НЕЛИНЕЙНО-ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ

PACS 42.65.Lm; 42.65.Sf

К вопросу о спектрально-пространственной неустойчивости световой волны в среде с кубической нелинейностью

А.А.Афанасьев, В.М.Волков

На основе анализа частотно-невырожденного четырехфотонного параметрического рассеяния получены спектрально-угловые зависимости инкрементов возмущающих мод в поле интенсивной световой волны, распространяющейся в среде с кубической нелинейностью.

***Ключевые слова**: четырехфотонное параметрическое рассеяние, спектрально-пространственная неустойчивость.*

Впервые вопрос об устойчивости мощной световой волны к малым угловым возмущениям в нелинейной среде рассмотрен Беспаловым и Талановым [1]. К настоящему времени имеется достаточно обширная литература по исследованию пространственной неустойчивости световых волн в различных нелинейных средах, в том числе и в средах с кубической нелинейностью (см. ссылки в [2]). В этих работах анализ пространственной неустойчивости проводился в предположении, что частота ω малых угловых возмущений совпадает с частотой ω_0 мощной волны. Пространственная неустойчивость плоской волны в данном случае может быть описана как процесс частотно-вырожденного четырехфотонного параметрического рассеяния (ЧПР), приводящий к усилению слабых угловых возмущений в некоторой области углов Θ, значения которых определяются интенсивностью излучения [3, 4].

В реальных ситуациях малые возмущения (шум) могут иметь достаточно широкий пространственный и частотный спектр, и в общем случае задача о неустойчивости мощной световой волны в нелинейной среде должна учитывать невырожденность параметрического взаимодействия. В силу этого при анализе спектрально-пространственной неустойчивости естественно рассмотреть частотно-невырожденное ЧПР, являющееся одним из механизмов частотно-угловой диффузии излучения в нелинейной среде. В данном сообщении в линейном приближении по интенсивности мощной волны исследовано частотно-невырожденное ЧПР в самофокусирующей среде с кубической нелинейностью. На основе полученных выражений для интенсивностей слабых возмущающих мод рассмотрен процесс возникновения спектрально-угловой неустойчивости мощной волны.

При частотно-невырожденном ЧПР нелинейную поляризацию среды $\mathcal{P}_{\rm n}$ в поле параметрически взаимодействующих волн

$$E = \mathcal{E}_0 e^{-i(\omega_0 t - \boldsymbol{k}_0 \boldsymbol{r})} + \sum_{\pm} \mathcal{E}_{\pm} e^{-i(\omega_{\pm} t - \boldsymbol{k}_{\pm} \boldsymbol{r})} \tag{1}$$

удобно записать в виде

$$\mathcal{P}_{\rm n} = \chi^{(3)} |E|^2 E \equiv \chi_{\rm n} E, \tag{2}$$

где $\mathcal{E}_0$ – амплитуда мощной волны, испытывающей неустойчивость; $\mathcal{E}_{\pm}$ – амплитуды параметрически связанных возмущающих мод ($|\mathcal{E}_{\pm}| \ll |\mathcal{E}_0|$); $\boldsymbol{k}_0$ и $\boldsymbol{k}_{\pm}$ – линейные волновые векторы; ω_0 и $\omega_{\pm}$ – частоты взаимодействующих волн, удовлетворяющие соотношению $2\omega_0 = \omega_+ + \omega_-$; $\chi^{(3)}$ – кубическая восприимчивость среды. Для нахождения нелинейной поляризации воспользуемся известным динамическим уравнением [2]

$$t_0 \frac{\partial \chi_{\rm n}}{\partial t} + \chi_{\rm n} = \chi^{(3)} \{ |\mathcal{E}_0|^2 + [\mathcal{E}_0 \mathcal{E}_+^* e^{-i(\Omega t - \boldsymbol{q}_+ \boldsymbol{r})}$$

$$+ \mathcal{E}_0 \mathcal{E}_-^* e^{i(\Omega t + \boldsymbol{q}_- \boldsymbol{r})} + \text{компл. сопр.}]\}, \tag{3}$$

где t_0 – время релаксации нелинейности; $\boldsymbol{q}_{\pm} = \boldsymbol{k}_0 - \boldsymbol{k}_{\pm}$; $\Omega = \omega_0 - \omega_+$; $|\Omega| \ll \omega_0$. В установившемся режиме (при $t \gg t_0$), используя подстановку решения уравнения (3) в выражение (2), находим

$$\mathcal{P}_{\rm n} = \chi^{(3)} \Bigg\{ |\mathcal{E}_0|^2 \mathcal{E}_0 e^{-i(\omega_0 t - \boldsymbol{k}_0 \boldsymbol{r})}$$

$$+ \sum_{\pm} \left[\left(1 + \frac{1}{1 \pm i\delta} \right) |\mathcal{E}_0|^2 \mathcal{E}_{\pm} e^{i \boldsymbol{k}_{\pm} \boldsymbol{r}} + \frac{\mathcal{E}_0^2 \mathcal{E}_{\mp}^*}{1 \pm i\delta} e^{i \boldsymbol{\Delta}_{\pm} \boldsymbol{r}} \right] e^{-i\omega_{\pm} t} \Bigg\}, \tag{4}$$

где $\delta = \Omega t_0$; $\boldsymbol{\Delta}_{\pm} = 2\boldsymbol{k}_0 - \boldsymbol{k}_{\pm}$.

Будем считать, что испытывающая неустойчивость мощная волна с амплитудой поля $\mathcal{E}_0$ распространяется вдоль оси z. Тогда, используя выражение (4), систему укороченных волновых уравнений для амплитуд взаимодействующих мод можно записать в виде

$$\frac{d\mathcal{E}_+}{dz} = i\gamma_0 \left(\frac{2 + i\delta}{1 + i\delta} |\hat{\mathcal{E}}_0|^2 \mathcal{E}_+ + \frac{\hat{\mathcal{E}}_0^2 \mathcal{E}_-^*}{1 + i\delta} e^{i\Delta z} \right), \tag{5}$$

$$\frac{d\mathcal{E}_-^*}{dz} = -i\gamma_0 \left(\frac{2 + i\delta}{1 + i\delta} |\hat{\mathcal{E}}_0|^2 \mathcal{E}_-^* + \frac{\hat{\mathcal{E}}_0^{*2} \mathcal{E}_+}{1 + i\delta} e^{-i\Delta z} \right), \tag{6}$$

А.А.Афанасьев. Институт физики им. Б.Н.Степанова НАНБ, Белоруссия, 220072 Минск, просп. Ф.Скорины, 70
В.М.Волков. Институт математики НАНБ, Белоруссия, 220072 Минск, ул. Сурганова, 11; e-mail: volk@im.bas-net.by

Поступила в редакцию 20 января 2003 г.

где $\hat{\mathcal{E}}_0 = \mathcal{E}_0 \exp\{i\gamma_0|\mathcal{E}_0|^2 z\}$ – амплитуда мощной волны в среде; $\gamma_0 = 2\pi k_0 \chi^{(3)}/n_0^2$; n_0 – показатель преломления среды; $\Delta = k_0\Theta^2$ – линейная расстройка фазового синхронизма; $\Theta \ll \pi/2$ – угол между волновыми векторами $\boldsymbol{k}_0$ и $\boldsymbol{k}_\pm$.

Из решения системы уравнений (5) и (6) с симметричными граничными условиями $\mathcal{E}_\pm(z=0) = \mathcal{E}_s$

$$\mathcal{E}_+(z) = \frac{\mathcal{E}_s}{2\Gamma} e^{i(\Delta/2+I_0)z}\left[\left(\lambda_+ - i\frac{I_0}{1+i\delta}\right)e^{-\Gamma z} - \left(\lambda_- - i\frac{I_0}{1+i\delta}\right)e^{\Gamma z}\right], \quad (7)$$

$$\mathcal{E}_-^*(z) = \frac{\mathcal{E}_s}{2\Gamma} e^{-i(\Delta/2+I_0)z}\left[\left(\lambda_+ - i\frac{I_0}{1+i\delta}\right)e^{\Gamma z} - \left(\lambda_- - i\frac{I_0}{1+i\delta}\right)e^{-\Gamma z}\right], \quad (8)$$

для интенсивностей $I_\pm = |\mathcal{E}_\pm|^2$ возмущающих мод находим

$$I_\pm(z) = \frac{I_s}{4|\Gamma|^2} \times\left|\left(\lambda_+ - i\frac{I_0}{1+i\delta}\right)e^{\mp\Gamma z} - \left(\lambda_- - i\frac{I_0}{1+i\delta}\right)e^{\pm\Gamma z}\right|^2, \quad (9)$$

где

$$\lambda_\pm = i\left(\frac{\Delta}{2} - \frac{I_0}{1+i\delta}\right) \pm \Gamma; \quad (10)$$

$$\Gamma = \left[\Delta\left(\frac{I_0}{1+\delta^2} - \frac{\Delta}{4}\right) - i\frac{2\delta I_0}{1+\delta^2}\left(\Delta - \frac{I_0}{1+\delta^2}\right)\right]^{1/2}; \quad (11)$$

$I_s = |\mathcal{E}_s|^2$; $I_0 = \gamma_0|\hat{\mathcal{E}}_0|^2$. Заметим, что в дефокусирующих средах ($\chi^{(3)} < 0$) параметр $I_0 < 0$. Легко показать, что в рассматриваемом случае симметричных граничных условий выполняется соотношение $I_+(\delta) = I_-(-\delta)$.

Из уравнений (9) – (11) следует, что при частотно-вырожденном ЧПР ($\delta = 0$) для самофокусирующих сред ($\chi^{(3)} > 0$) угол Θ, соответствующий максимальному инкременту параметрического усиления возмущающих компонент, определяется соотношением [3]

$$\Theta_0 = (2I_0/k_0)^{1/2}. \quad (12)$$

В дефокусирующих средах ($\chi^{(3)} < 0$) добавки к волновым векторам взаимодействующих волн отрицательны и пространственный синхронизм не достигается ни при каких значениях Θ, вследствие чего эффективное усиление пространственных возмущений отсутствует. Из уравнения (9) также следует, что в области больших углов $\Theta > \Theta_0$ параметрическая связь взаимодействующих волн становится несущественной и выражение для $I_\pm(z)$ принимает вид

$$I_\pm(z) = I_s \exp\left(\pm 2I_0\frac{\delta}{1+\delta^2}z\right). \quad (13)$$

На рис.1 приведены зависимости выходных интенсивностей слабых волн $I_\pm$ от частотной расстройки δ для заданной длины нелинейной среды $z = 2$ см и для $I_0 = 2$ см$^{-1}$, рассчитанные согласно (9) при $I_s = 1$ для различных значений $\Delta = k_0\Theta^2$. Приведенные зависимости позволяют оценить спектрально-угловые характеристики коэффициента усиления возмущающих компонент. Из рис.1 видно, что при $\Theta = \Theta_0$ ($\Delta = 4$) максимальное усиление достигается для частотно-вырожденных компонент ЧПР ($\delta = 0$). При этом контур линии усиления не симметричен относительно $\delta = 0$ и имеет более широкое крыло в области положительных отстроек ($\delta > 0$). По мере увеличения угла Θ максимум спектральной плотности возмущающих мод на выходе из среды смещается к точке $\delta \simeq 1$ и коэффициент их усиления значительно возрастает. Такая трансформация контура усиления связана с ослаблением параметрической связи волн и ростом влияния механизмов кросс-взаимодействия. В частности, в рассмотренной области параметров при $\Delta = 12$ максимальный коэффициент усиления соответствует $\delta = 1$ и обусловлен двухволновым смешением – вынужденным рассеянием мощной волны на бегущей решетке показателя преломления среды [5]. При этом коэффициент усиления при двухволновом смешении превышает по величине инкремент параметрического усиления слабых возмущающих мод при квазивырожденном ЧПР.

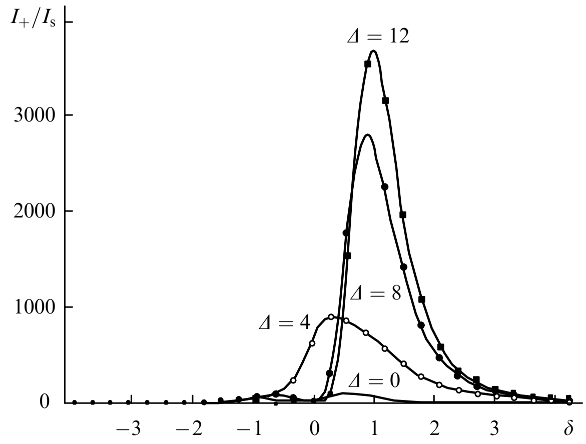

Рис.1. Частотные зависимости выходных интенсивностей слабых возмущений для различных угловых возмущающих мод.

Таким образом, спектрально-пространственные распределения интенсивности возмущающих мод в поле прошедшей через нелинейную среду интенсивной световой волны представляют собой «конусную» структуру, в керне которой сосредоточен в основном спектр частот, близких к частоте ω_0, т. е. при $|\omega_\pm - \omega_0|t_0 < 1$. По мере увеличения угла Θ (угла вершины конуса) преобладание спектральной плотности компонент возмущения смещается к точке $\delta = 1$ и пространственное распределение спектра становится диффузным. Полученные результаты дают наглядное представление о развитии процесса спектрально-пространственной неустойчивости интенсивных световых волн в кубических фокусирующих средах.

1. Беспалов В.И., Таланов В.И. *Письма в ЖЭТФ*, **3**, 471 (1966).
2. Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов* (М.: Наука, 1988).
3. Старунов В.С., Фабелинский И.Л. *УФН*, **98**, 441 (1969).
4. Зельдович Б.Я. *Кр. сообщ. по физ. ФИАН*, № 5, 20 (1970).
5. Afanasev A.A., Tolkacheva E.G., Tredicce J., Volkov V.V. *Phys. Rev. A*, **60**, 2375 (1999).