PACS 42.25.Bs; 42.30.-d

Простая схема астигматического преобразования лазерных мод

А.А.Малютин

Описана простая астигматическая схема получения сфокусированных лагерр-гауссовых пучков при $\pi/2$-конверсии эрмит-гауссовых мод излучения. Оценена зона вблизи фокальной области линзы, в которой пучок удовлетворяет условиям для захвата и удержания микрочастиц. Показано, что предлагаемая оптическая схема использует дробное преобразование Фурье, применение которого в $\pi/2$-конвертере продемонстрировано впервые.

Ключевые слова*: моды Лагерра – Гаусса, астигматическая оптика, фокусировка, дробное преобразование Фурье.*

1. Уникальные свойства пучков Лагерра – Гаусса (ЛГ) делают их привлекательными для различных применений, таких как манипуляции с микроскопическими биологическими объектами и материальными частицами [1, 2], захват атомов [3, 4] и управление их движением [5]. В большинстве случаев ЛГ-пучки должны быть сфокусированы в зависимости от конкретной цели в пятно, диаметр которого обычно составляет единицы или десятки микрометров. Типичная процедура получения таких пучков состоит из двух ступеней. Первая – генерация ЛГ-моды, вторая – собственно фокусировка в пятно нужного размера.

На первой ступени существуют две возможности получения ЛГ-моды. Одна – это использование созданных с помощью компьютера голограмм [6, 7], которые, в принципе, могут быть приготовлены почти для любого вида распределения исходного пучка. Другая возможность – преобразование исходной моды Эрмита – Гаусса (ЭГ) с помощью $\pi/2$-конвертера [8]. В основе последнего метода лежит сходство между разложением любой ЛГ-моды в ряд по базису ЭГ-мод

$$u_{nm}^{\mathrm{LG}}(x,y,z)=\sum_{k=0}^{N}\mathrm{i}^k b(n,m,k)u_{N-k,k}^{\mathrm{HG}}(x,y,z) \qquad (1)$$

и разложением ЭГ-моды, повернутой относительно декартовой системы координат на угол 45° («диагональной» моды),

$$u_{nm}^{\mathrm{HG}}\left(\frac{x+y}{\sqrt{2}},\frac{x-y}{\sqrt{2}},z\right)=\sum_{k=0}^{N}b(n,m,k)u_{N-k,k}^{\mathrm{HG}}(x,y,z). \qquad (2)$$

Единственная разница между выражениями (1) и (2) состоит в наличии в (1) коэффициента i^k, отсутствующего в (2) [8]. Таким образом, чтобы преобразовать любую ЭГ-моду порядка $n+m$ в соответствующую ЛГ-моду необходимо ввести фазовую задержку $\pi/2$ между членами последовательности в разложении (2). Это может быть осуществлено при использовании астигматического $\pi/2$-конвертера, схема которого предложена в [8], или любого другого конвертера из описанных в [9]. Фокусировка ЛГ-пучка может быть осуществлена обычным образом. Единственная предосторожность, которую следует соблюдать, это аккуратность юстировки, т. к. пучок ЛГ может быть существенно искажен такими аберрациями, как астигматизм и кома.

В настоящей статье мы рассмотрим метод получения сфокусированных ЛГ-пучков, который объединяет конверсию из ЭГ-моды и фокусировку в одной простой оптической схеме. Для объяснения принципа построения предлагаемой схемы необходимо напомнить некоторые основы оптики гауссовых пучков.

2. Хорошо известно, что распространение гауссова пучка в пространстве может быть описано двумя простыми соотношениями, дающими зависимость размера пучка w и кривизны его волнового фронта ρ от расстояния z [10]:

$$w(z)=w_0\left(1+\tan^2\theta\right)^{1/2}, \qquad (3)$$

$$\rho(z)=\frac{\tan\theta}{z_{\mathrm{R}}\left(1+\tan^2\theta\right)}, \qquad (4)$$

где $\theta=\arctan(z/z_{\mathrm{R}})$ – фаза Гуи [10] пучка для координаты z, измеряемой от положения перетяжки ($w_0=w(z=0)$); $z_{\mathrm{R}}=\pi w_0^2/\lambda$ – рэлеевская длина (или длина перетяжки) пучка (рис.1). В точках, соответствующих $\theta=\pm\pi/4$, пучок имеет одинаковые размеры и противоположные по знаку (максимальный и минимальный) ради-

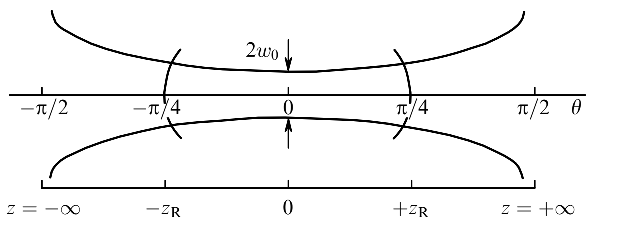

Рис.1. Профиль гауссова пучка в зависимости от изменения фазы Гуи $\theta=\arctan(z/z_{\mathrm{R}})$.

А.А.Малютин. Институт общей физики им. А.М.Прохорова РАН, Россия, 119991 Москва, ул. Вавилова, 38; тел.: (095) 135-03-27, факс: (095)135-20-55, e-mail: amal@kapella.gpi.ru

Поступила в редакцию 1 апреля 2003 г.

усы кривизны волнового фронта $\pm z_R/2$. При распространении пучка от любой из этих точек в точку $\theta = \pi/2$ разность накопленных фаз Гуи (НФГ) для них $\Delta\theta = \pi/2$, что определяется различием исходных координат на оси θ. Отметим, что, стартуя из разных точек пространства, в точке $\theta = \pi/2$ (или $z = \infty$) в обоих случаях пучок становится бесконечным. Распространение в бесконечность или дальнюю зону можно заменить распространением в фокальную область линзы, что приводит к тому же результату.

Для того чтобы использовать описанное свойство гауссова пучка для преобразования ЭГ-моды в ЛГ-моду, необходимо в некоторой фиксированной точке пространства иметь диагональную моду (2) с седлообразным волновым фронтом, т. е. таким, кривизны которого по осям x и y равны и противоположны по знаку. В соответствии с приведенной аргументацией, измененная таким образом ЭГ-мода, будучи сфокусированной, должна появиться в фокальной плоскости линзы в виде распределения, соответствующего ЛГ-моде излучения. Чтобы проверить, верны ли наши рассуждения, рассмотрим действие оптической схемы, приведенной на рис.2.

Схема на рис.2 состоит из двух совмещенных ортогонально цилиндрических линз с оптической силой $\pm 1/F$ (оптический квадруполь [11]) и сферической линзы с фокусным расстоянием f), расположенной от них на расстоянии L. Можно показать, что величина L в нашем случае не влияет на разность НФГ и для простоты может быть исключена из рассмотрения. Это легко понять, принимая во внимание, что согласно приведенному выше рассуждению исходный пучок должен распространяться в «бесконечность». $ABCD$-матрицами, описывающими распространение пучка от входа в оптический квадруполь в фокальную плоскость сферической линзы в плоскостях xz и yz, являются матрицы

$$T_{xz} = \begin{pmatrix} -f/F & f \\ -1/f - 1/F & 1 \end{pmatrix}, \; T_{yz} = \begin{pmatrix} f/F & f \\ -1/f + 1/F & 1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Расчет НФГ в этих плоскостях с использованием соотношения [12]

$$\tan\theta = \frac{\lambda B}{(A + B\rho)\pi w^2}, \quad (6)$$

где A и B – элементы $ABCD$-матрицы, и в предположении, что волновой фронт исходного ЭГ-пучка с $w = w_0$ является плоским ($\rho = 0$), дает

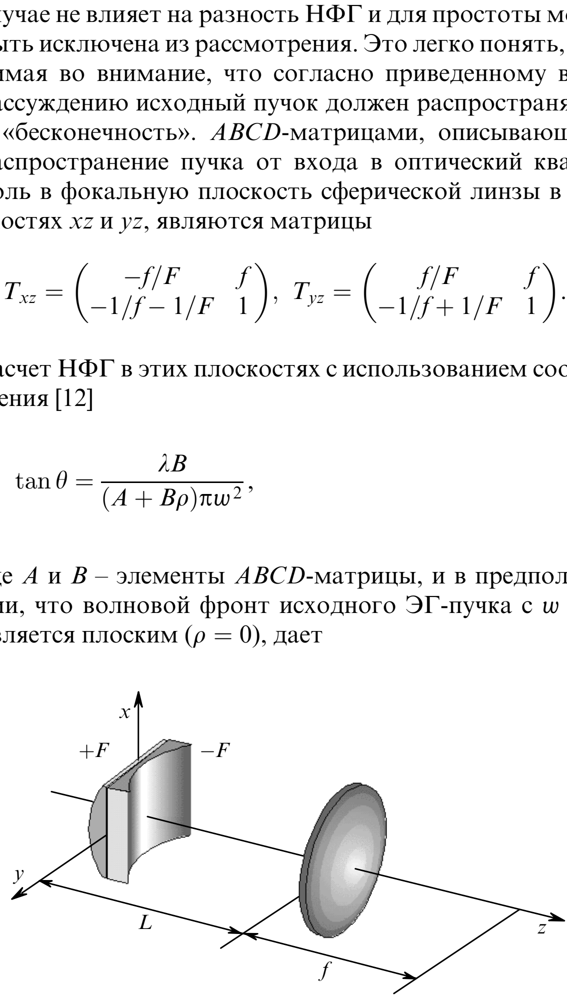

Рис.2. Простая оптическая схема преобразования ЭГ-моды в сфокусированную ЛГ-моду.

$$\tan\theta_{xz} = \frac{-F\lambda}{\pi w_0^2}, \quad \tan\theta_{yz} = \frac{F\lambda}{\pi w_0^2}. \quad (7)$$

В соответствии с (7) разность $\Delta\theta = \theta_{yz} - \theta_{xz} = \pi/2$ может быть достигнута только в том случае, если $w_0 = (F\lambda/\pi)^{1/2}$, и при этом не зависит от фокусного расстояния f.

Введение между элементами схемы на рис.2 дополнительного расстояния (L) или расширителя пучка (РП), например типа телескопа Кеплера, позволяет управлять размером пятна сфокусированной ЛГ-моды. Система с РП описывается матрицами

$$T'_{xz} = \frac{1}{M}\begin{pmatrix} -f/F & f \\ -M^2/f - 1/F & 1 \end{pmatrix},$$
$$T'_{yz} = \frac{1}{M}\begin{pmatrix} f/F & f \\ -M^2/f + 1/F & 1 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где M – коэффициент расширения и предполагается, что оптический квадруполь и сферическая линза находятся в сопряженных плоскостях перед и после РП. В соответствии с (8) размер пучка в фокальной плоскости сферической линзы $w_f = f(\lambda/\pi F)^{1/2} M^{-1}$ в обеих плоскостях xz и yz одинаков. Кривизны же волнового фронта оказываются различными:

$$\rho_{xz} = \frac{1}{f}\left(1 + \frac{M^2 F}{2f}\right), \quad \rho_{yz} = \frac{1}{f}\left(1 - \frac{M^2 F}{2f}\right). \quad (9)$$

Более того, при $M^2 F \gg 2f$ они равны, но противоположны по знаку. Это приводит к вариациям размера пучка, кривизны волнового фронта и НФГ вблизи фокальной плоскости линзы, что, в свою очередь, ограничивает область, в которой пучок может рассматриваться как чистая ЛГ-мода. Рассчитанные значения указанных трех параметров в плоскостях xz и yz, а также разность НФГ показаны на рис.3 (расчет проведен при $F = 85$ см, $f = 2$ см, $M = 5$, $\lambda = 0.63$ мкм). Результаты выполненного с использованием программы ФРЕНЕЛЬ [13] численного расчета распространения диагональной ЭГ-моды $u_{01}^{\rm HG}$ в окрестность фокальной плоскости сферической линзы (см. рис.2) приведены на рис.4. Как следует из рис.3,*а* и 4, размер зоны, в которой имеется эллиптичность пучка $d_{\max}/d_{\min}$, не превышающая 1.3 (если пользоваться методом измерения диаметра пучка d на основе вторых моментов [14]), и происходит снижение «барьера» интенсивности вокруг осевой точки менее чем на 6.9 %*, составляет примерно $\pm 0.14 z_{\rm r}$ ($z_{\rm r} = \pi w_f^2/\lambda$) вблизи фокальной плоскости линзы.

Можно заметить (рис.3,*в*), что при $z/z_{\rm r} = 0$ величина НФГ в плоскостях xz и yz равна соответственно $3\pi/4$ и $\pi/4$. В терминах дробных фурье-преобразований (ФП) [15] это аналогично выполнению полутора ФП этого пучка в плоскости xz и половины ФП в ортогональной плоскости yz, т.е. имеем ФП порядка $a = 3/2$ ($\mathscr{F}^a[u_{nm}^{\rm GH}(x,y)]_x$) и порядка $b = 1/2$ ($\mathscr{F}^b[u_{nm}^{\rm GH}(x,y)]_y$). Следовательно, схема на рис.2 есть ничто иное, как $\pi/2$-конвертер на основе дробных ФП. Дополнительный кеплеровский РП, установленный перед сферической линзой, добавляет еще по два ФП в каждой из плоскостей xz и yz.

*За меру непостоянства максимальной интенсивности в кольцевом распределении принята разность $1 - I_{\max}(\varphi)/I_{\max}^{\rm abs}$, где $I_{\max}^{\rm abs}$ – абсолютный максимум в распределении пучка; φ - полярный угол.

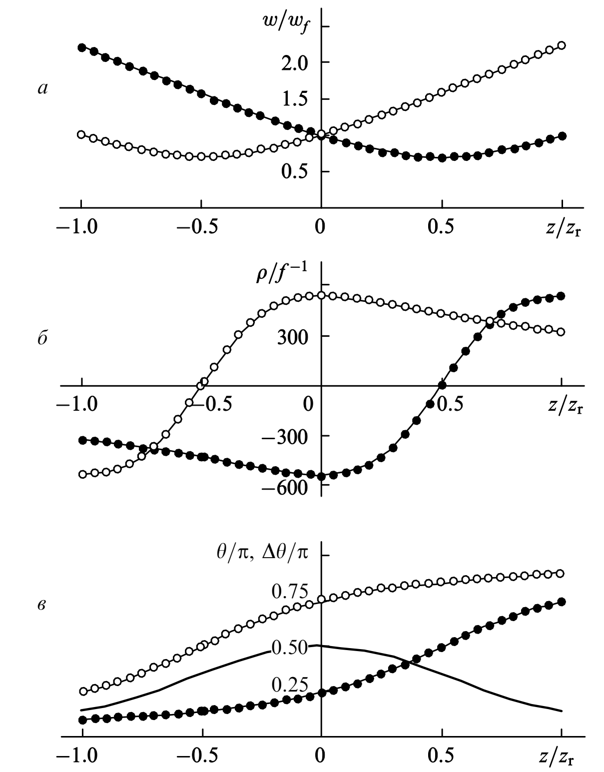

Рис.3. Изменения в плоскостях xz (○) и yz (●) нормированных размера пучка w/w_f (*а*), кривизны волнового фронта ρ/f^{-1} (*б*) и НФГ θ/π (*в*) вблизи фокальной плоскости фокусирующей линзы. Сплошная линия – разность НФГ $\Delta\theta/\pi$. Нормированная координата $z/z_r = 0$ соответствует фокальной плоскости линзы с фокусным расстоянием f.

расстоянием $F/\sqrt{2}$ и оптическим квадруполем*, аналогичным установленному на входе. Расстояние между всеми тремя элементами должно равняться $F/\sqrt{2}$, как показано на рис.5. Сферическая линза и второй оптический квадруполь возвращают размер пучка и кривизну его волнового фронта к исходным значениям. При этом накапливается необходимая фазовая задержка $\pi/2$ между нормальными компонентами диагональной ЭГ-моды. В результате на выходе оптической системы появляется недеформированная ЛГ-мода, которая распространяется в свободном пространстве без каких-либо искажений и может быть сфокусирована дополнительной линзой в пятно необходимого размера. $ABCD$-матрицами в соответствующих плоскостях схемы на рис.5 являются матрицы

$$T''_{xz} = \begin{pmatrix} \cos\dfrac{3\pi}{4} & F\sin\dfrac{3\pi}{4} \\ -\dfrac{1}{F}\sin\dfrac{3\pi}{4} & \cos\dfrac{3\pi}{4} \end{pmatrix},$$

$$T''_{yz} = \begin{pmatrix} \cos\dfrac{\pi}{4} & F\sin\dfrac{\pi}{4} \\ -\dfrac{1}{F}\sin\dfrac{\pi}{4} & \cos\dfrac{3}{4} \end{pmatrix}. \qquad (11)$$

4. Таким образом, продемонстрирована возможность преобразования ЭГ-моды в ЛГ-моду с одновременной фокусировкой последней в пятно небольшого размера. Согласно численным расчетам полезный для целей захвата и удержания микрочастиц диапазон вдоль

$-0.135z_r$	$-0.07z_r$	0	$+0.07z_r$	$+0.14z_r$
93.13 %	98.23 %	99.95 %	98.2 %	93.1 %

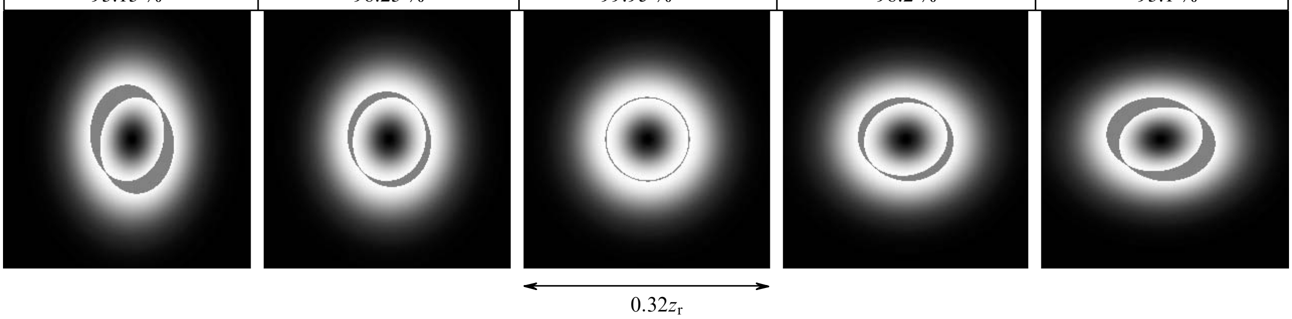

Рис.4. Изменения интенсивности ЛГ-моды вблизи фокальной плоскости линзы с фокусным расстоянием f. Цифры в первом ряду над рисунками – расстояние от фокальной плоскости; цифры во втором ряду – уровень эквиденсит (в процентах от максимальной интенсивности), являющихся границами выделенных зон.

Поэтому, в принципе, кривые для НФГ на рис.3,*в* должны быть смещены в этом случае по вертикальной оси на единицу вверх. Это, однако, не меняет сущности оптической схемы, хотя ни выражение (5), ни выражение (8) не совпадают с канонической формой $ABCD$-матрицы дробного ФП ($a = 2\theta/\pi$), которая должна иметь вид [16]

$$\begin{pmatrix} \cos\theta & f'\sin\theta \\ -\sin\theta/f' & \cos\theta \end{pmatrix}, \qquad (10)$$

где f' – масштаб дробного ФП.

3. Схема на рис.2 может быть трансформирована в «идеальный» $\pi/2$-конвертер на основе дробного ФП заменой сферической линзы с фокусным расстоянием f двумя другими элементами: сферической линзой с фокусным

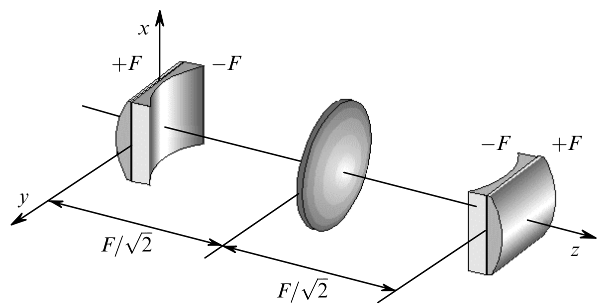

Рис.5. Оптическая схема $\pi/2$-конвертера мод на основе дробного ФП с порядками 3/2 (плоскость xz) и 1/2 (плоскость yz).

* Оптический квадруполь может быть заменен линзой с плоской и торической поверхностями.

оптической оси фокусирующей линзы предлагаемой схемы составляет примерно $\pm 0.14 z_{\mathrm{r}}$ при условии, что допустимы некоторая эллиптичность пучка ($d_{\max}/d_{\min} = 1.3$) и понижение «барьера» интенсивности вокруг осевой точки на 6.9 %. Показано, что предложенная схема аналогична $\pi/2$-конвертеру, основанному на дробных ФП порядков 3/2 и 1/2. Данная схема может быть трансформирована для получения чистой ЛГ-моды излучения с сохранением порядка ФП.

Работа выполнена в рамках программы Президиума РАН «Фемтосекундная оптика и физика сверхсильных лазерных полей» (Госконтракт № 66/03) и при поддержке РФФИ (грант № 02-02-17718).

1. O'Neil A.T., Courtial J. *Opt. Commun.*, **193**, 45 (2001).
2. MacDonald M.P., Paterson L., Armstrong G., Arlt J., Bryant P.E., Sibbett W., Dholakia K. *Tech. Dig. Intern. Conf. on Advanced Laser Technologies (ALT-02)* (Adelboden, Switzerland, 2002, p. 26).
3. Kuga T., Torii Y., Shiokawa N., Hirano T., Shimizu Y., Sasada H. *Phys. Rev. Lett.*, **78**, 4713 (1997).
4. Wright E.M., Arlt J., Dholakia K. *Phys. Rev. A*, **63**, 013608 (2001).
5. Rhodes D.P., Lancaster G.P.T., Livesey J., McGloin D., Arlt J., Dholakia K. *Opt. Commun.*, **214**, 247 (2002).
6. He H., Heckenberg N.R., Rubinsztein-Dunlop H.J. *J. Mod. Opt.*, **41**, 217 (1995).
7. Arlt J., Dholakia K., Allen L., Padgett M.J. *J. Mod. Opt.*, **45**, 1231 (1998).
8. Beijersbergen M.W., Allen L., van der Veen H.E.L.O., Woerdman J.P. *Opt. Commun.*, **96**, 123 (1993).
9. Malyutin A.A. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **4900**, 908 (2002).
10. Siegman A.E. *Lasers* (Mill Valley, CA: Univ. Science Books, 1986).
11. Nemes G., Siegman A.E. *J. Opt. Soc. Am. A*, **11**, 2257 (1994).
12. Erden M.F., Ozaktas H.N. *J. Opt. Soc. Am. A*, **14**, 2190 (1997).
13. Епатко И.В., Малютин А.А., Серов Р.В., Соловьев Д.А., Чулкин А.Д. *Квантовая электроника*, **25**, 717 (1998).
14. International Standards Organization, document 11146:1999. *Test Methods for Laser Beam Parameters: Beam Width, Divergence and Beam Propagation Factor*.
15. Alieva T., Bastiaans M.J., Calvo M.L. *Recent Research Developments in Optics*, **1**, 105 (2001).
16. Lohmann A.W. *J. Opt. Soc. Am. A*, **10**, 2181 (1993).