий вид:

$$\frac{\partial E}{\partial t} - i \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{\nu}{2}(N - 1)E + i\nu(\Phi + \Delta_{\text{cav}})E, \quad (1)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} = N_e - N(1 + I), \quad (2)$$

^{*}Самарский государственный аэрокосмический университет им.С.П.Королева, Россия, 443086 Самара, Московское ш., 34; e-mail: molevich@mb.ssau.ru

^{**}Самарский филиал Физического института им.П.Н.Лебедева РАН, Россия, 443011 Самара, ул. Ново-Садовая, 221; e-mail: zaikin@fian.samara.ru

$$\tau_{\text{ph}} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\Phi + \alpha I. \quad (3)$$

Здесь безразмерные время t и поперечная координата x связаны с размерными величинами t_d и x_d соотношениями $t = t_d/T_i$; $x = x_d(2k/T_i c)^{1/2}$; k – волновое число; c – скорость света; T_i – время релаксации населенности уровня активной среды; $E = E_d/E_s$; $I = I_d/I_s$ – безразмерные амплитуда и интенсивность лазерного поля; E_s, I_s – амплитуда и интенсивность насыщения; $N = g/g_t$; $N_e = g_e/g_t$; g, g_e, g_t – коэффициент усиления, его ненасыщенное значение и пороговый коэффициент усиления, усредненные по длине резонатора; $\nu = cT_i g_t$ – коэффициент, определяющий отношение времени релаксации населенности к времени жизни фотонов в резонаторе; Φ – фазовый набег оптического поля на единице длины, нормированный на пороговый коэффициент усиления g_t ; α – безразмерный коэффициент фазовой нелинейности (он может быть любого знака); τ_{ph} – отношение времени релаксации фазового набега к времени релаксации населенности T_i ; $\Delta_{\text{cav}} = (\omega - \omega_{\text{cav}})/cg_t$ – безразмерная отстройка частоты генерации ω от моды пустого резонатора с частотой ω_{cav} .

Уравнение (1) для медленно меняющейся амплитуды E может быть получено усреднением квазиоптического уравнения в продольном направлении z в предположении малости изменения поля за время одного полного прохода излучения через резонатор $\tau = L/c$, где L – длина полного обхода резонатора [6]. Уравнение (2) описывает состояние активной среды в двухуровневом приближении.

Система уравнений (1)–(3) имеет два однородных состояния равновесия. Первое состояние соответствует отсутствию генерации ($E = 0, N = N_0, \Phi = 0$). Второе состояние равновесия ($E = E_c, N = N_c = 1, \Phi = \Phi_c = \alpha I_c, \Delta_{\text{cav}} = -\alpha I_c$) соответствует режиму стационарной генерации с интенсивностью $I_c = |E_c|^2 = N_e - 1$.

Для исследования устойчивости режима стационарной генерации будем искать решения (1)–(3) в виде $E = E_c(1 + e), N = N_c(1 + n), \Phi = \Phi_c(1 + \varphi)$, где e, n, φ – малые возмущения соответствующих стационарных величин, пропорциональные $\exp(\lambda t - iqx)$. После подстановки этих решений в исходную систему получаем следующее дисперсионное уравнение:

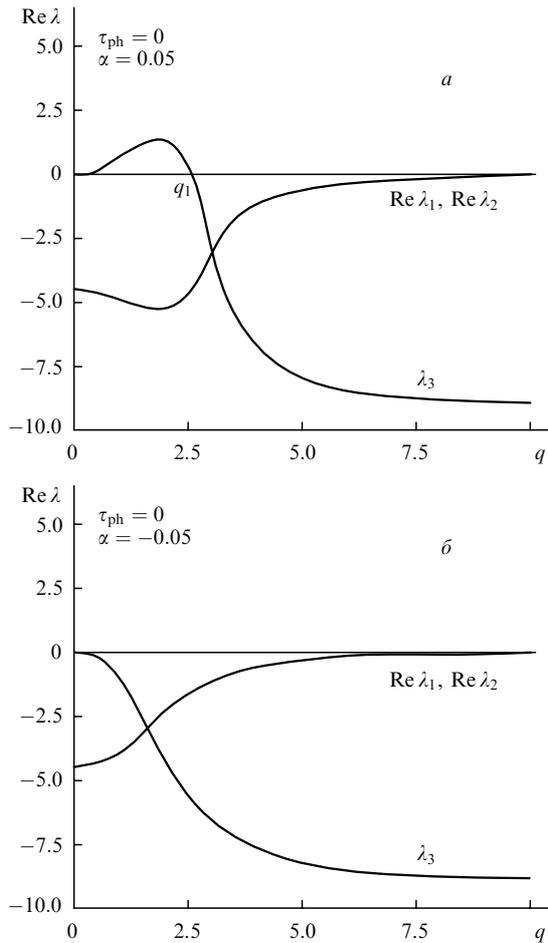


Рис.1. Действительные части корней характеристического уравнения при $\tau_{ph} = 0$, $\alpha = 0.05$ (а) и при $\tau_{ph} = 0$, $\alpha = -0.05$ (б).

$$b_4 \lambda^4 + b_3 \lambda^3 + b_2 \lambda^2 + b_1 \lambda + b_0 = 0, \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} b_0 &= q^4(1 + I_c) - 2q^2 v \alpha I_c (1 + I_c); \\ b_1 &= \tau_{ph} q^4(1 + I_c) + q^4 - 2q^2 v \alpha I_c + v I_c; \\ b_2 &= \tau_{ph} q^4 + (1 + I_c) + \tau_{ph} v I_c; \\ b_3 &= 1 + \tau_{ph}(1 + I_c); \\ b_4 &= \tau_{ph}. \end{aligned}$$

На рис.1, 2 приведены решения уравнения (4) для параметров среды $N_e = 9.5$, $v = 8.4$, совпадающих с используемыми ранее в [4, 5]. На рис.1 корень λ_3 является действительной величиной, а корни λ_1, λ_2 – комплекснозначными величинами (приведены только действительные части этих корней). В случае безинерционной фазовой нелинейности ($\tau_{ph} = 0$) состояние стационарной генерации неустойчиво только при $\alpha > 0$, $q < q_1 = (v \alpha I_c)^{1/2}$ (q – безразмерное волновое число), когда действительный корень (4) положителен. Это известная неустойчивость поперечной структуры поля в среде, где показатель преломления растет с увеличением интенсивности (самофокусировка), что вызывает распад пучка излучения на отдельные интенсивные нити – филаменты [7–10].

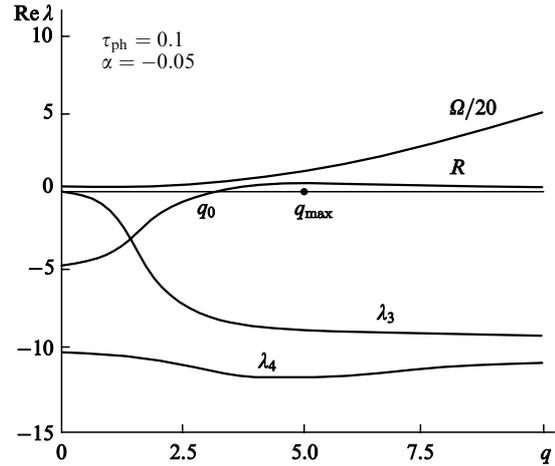


Рис.2. Действительные части корней характеристического уравнения при $\tau_{ph} = 0.1$, $\alpha = -0.05$.

Инерционность фазовой нелинейности приводит только к уменьшению инкремента неустойчивости, оставляя область неустойчивых q без изменения.

Другой тип неустойчивости реализуется в среде с коэффициентом $\alpha < 0$ (дефокусирующая нелинейность). В этом случае при $\tau_{ph} \neq 0$ существует область волновых векторов $q > q_0$ (q_0 – бифуркационное значение, зависящее от параметров лазерной системы), для которых два действительных корня (4) λ_3 и λ_4 отрицательны, а реальная часть R комплексно-сопряженных корней $\lambda_{1,2} = R \pm i\Omega$ положительна (рис.2). Это соответствует неустойчивости Андронова – Хопфа относительно плоских волн с частотой Ω , распространяющихся поперек апертуры со скоростью $W = \Omega/q$ [3, 11, 12]. На рис.3 построена зависимость максимального инкремента R_{max} от α и τ_{ph} при $v = 8.4$ и $N_e = 9.5$. Анализ этой зависимости показывает, что для каждого значения фазовой нелинейности α с ростом инерционности фазового фильтра инкремент сначала резко возрастает от нулевого до максимального значения, причем оно тем больше, чем больше фазовая нелинейность α . Дальнейший рост инерционности фазового фильтра, наоборот, приводит к постепенному уменьшению инкремента. С уменьшением инерционности активной среды v и коэффициента ненасыщенного усиления N_e коэффициент усиления R_{max} пропорционально уменьшается.

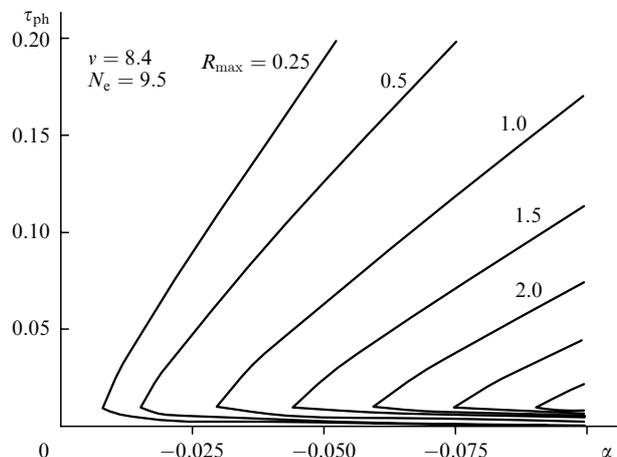


Рис.3. Зависимость инкремента R_{max} от инерционности фазового фильтра τ_{ph} и коэффициента фазовой нелинейности α .

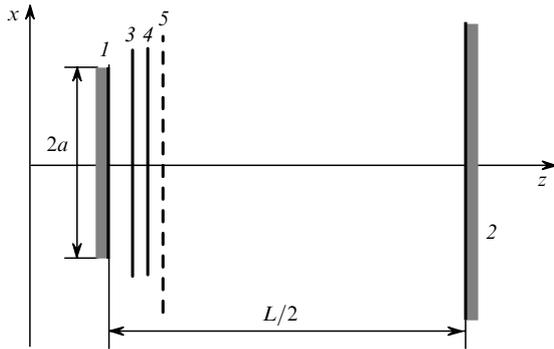


Рис.4. Схема лазера, используемая при численном расчете.

2. Структура лазерного поля в резонаторе Фабри–Перо

Проведенный выше анализ устойчивости режима стационарной генерации исследуемой лазерной системы не учитывал конечности апертуры реального лазера и дифракции на краях зеркал. Не была также рассмотрена нелинейная динамика возмущений, описываемая системой уравнений (1)–(3). Для учета влияния этих факторов на поперечную структуру оптического поля использовалась расчетная модель лазерной системы, предложенная в [2, 13]. Фазовая нелинейность моделировалась введением внутррезонаторного фазового фильтра. Активная среда и фазовый фильтр учитывались посредством введения бесконечно тонких экранов 3, 4, помещенных у полупрозрачного зеркала 1 (рис.4). Полагалось, что зеркало 2 полностью отражает излучение и имеет неограниченные размеры. Края первого зеркала были сглажены, так что профиль коэффициента отражения в областях $-a \leq x_d \leq -a + 2b$ и $a - 2b \leq x_d \leq a$ зависел от поперечной координаты:

$$r(x_d) = \frac{r_0}{2} \left[1 - \sin\left(\pi \frac{|x_d| - \bar{x}}{2b}\right) \right],$$

где $\bar{x} = a - b$; $2a$ – ширина зеркала 1; $2b$ – ширина полосы сглаживания; r_0 – коэффициент отражения зеркала 1 вне полосы сглаживания.

Уравнение для поля использовалось в интегральном виде:

$$E(x_2) = \frac{\exp(ikL)}{(i\bar{\lambda}L)^{1/2}} \int_{-a}^a E(x_1) \exp\left[\frac{ik(x_2 - x_1)^2}{2L}\right] + \frac{(g - g_t)L}{2} dx_1, \quad (5)$$

где $E(x_1)$ – исходное поле в плоскости 5 (рис.4); $E(x_2)$ – поле в плоскости 5 после обхода резонатора; L – длина полного обхода резонатора; $\bar{\lambda}$ – длина световой волны. По формуле (5) рассчитывалось изменение поля за обход резонатора, затем вычислялось воздействие на поле слоев активной среды и фазового фильтра. Таким образом находилось изменение поля за время обхода резонатора. Затем интегрировались кинетическое уравнение (2) и релаксационное уравнение (3). В результате такой итерационной процедуры определялись состояния среды и поля в моменты времени, кратные длительности обхода резонатора.

Поперечная структура поля рассчитывалась при варьировании параметров α , τ_{ph} , N_e , ν и числа Френеля $N_F =$

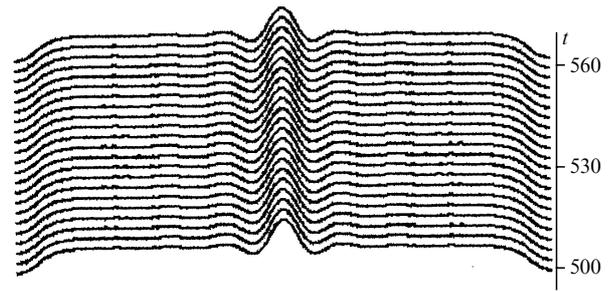


Рис.5. Структура оптического поля при $\tau_{ph} = 0.1$, $\alpha = -0.0045$, $N_F = 300$, $\nu = 8.4$, $N_e = 9.5$.

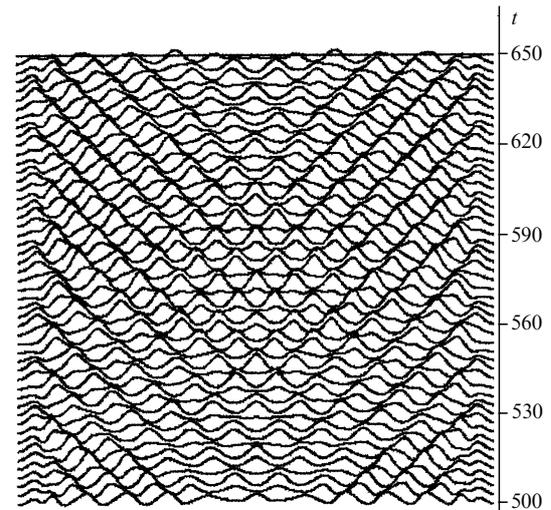


Рис.6. Структура оптического поля при $\tau_{ph} = 0.1$, $\alpha = -0.023$, $N_F = 300$, $\nu = 8.4$, $N_e = 9.5$.

$2a^2/\bar{\lambda}L$. Коэффициент потерь зависел от коэффициента отражения r_0 и не изменялся при расчете ($G_t \equiv Lg_t = 0.21$). На рис.5–9 приведены пространственно-временные картины оптического поля вдоль оси x в установившемся режиме ($t_d/\tau \geq 500$, безразмерное время указано на рисунках справа).

При отрицательном коэффициенте α была обнаружена последовательная смена структур оптического поля,

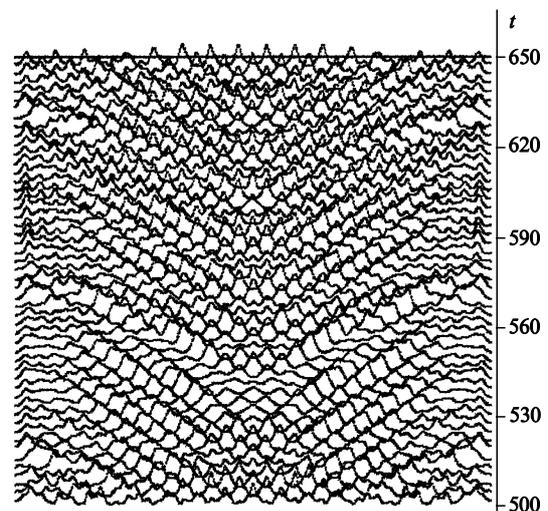


Рис.7. Структура оптического поля при $\tau_{ph} = 0.1$, $\alpha = -0.056$, $N_F = 300$, $\nu = 8.4$, $N_e = 9.5$.

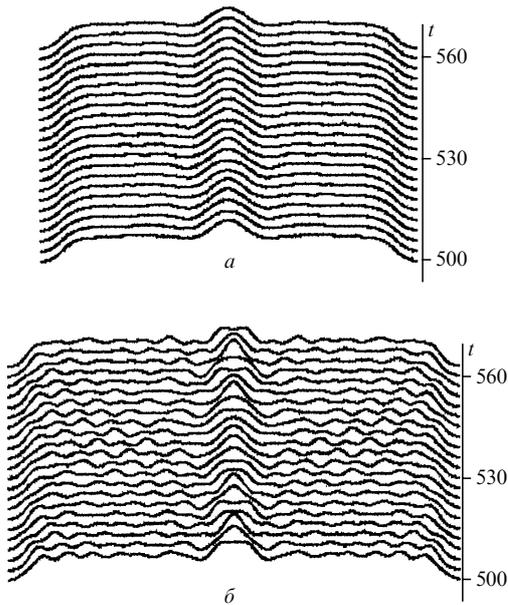


Рис.8. Структура оптического поля при $\tau_{ph} = 0.1$, $\alpha = -0.011$, $N_F = 150$, $\nu = 8.4$, $N_c = 9.5$ (а) и при $\tau_{ph} = 0.1$, $\alpha = -0.011$, $N_F = 300$, $\nu = 8.4$, $N_c = 9.5$ (б).

совпадающая с описанной в [4, 5] для случая отрицательной частотной отстройки: яркое пятно («бугор») в центре однородного стационарного поля (рис.5), квазисинусоидальные волны, бегущие в обоих направлениях по апертуре (рис.6), нерегулярные и сильно модулированные пространственные структуры (рис.7). Подобные пространственно-временные картины оптического поля прослеживались при различных N_c , ν и N_F , причем возникновение автоволновой поперечной структуры было закономерно обусловлено увеличением коэффициента усиления волн R_{max} (см. рис.3).

Указанная смена структур для каждого набора параметров (N_c , ν , N_F) с изменением α ($\alpha < 0$) происходит следующим образом. При $|\alpha| \rightarrow 0$ – это «бугор» интенсивности в центре апертуры (рис.5). Его наличие не зависит от инерционности фазовой нелинейности. Стационарное поле с ярким пятном в центре является собственной модой плоского резонатора с большим числом Френеля, заполненного активной средой [2]. Увеличение $|\alpha|$, т. е. степени нелинейной дефокусировки, препятствует образованию дифракционной картины с «бугром» интенсивности. В случае больших $|\alpha|$ и таких значений τ_{ph} , при которых $R_{max} > 0.17$, профиль поля сильно модулирован бегущими квазисинусоидальными волнами (рис.6). Дальнейший рост $|\alpha|$ слабо влияет на амплитуду автоволн, но их пространственно-временная структура становится нерегулярной (рис.7).

С увеличением инерционности фазового фильтра (и уменьшением R_{max}) амплитуда этих волн уменьшается. В резонаторе с большим числом Френеля автоволновые структуры могут наблюдаться при меньших R_{max} в силу увеличения ширины апертуры и, следовательно, интегральной величины усиления автоволн aR_{max} (рис.8).

При фокусирующем типе фазовой нелинейности ($\alpha > 0$) периодическая автоволновая картина не наблюдалась. При малых α сохранялась картина с «бугром». С увеличением α яркие пятна образовывались и исчезали в разных областях апертуры (рис.9). Подобные структуры поля были получены ранее для положительной частотной от-

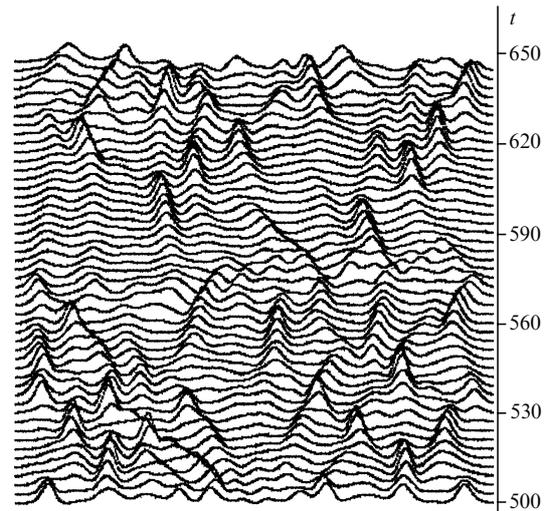


Рис.9. Структура оптического поля при $\tau_{ph} = 0.1$, $\alpha = 0.034$, $N_F = 300$, $\nu = 8.4$, $N_c = 9.5$.

стройки в [4]. Они соответствуют появлению и обрыву филаментов в самофокусирующейся активной среде [8–10].

В целом можно сделать вывод о том, что фокусирующая фазовая нелинейность любой природы может приводить к филаментации поперечной структуры лазерного поля (подобные исследования проводились во многих работах, напр., [8–10]), а дефокусирующая фазовая нелинейность – к возникновению периодической автоволновой структуры поля. Возможно, комбинация этих типов нелинейности позволит управлять структурой лазерного поля, в частности подавлять эффект мелкомасштабной самофокусировки.

Оценим в заключение коэффициент Керра $|n_2| \approx |\alpha|g_t/I_s k$ при использованных в настоящей работе параметрах лазерной системы. Этот коэффициент характеризует нелинейную добавку к действительной части показателя преломления ($n = n_0 + n_2 I_d$, где n_0 – линейный показатель преломления). При $|\alpha| = 0.05$, $g_t = 10^{-3} \text{ см}^{-1}$, $I_s = 1 \text{ кВт/см}^2$ и $k = 6 \times 10^4 \text{ см}^{-1}$ получаем $|n_2| \approx 10^{-9} \text{ см}^2/\text{кВт}$, т. е. вполне типичное для рассматриваемого класса задач значение [10, 14]. Примеры полупроводниковых материалов с $n_2 < 0$ приведены в [15, 16].

3. Заключение

Основные результаты исследования пространственно-временной структуры лазерного поля таковы.

1. Найдены области параметров фазовой нелинейности (α , τ_{ph}) и активной среды (ν , N_c), при которых состояние однородной стационарной генерации становится неустойчивым по отношению к плоским волнам с волновым числом $q > q_0$. Определена зависимость инкремента неустойчивости от параметров лазерной системы. Показано, что данный тип неустойчивости возможен только при $\alpha < 0$ и $\tau_{ph} \neq 0$.

2. Проведено численное моделирование распределенной модели лазерной системы в резонаторе Фабри–Перо. Поведение моделируемой системы в зависимости от изменения ее параметров удовлетворительно коррелирует с результатами линейного анализа устойчивости. С ростом отрицательных значений α и увеличением τ_{ph} появляются бегущие по апертуре квазисинусоидальные волны. Дальнейший рост α (при тех же τ_{ph}) приводит к

большим инкрементам неустойчивости R_{\max} и сильно нерегулярной поперечной структуре оптического поля. При увеличении инерционности фазовой нелинейности инкремент сначала растет, а затем уменьшается. Аналогично изменяется амплитуда квазисинусоидального профиля. Увеличение числа Френеля сдвигает область оптимальных (для наблюдения периодического профиля) параметров к меньшим инкрементам R_{\max} .

1. Заикин А.П., Молевич Н.Е. *Квантовая электроника*, **24**, 908 (1997).
2. Заикин А.П., Молевич Н.Е. *Квантовая электроника*, **29**, 114 (1999).
3. Заикин А.П., Молевич Н.Е., Кургузкин А.А. *Квантовая электроника*, **27**, 246 (1999).
4. Заикин А.П., Молевич Н.Е., Кургузкин А.А. *Квантовая электроника*, **27**, 249 (1999).
5. Заикин А.П., Молевич Н.Е., Кургузкин А.А. *Изв. вузов. Сер. Прикладная нелинейная динамика*, **7**, 87 (1999).
6. Сучков А.Ф. *ЖЭТФ*, **49**, 1495 (1965).
7. Ахманов С.А., Сухоруков А.П., Хохлов Р.В. *УФН*, **93**, 19 (1967).
8. Marcianite J.R., Agrawal G.P. *IEEE. J. Quantum Electron.*, **32**, 590 (1996).
9. Hess O., Koch S.W., Moloney J.V. *IEEE. J. Quantum Electron.*, **31**, 35 (1995).
10. Marcianite J.R., Agrawal G.P. *IEEE. J. Quantum Electron.*, **33**, 1174 (1997).
11. Хэссард Б., Казаринов М., Вэн И. *Теория и приложения бифуркации рождения цикла* (М.: Мир, 1985).
12. Свирежев Ю.М. *Нелинейные волны, диссипативные структуры и катастрофы в экологии* (М.: Наука, 1987, с.136).
13. Заикин А.П. *Квантовая электроника*, **23**, 561 (1996).
14. Balkarei Yu.I., Evtikhov M.G., Moloney J.V., Rzhanov Yu.A. *J. Opt. Soc. Am. B.*, **7**, 1298 (1990).
15. LaGasse M.J., Anderson K.K., Wang C.A., et al. *Appl. Phys. Lett.*, **56**, 417 (1990).
16. Hall K.L., Darwish A.M., Ippen E.P., et al. *Appl. Phys. Lett.*, **62**, 1320 (1993).