

Метод расчета характеристик частично когерентного излучения в турбулентной среде с регулярной рефракцией

В.В.Дудоров, В.В.Колосов

Рассматривается задача распространения частично когерентного (случайного) волнового поля в неоднородных средах. На основе решения уравнения для функции когерентности второго порядка методом дифракционных лучей найден алгоритм учета влияния рефракции (линейной и нелинейной) и турбулентностных флуктуаций показателя преломления на изменение радиуса пучка и радиуса когерентности при распространении излучения с произвольной начальной когерентностью на атмосферных трассах.

Ключевые слова: частичная когерентность, рефракция, турбулентность.

1. Введение

Необходимость исследования распространения частично когерентного (случайного) волнового поля в неоднородных случайных средах проявляется в задачах распространения мощного лазерного излучения на атмосферных трассах, при исследовании формирования диаграммы направленности сверхлюминесцентных (например, рентгеновских) лазеров, активные среды которых характеризуются существенными флуктуациями диэлектрической проницаемости, а также для лазеров, резонаторы которых содержат турбулентную среду.

Получение точных решений задачи одновременного учета влияния рефракции и флуктуаций диэлектрической проницаемости среды на характеристики случайного волнового поля связано с большими трудностями. В связи с этим исследователями разработан ряд приближенных методов, основанных на решении уравнения переноса [1, 2], либо фурье-сопряженного ему уравнения [3]. Часто используют и метод статистических испытаний на основе параболического волнового уравнения [1, 4–10]. При использовании метода статистических испытаний для задач распространения частично когерентного излучения в условиях нелинейной ветровой рефракции используются стационарные волновое и материальное уравнения, что является справедливым, если время когерентности много больше времени нелинейного отклика. Но для реальных мощных пучков с диаметром сечения порядка метра начальная расходимость превышает в несколько раз (а чаще на порядок и более) дифракционную, а время когерентности, как правило, на несколько порядков меньше времени нелинейного отклика среды.

В настоящей работе предложен метод расчета, позволяющий в рамках единого подхода при произвольной начальной когерентности найти эффективные численные алгоритмы. Основной целью работы является проверка

работоспособности метода для задач, когда необходим совместный учет рефракции и турбулентности.

Метод основан на построении «дифракционных лучей» – лучевых траекторий, в каждой точке которых направление касательной совпадает с направлением потока энергии (при когерентном излучении) или среднего потока энергии (при частично когерентном излучении). Данные лучевые траектории образуют лучевые трубки, для которых, как и для трубок, образованных геометрическими лучами, выполняется закон сохранения переносимой вдоль них энергии. Однако в отличие от геометрических лучей построение данных траекторий выполнено с учетом дифракционных эффектов, что дает основание называть их дифракционными лучами. Задача решается в рамках паракиального приближения. Для реализации вышеуказанного метода авторами предполагается сохранение параболического вида поверхности среднего фазового фронта с характерным размером, равным радиусу когерентности [11].

2. Метод решения

Для исследования распространения частично когерентного волнового поля $E(z, \mathbf{r})$ в среде с неоднородным распределением комплексной диэлектрической проницаемости используем уравнение функции когерентности второго порядка $\Gamma_2(z, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle E(z, \mathbf{r}_1)E^*(z, \mathbf{r}_2) \rangle$. С учетом флуктуаций показателя преломления данное уравнение имеет следующий вид:

$$2ik \frac{\partial \Gamma_2}{\partial z} + (\Delta_{\perp 1} - \Delta_{\perp 2})\Gamma_2 + k^2[\Delta \varepsilon(z, \mathbf{r}_1) - \Delta \varepsilon^*(z, \mathbf{r}_2)] \times \Gamma_2(z, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + \frac{ik^3}{2} H(z, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)\Gamma_2(z, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = 0,$$

где $\Delta_{\perp i}$ – поперечный лапласиан; k – волновое число; z – координата вдоль оси распространения; \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 – радиус-векторы в плоскости, перпендикулярной оси распространения излучения; $\Delta \varepsilon(z, \mathbf{r}) = \varepsilon(z, \mathbf{r}) + i\sigma(z, \mathbf{r})$ – возмущение комплексной диэлектрической проницаемости; функция $H(z, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$ выражается при помощи двумерного пре-

образования Фурье через трехмерную спектральную плотность флуктуаций диэлектрической проницаемости среды Φ_ε :

$$H(z, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} [1 - \cos \omega_\perp (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)] \Phi_\varepsilon(\omega_\perp) d^2 \omega_\perp.$$

Для линейной рефракционной среды данное уравнение является следствием параболического уравнения. Для нелинейной среды оно может быть получено из параболического уравнения при определенных условиях, позволяющих выполнить «расщепление» при усреднении произведения флуктуирующих диэлектрической проницаемости и поля, что физически означает выполнение условий, при которых наведенные (нелинейные) флуктуации диэлектрической проницаемости оказывают слабое влияние на флуктуации поля. Это, как правило, наблюдается для пучков с малым по сравнению с нелинейным откликом среды временем когерентности и не выполняется для обратного соотношения этих времен [1, 9, 12–14].

При переходе к суммарным и разностным координатам $\mathbf{R} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$ и $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ уравнение для функции когерентности примет следующий вид:

$$\frac{\partial \Gamma_2}{\partial z} + \frac{1}{k_1} \nabla_{\mathbf{R}} \nabla_{\boldsymbol{\rho}} \Gamma_2 + \frac{k}{2i} \left[\Delta \varepsilon \left(z, \mathbf{R} + \frac{\boldsymbol{\rho}}{2} \right) - \Delta \varepsilon^* \left(z, \mathbf{R} - \frac{\boldsymbol{\rho}}{2} \right) \right] \Gamma_2 + \frac{k^2}{4} H(z, \boldsymbol{\rho}) \Gamma_2(z, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = 0. \quad (1)$$

Получение аналитических решений данного уравнения возможно только для параболического вида комплексной диэлектрической проницаемости среды и функции $H(z, \boldsymbol{\rho})$. Непростой задачей является и численное решение уравнения (1). Это связано с его высокой размерностью – функция когерентности зависит от пяти пространственных переменных. В литературе приводятся численные решения данного уравнения для осесимметричных задач, в которых размерность уравнения уменьшается до четырех [15], либо решения, полученные на основе метода уравнения переноса [1–3, 16–18], без учета искривления лучевых траекторий, обусловленного неоднородным поглощением.

Предположение о том, что поверхности среднего фазового фронта являются достаточно плавными и могут быть аппроксимированы поверхностью второго порядка в пределах радиуса когерентности a_c , который считаем меньше характерного масштаба изменения фазы в поперечном сечении пучка, позволяет нам аппроксимировать в уравнении (1) выражение в квадратных скобках и функцию $H(z, \boldsymbol{\rho})$ квадратичными функциями по разностному аргументу. Использование параболической аппроксимации для функции H [1, 19, 20] или для структурной функции фазы [17, 21, 22] при решении задачи изменения радиуса пучка и его радиуса когерентности в турбулентной среде является распространенным приемом. Физически это означает, что предполагается сохранение гауссовой формы пучка на трассе и сохранение «сферичности» среднего фазового фронта во всей поперечной плоскости.

Далее, представляя функцию когерентности в виде $\Gamma_2(z, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = \gamma(z, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) \exp i\varphi(z, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho})$, где γ и φ – вещественные функции, аналогично [11, 23, 24] получаем следующую систему лучевых уравнений:

$$\frac{d^2 \mathbf{R}}{dz^2} = \frac{1}{2} \nabla_{\mathbf{R}} \varepsilon + \frac{1}{k^2 I} (\nabla_{\boldsymbol{\rho}} \nabla_{\mathbf{R}} \nabla_{\boldsymbol{\rho}} \gamma) \Big|_{\boldsymbol{\rho}=0}, \quad (2)$$

$$\frac{d^2 \boldsymbol{\rho}}{dz^2} = (\boldsymbol{\rho} \nabla_{\mathbf{R}}) \left[\frac{1}{2} \nabla_{\mathbf{R}} \varepsilon + \frac{1}{k^2 I} (\nabla_{\boldsymbol{\rho}} \nabla_{\mathbf{R}} \nabla_{\boldsymbol{\rho}} \gamma) \Big|_{\boldsymbol{\rho}=0} \right], \quad (3)$$

$$\gamma(z, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = \frac{\gamma_0(\mathbf{R}_0, \boldsymbol{\rho}_0)}{|d\mathbf{R}/d\mathbf{R}_0|} \exp \left[-\tau(z, \mathbf{R}(z)) - \frac{1}{2} \left(\frac{\boldsymbol{\rho}}{2} \nabla_{\mathbf{R}} \right)^2 \times \tau(z, \mathbf{R}(z)) - \frac{1}{2} D_S^2(z, \boldsymbol{\rho}(z)) \right], \quad (4)$$

где $I(z, \mathbf{R}) = \gamma(z, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho} = 0)$ – средняя интенсивность излучения;

$$\tau(z, \mathbf{R}(z)) = k \int_0^z dz' \sigma(z', \mathbf{R}(z'));$$

$$\frac{1}{2} D_S^2(z, \boldsymbol{\rho}(z)) = \frac{k^2}{4} \int_0^z dz' H(z', \boldsymbol{\rho}(z'));$$

D_S^2 – структурная функция флуктуаций фазы.

Так же, как и в [11, 23, 24] предположим, что начальное распределение модуля функции когерентности по разностной координате имеет гауссово распределение:

$$\gamma_0(\mathbf{R}_0, \boldsymbol{\rho}_0) = I_0(\mathbf{R}_0) \exp \left(-\frac{\boldsymbol{\rho}_0^2}{4a_\rho^2} \right), \quad (5)$$

где a_ρ – эффективный масштаб изменения модуля функции когерентности по разностной координате. Для пучков с произвольным распределением интенсивности излучения это выражение справедливо в приближении квазиоднородности флуктуаций поля ($a_{c0} \ll a_0$). В этом случае параметр a_ρ совпадает с радиусом когерентности a_{c0} . Для гауссова распределения интенсивности выражение (5) является точным (приближение квазиоднородности не является необходимым), и тогда a_ρ связан с радиусом когерентности и радиусом пучка a_0 следующим образом:

$$a_\rho^{-2} = a_0^{-2} + a_{c0}^{-2}. \quad (6)$$

Из структуры выражения (4) видно, что модуль функции когерентности сохраняет гауссову форму по разностной координате.

Система уравнений (2)–(4) с начальными условиями, определенными выше, является замкнутой. Эта система уравнений позволяет выполнить построение численного алгоритма, на основании которого можно получить решения для пучков с произвольным распределением интенсивности и произвольной начальной когерентностью при распространении в неоднородных случайных средах. В данном случае схема расчета не отличается от расчетов для задач с регулярной рефракцией, рассмотренной в [11].

Отметим также, что полученная система лучевых уравнений позволяет выполнять расчеты на сетке с переменным шагом в плоскости, перпендикулярной оси распространения, что является важным для случая, когда имеет место сильная пространственная неоднородность интенсивности излучения. Так как эта неоднородность распределения интенсивности обусловлена сгущением дифракционных лучей, то сетка, узлами которой явля-

ются точки пересечения дифракционных лучей с данной плоскостью, автоматически адаптируется к искажениям пучка, причем адаптация происходит как для коллимированных, так и для сфокусированных пучков.

Апробация данного алгоритма для решения задачи распространения частично когерентного излучения в неоднородных регулярных средах (без учета влияния турбулентности), а также расчеты влияния неоднородности поглощения на рефракцию излучения представлены в работах [11, 23–25]. В настоящей работе основное внимание уделено модификации метода дифракционных лучей с целью учета турбулентных искажений оптических пучков.

3. Турбулентные искажения пучка

Квадратичная аппроксимация структурной функции флуктуаций фазы D_S^2 вида

$$\begin{aligned} & \exp \left[-\frac{1}{2} D_S^2(z, z_0 = 0, \rho, \rho') \right] \\ &= \exp \left[-\rho_0^{-5/3} \int_0^1 d\zeta |\rho\zeta + (1-\zeta)\rho'|^{5/3} \right] \\ &\approx \exp \left[-\rho_0^{-2} \int_0^1 d\zeta |\rho\zeta + (1-\zeta)\rho'|^2 \right], \end{aligned} \quad (7)$$

где $\rho_0 = (0.37C_\epsilon^2 k^2 z)^{-3/5}$ – радиус когерентности поля плоской волны в турбулентной среде; C_ϵ^2 – структурная характеристика флуктуаций диэлектрической проницаемости, используемая многими авторами [17, 21, 22]. В нашем методе предположение о том, что поверхности среднего фазового фронта могут быть аппроксимированы поверхностью второго порядка в пределах размера радиуса когерентности, позволяет нам аппроксимировать функцию $H(z, \rho)$ квадратичной функцией разностного аргумента:

$$H(z, \rho) \approx b\rho^2. \quad (8)$$

Аналогичная аппроксимация используется в работах [1, 19, 20]. Отличие состоит в выборе параметра b . В указанных работах для аппроксимации используется трехмерная спектральная плотность флуктуаций диэлектрической проницаемости:

$$b = \int_0^\infty d\mathbf{\kappa}_\perp \kappa_\perp^3 \Phi_\epsilon(\mathbf{\kappa}_\perp) = 1.64 C_\epsilon^2 l_0^{-1/3},$$

где l_0 – внутренний масштаб турбулентности.

В соответствии с этим, параболический вид поперечной структурной функции эйконала, используемый для ρ меньшего внутреннего масштаба турбулентности,

$$D_S(\rho, z) = \begin{cases} 0.73 C_\epsilon^2 z \rho^{5/3} & \text{при } \rho \gg l_0, \\ 0.82 C_\epsilon^2 z l_0^{-1/3} \rho^2 & \text{при } \rho \ll l_0, \end{cases}$$

принимается таковым и для всех значений ρ , т. е.

$$D_S(\rho, z) = 0.82 C_\epsilon^2 z l_0^{-1/3} \rho^2.$$

В нашем случае параметр b находится следующим образом. Выражение $H(z, \rho) \approx b(z)\rho^2$ при отсутствии ре-

фракции и неоднородного поглощения позволяет нам из системы лучевых уравнений (2)–(4) получить известное уравнение [1] для нормированной эффективной площади $g(z) = I(z=0, \mathbf{R}=0)/I(z, \mathbf{R}=0)$ следующего вида:

$$\frac{d^3 g}{dz^2} = \frac{2}{a_0^2} b(z). \quad (9)$$

Однако для задачи нахождения средней интенсивности первоначального гауссова пучка на оси при распространении в однородной турбулентной среде со структурной функцией флуктуаций диэлектрической проницаемости, подчиняющейся закону двух третей, в условиях отсутствия рефракции и поглощения известно точное решение [26]:

$$g^{-1}(z) = g_0^{-1}(z) \int_0^\infty \exp(-t - ut^{5/3}) dt, \quad (10)$$

где

$$u = 0.138 C_\epsilon^2 k^2 z \left(\frac{2a_\rho}{[1 + k^2 a_0^2 a_\rho^2 (1/z + 1/F)^2]^{1/2}} \right)^{5/3};$$

F – фокусное расстояние; $g_0(z)$ – эффективная площадь пучка в однородной среде, т. е. $g_0(z) = (1 + z/F)^2 + z^2/k^2 a_0^2 a_\rho^2$ для $C_\epsilon = 0$.

Для совпадения асимптотического решения уравнения (9) с известной асимптотикой Рытова нормированной эффективной площади пучка [26], полученной из решения (10) в пределе $u \gg 1$,

$$g^2(z) = g_0^2(z) + 3.6 \frac{z^2}{k^2 a_0^2 \rho_s^2}, \quad (11)$$

где $\rho_s = (3/8 0.37 C_\epsilon^2 k^2 z)^{-3/5} = 1.8\rho_0$ – радиус когерентности сферической волны, необходимо выбрать следующий вид функции $b(z)$:

$$b(z) = 4.65 k^{-2} (0.37 C_\epsilon^2 k^2 z)^{6/5} z^{1/5}. \quad (12)$$

Поскольку такой выбор параметра b опирается на асимптотику Рытова, то наблюдается хорошее совпадение результатов данного метода с точным решением в области $u \gg 1$. Это соответствует условиям распространения, когда второе слагаемое в правой части (11) превышает первое, т. е. турбулентное уширение превосходит геометрические размеры пучка в однородной среде. В области малых значений u , где вклад турбулентности в уширение пучка мал, ошибка тоже не может быть большой. Для выяснения вопроса о точности метода, когда турбулентное уширение пучка сравнимо с его размерами в отсутствие турбулентности, были проделаны расчеты в области значений $u \simeq 1$. Результаты для радиуса пучка сравнивались с точным решением (10) из [26]. Также сравнение было выполнено и для значений эффективного радиуса пучка и радиуса когерентности, полученных с использованием аппроксимации (7) в [22]:

$$a_{\text{eff}}(z) = a_0 \left[\left(1 - \frac{z}{F} \right)^2 + \Omega^{-2} \left(1 + \frac{a_0^2}{a_{c0}^2} + \frac{4a_0^2}{3\rho_0^2} \right) \right]^{1/2}, \quad (13)$$

$$a_c(z) = \rho_0 \left\{ \left[\left(1 - \frac{z}{F} \right)^2 + \Omega^{-2} \left(1 + \frac{a_0^2}{a_{c0}^2} \right) + \frac{4q}{3\Omega} \right] \right\}$$

$$\times \left[1 - \frac{z}{F} + \frac{1}{3} \frac{z^2}{F^2} + \frac{1}{3} \Omega^{-2} \left(1 + \frac{a_0^2}{a_{c0}^2} \right) + \frac{1}{3} \frac{q}{\Omega} + \frac{1}{4} \frac{a_0^2}{a_{c0}^2} (q\Omega)^{-1} \right]^{-1} \Bigg\}^{1/2}, \quad (14)$$

где $\Omega = ka_0^2/z$ – число Френеля; $q = z/k\rho_0^2$.

В нашем случае значение радиуса когерентности вычисляется по формуле

$$a_c(z) = a_{c0}g(z) \left[1 + k^2 a_{c0}^2 \int_0^z b(z')g^2(z')dz' \right]^{-1/2}. \quad (15)$$

Расчеты были выполнены как для однородных, так и для неоднородных трасс. Размер пучка варьировался от 1 см до 10 м, область изменений C_e^2 охватывала весь возможный для атмосферы диапазон, дистанции брались от 100 м до 500 км. Характерное поведение указанных решений для ряда ситуаций представлено ниже.

На рис.1 приведены результаты сравнения решений для однородной трассы. Решение, полученное из системы уравнений (2)–(4), в начале дистанции, отличаясь от точного [26], практически совпадает с приближенным решением (13)–(14). Однако с увеличением дистанции решение (2)–(4) стремится к точному, в то время как решение [22] с точным расходитя. Еще лучшее совпадение можно наблюдать при аналогичных расчетах для сфокусированного пучка и пучка с большей начальной когерентностью (т. е. меньшей расходимостью). Это объясняется тем, что при равных турбулентных условиях первое слагаемое в (11) становится меньше второго, что соответствует большим значениям параметра u , и следовательно, более быстрому достижению условий распространения, близких к асимптотическим (рис.2).

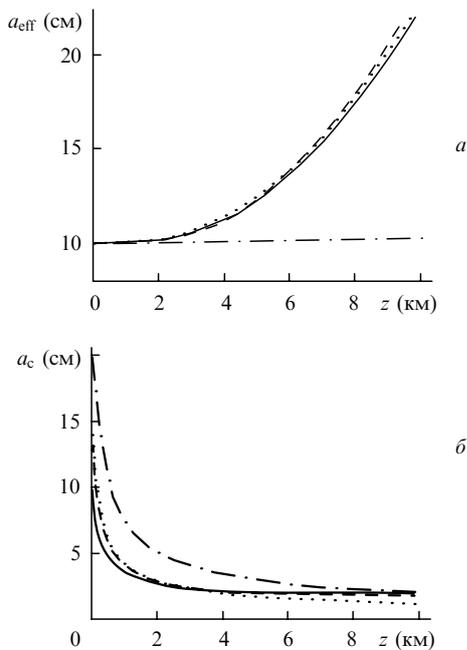


Рис.1. Зависимости эффективного радиуса пучка (а) и радиуса когерентности (б) от z в однородной турбулентной среде ($C_e^2 = 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$, $\lambda = 1.06 \text{ мкм}$) при $\rho_0 = 8.5 \times 10^{-3} \text{ м}$ для решения уравнений (2)–(4) (сплошная линия), для точного решения [26] (пунктирная линия), для приближенного решения (13) (штриховая линия), для зависимости, соответствующей дифракционному расплыванию пучка (штрих-пунктирная линия).

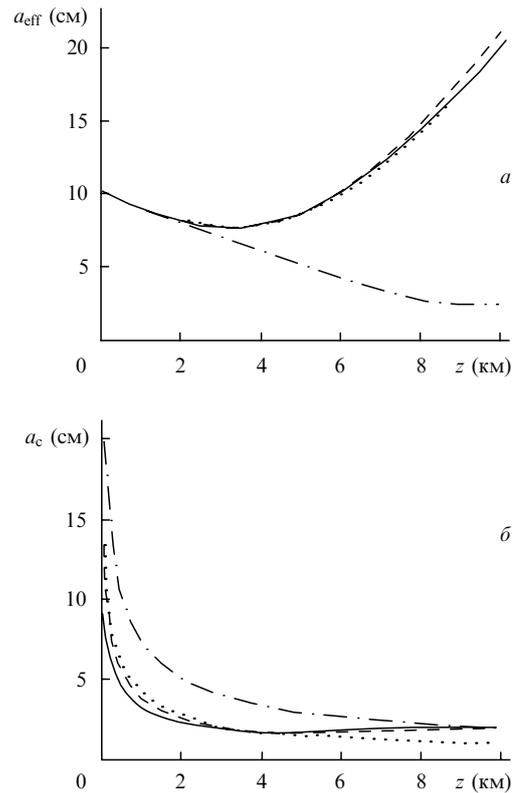


Рис.2. Зависимости эффективного радиуса (а) и радиуса когерентности (б) сфокусированного в конце дистанции пучка в однородной турбулентной среде. Обозначения, а также параметры излучения и трассы те же, что и на рис.1.

На основе метода дифракционных лучей были выполнены численные расчеты для задачи распространения лазерных пучков в условиях турбулентности на высотных трассах Н–V-модели турбулентности, рассмотренной в [27]:

$$C_e^2(h) = 0.0010989(v/27)^2(10^{-5}h) \exp(-h/1000) + 0.4995 \times 10^{-16} \exp(-h/1500) + C_e^2(h=0) \exp(-h/100),$$

учитывающей высоту h в метрах, эффективную скорость ветра v в метрах в секунду на высоте 10 км и номинальное значение турбулентности (параметр C_e^2) у поверхности земли (рис.3).

На рис.4,а приведены изменения эффективного радиуса пучка, вычисленного представленным методом

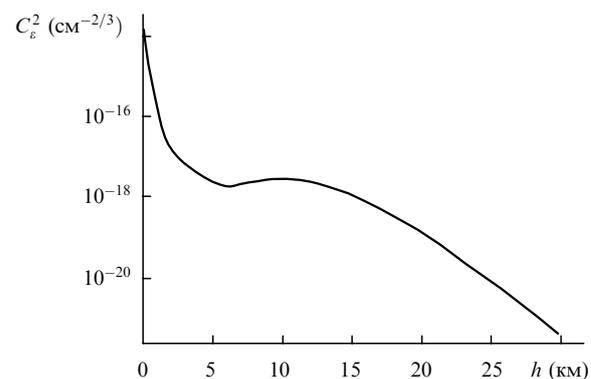


Рис.3. Высотный профиль параметра $C_e^2(h)$ в соответствии с Н–V-моделью при $C_e^2(0) = 2 \times 10^{-14} \text{ см}^{-2/3}$, $v = 20 \text{ м/с}$.

(кривая 1), и за счет дифракционного уширения (кривая 2), а также точное значение эффективного радиуса в конце дистанции [26], а на рис.4,б представлено соответствующее изменение радиуса когерентности, определяемого по формуле (15), и приближенное значение [22], вычисленное в конце дистанции по формуле (14).

Как отмечалось выше, несмотря на то что параметр $b(z)$ (12) выбирался из соображений совпадения получаемого решения с асимптотикой точного решения задачи распространения в среде с однородной турбулентностью при $u \gg 1$, такой выбор позволяет получать решения с высокой точностью как для $u \sim 1$, так и для неоднородных трасс. При сравнении наших расчетов с точными решениями для разных трасс и моделей турбулентности было выявлено, что ошибка при нахождении эффективного размера пучка, получаемого методом дифракционных лучей, составляет менее 5% во всей области изменения параметров пучка и атмосферы.

Таким образом, из представленных результатов следует, что метод дифракционных лучей позволяет с высокой точностью рассчитывать раздельное влияние рефракционных (линейных и нелинейных) и турбулентных эффектов на распространение лазерного излучения.

Далее рассмотрим применимость представленного метода при совместном влиянии данных эффектов на распространение частично когерентного излучения. С этой целью для задачи распространения излучения в среде с параболическим распределением возмущения средней диэлектрической проницаемости $\Delta\epsilon = \epsilon_2 R^2$ и колмогоровским спектром флуктуаций диэлектрической проницаемости среды, для которого $H(\rho) = 0.47 C_\epsilon^2 \rho^{5/3}$, было выполнено сравнение решений, получаемых из системы (2)–(4) с использованием (8) и (12), с аналитическим решением задачи распространения оптического излучения [19]:

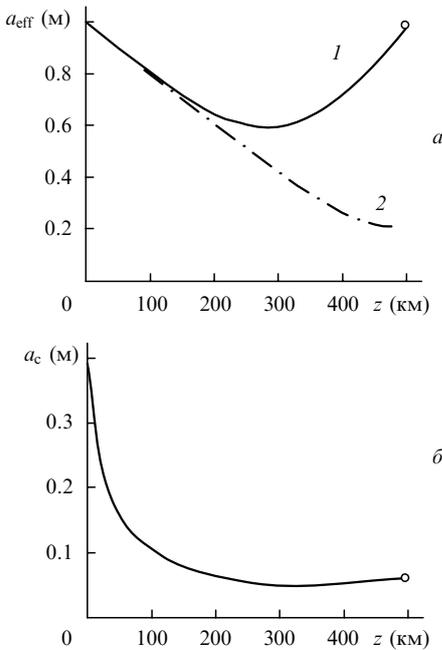


Рис.4. Изменение эффективного радиуса (1) и его дифракционного уширения (2) (а), а также радиуса когерентности (б) сфокусированного пучка с дистанцией при распространении на слабонаклонной высотной трассе для Н–V-модели турбулентности. Высота источника 21.6 км, угол к горизонту 2.2°. Точками показаны значения a_{eff} и a_c в конце трассы.

$$I(z, \mathbf{R}) = \Gamma_2(z, \mathbf{R}, \rho = 0) = \frac{k^2 a_0^2}{2u_2^2} \times \int_0^\infty \exp \left[-\frac{r^2}{4a_p^2} f(z) - J(r, z) \right] J_0 \left(\frac{kr\mathbf{R}}{u_2(z)} \right) r dr,$$

где $f(z) = 1 + k^2 a_0^2 a_p^2 (1/F + u_1/u_2)^2$;

$$J(\rho, z) = -0.47 \frac{\pi k^2}{4} C_\epsilon^2 \rho^{5/3} \frac{1}{u_2^{5/3}(z)} \int_0^z u_2^{5/3}(t) dt;$$

$$u_1(z) = \begin{cases} \cosh(z/L_r), & \epsilon_2 > 0, \\ \cos(z/L_r), & \epsilon_2 < 0; \end{cases}$$

$$u_2(z) = \begin{cases} L_r \sinh(z/L_r), & \epsilon_2 > 0, \\ L_r \sin(z/L_r), & \epsilon_2 < 0; \end{cases}$$

$L_r = |\epsilon_2|^{-1/2}$ – длина рефракции;

$$\epsilon_2 = \left. \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Delta\epsilon}{\partial R^2} \right|_{R=0};$$

J_0 – функция Бесселя нулевого порядка.

Отметим, что ошибка численного решения данных уравнений составляет доли процента. Поэтому отличие получаемых численных решений от аналитического решения определяется погрешностью представленного метода, а не погрешностью его численной реализации. Относительная ошибка вычисления эффективного радиуса пучка a (как и при распространении в среде без рефракции) составляет менее 5% при распространении в дефокусирующей рефракционной среде. Однако для фокусирующей среды предлагаемый метод дает более заметные отличия от точного решения. Так, например, относительная ошибка вычисления эффективного радиуса пучка составляет около 15% на дистанции, равной одной длине рефракции, и возрастает при приближении к рефракционному фокусу до двух и более раз. Но для большинства практических ситуаций распространение излучения в атмосфере характеризуется совместным влиянием тепловой дефокусировки и турбулентности, а для дефокусирующей среды предлагаемый в настоящей работе метод дифракционных лучей позволяет получать решения с достаточно высокой точностью.

На рис.5 представлено изменение эффективного радиуса сфокусированного пучка с дистанцией при распространении частично когерентного импульса длительностью $\tau = 0.2 \times 10^{-3}$ с в условиях турбулентности и тепловой нелинейности. Считая, что наведенными флуктуациями температуры можно пренебречь, для возмущения температуры среды мы использовали уравнение

$$\frac{\partial T(t, \mathbf{R})}{\partial t} = \frac{\alpha I(t, \mathbf{R})}{\rho c_p},$$

где α – показатель поглощения; ρ – плотность; c_p – теплоемкость воздуха. Параметры излучения выбраны таким образом, что длина трассы составляет 0.65 длины рефракции

$$L_r = \left. \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Delta\epsilon(z=0, t=\tau)}{\partial R^2} \right|_{R=0}$$

и 0.2 длины дифракции $L_d = (k^2 a_0^2 a_p^2)^{1/2}$, $\Delta\epsilon$ определяется как $\Delta\epsilon(t, \mathbf{R}) = |\partial\epsilon/\partial T| \Delta T(t, \mathbf{R})$.

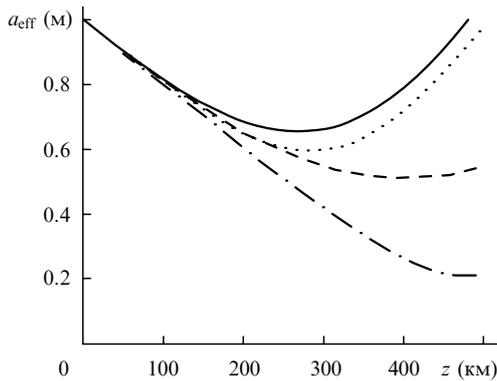


Рис.5. Зависимости эффективного радиуса сфокусированного пучка от z при тепловой нелинейности (штриховая линия), в условиях турбулентности (пунктирная линия) при взаимном влиянии тепловой нелинейности и турбулентности (сплошная линия) и при дифракционной расходимости (штрих-пунктирная линия).

На рис.6 приведено соответствующее распределение средней интенсивности излучения в конце трассы для начала, середины и конца частично когерентного импульса. Видно, что при распространении в условиях сильной турбулентности (сплошные линии на рис.6 соответствуют условию $u \gg 1$) относительное влияние тепловой нелинейности незначительно. Однако в этом случае абсолютный вклад нелинейности в увеличение эффективной площади пучка остается примерно одинаковым и близким к аддитивному, что совпадает с результатами лабораторных экспериментов [28], а также исследований методом статистических испытаний [10]. Под аддитивным вкладом подразумевается нелинейное уширение пучка при отсутствии турбулентного. Для выбранных параметров излучения данный вклад составлял 5.5 дифракционных, т.е. площадь пучка в конце трассы была в 6.5 раз больше дифракционной. При уменьшении влияния турбулентности отличие совместного вклада нелинейности и турбулентности в уширение эффективной площади пучка от суммы их аддитивных вкладов возрастает. Максимальное отклонение совместного влияния турбулентности и нелинейности от аддитивного наблюдается при примерном равенстве вкладов этих эффектов в уширение пучка (см. рис.6). Это отклонение доходит до 20%. При этом, как и отмечалось в работе [10], эффективная площадь при совместном действии эффектов остается всегда меньше, чем сумма их аддитивных вкладов.

В заключение отметим, что представленный в настоящей работе метод дифракционных лучей позволяет рассчитывать характеристики частично когерентного лазерного излучения, распространяющегося в неоднородных средах, с учетом влияния линейных и нелинейных эффектов рефракции, турбулентности и неоднородности усиления (поглощения). Показано, что для большинства практических ситуаций, характеризующихся совместным влиянием тепловой дефокусировки и турбулентности, предлагаемый метод позволяет получать решения с достаточно высокой точностью.

1. Воробьев В.В. *Тепловое самовоздействие лазерного излучения в атмосфере* (М.: Наука, 1987).

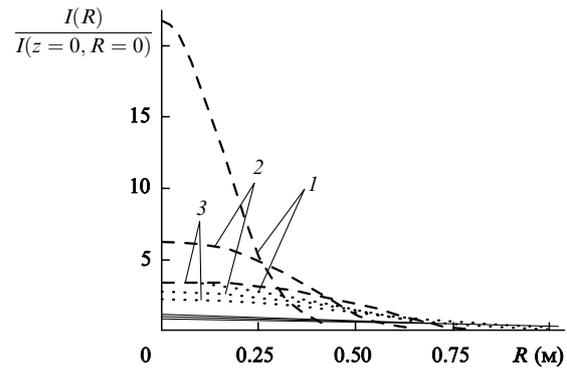


Рис.6. Распределение $I(R)/I(z=0, R=0)$ в начале (1), середине (2) и конце (3) трассы для частично когерентного импульса длительностью 0.2 нс на дистанции $z=0.65L_t$, при распространении пучка в однородной среде ($C_e^2=0$) (штриховая линия), при распространении в турбулентной среде, соответствующей рис.4 (сплошная линия), при высоте источника 23.9 км (пунктирная линия).

2. Зуев В.Е., Землянов А.А., Копытин Ю.Д. *Нелинейная оптика атмосферы* (Л.: Гидрометеоиздат, 1989, т. 6).
3. Ладагин В.К., Стариков Ф.А., Урлин В.Д. *Квантовая электроника*, **20** (5), 471 (1993).
4. Алешкевич В.А., Кожоридзе Г.Д., Матвеев А.Н. *УФН*, **161** (9), 81 (1991).
5. Кандидов В.П., Шленов С.А. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **27** (9), 1158 (1984).
6. Лебедев С.С. *Канд. дисс.* (М., МГУ, 1982, с.120).
7. Feit M.D., Fleck J.A. *J. Opt. Soc. Am.*, **7** (3), 2048 (1990).
8. Лукин В.П., Фортес Б.В. *Адаптивное формирование пучков и изображений в атмосфере* (Новосибирск: Изд-во СОРАН, 1999).
9. Кандидов В.П. *УФН*, **166**, 1309 (1996).
10. Кандидов В.П. *Изв. АН СССР. Сер. физич.*, **49**, 442 (1985).
11. Дудоров В.В., Колосов В.В. *Квантовая электроника*, **28** (2), 115 (1999).
12. Пасманик Г.А. *ЖЭТФ*, **66** (2), 490 (1974).
13. Алешкевич В.А., Лебедев С.С., Матвеев А.Н. *Квантовая электроника*, **8** (5), 1090 (1981).
14. Колосов В.В., Кузнецов М.В. *Радиофизика*, **31** (7), 816 (1988).
15. Алешкевич В.А., Лебедев С.С., Матвеев А.Н. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **25** (11), 1368 (1982).
16. Землянов А.А., Синев С.Н. *Оптика атмосферы и океана*, **1** (8), 44 (1988).
17. Банах В.А., Керкис Н.Н., Смалихо И.Н. *Оптика атмосферы и океана*, **2** (11), 1171 (1989).
18. Бабаев И.К., Белкин М.С., Котеров В.Н., Красновский А.Г., Чебуркин Н.В. *Оптика атмосферы*, **3** (2), 136 (1990).
19. Алмаев Р.Х. *Докт. дисс.* (Обнинск, Ин-т экспериментальной метеорологии, 1990).
20. Землянов А.А., Колосов В.В., Кузиковский А.В. *Квантовая электроника*, **6** (6), 1148 (1979).
21. Brown W.P. *J. Opt. Soc. Am.*, **61** (8), 1051 (1971).
22. Миронов В.Л. *Распространение лазерного пучка в турбулентной атмосфере* (Новосибирск: Наука, 1981).
23. Дудоров В.В., Колосов В.В. *Квантовая электроника*, **31** (9), 787 (2001).
24. Dudorov V.V., Kolosov V.V. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **3983**, 146 (1999).
25. Dudorov V.V., Kolosov V.V. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **3583**, 293 (1998).
26. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. *Введение в статистическую радиофизику* (М.: Наука, 1978, ч. II).
27. Hufnagel R.E. *OSA Techn. Dig. Ser.*, WA1 (1974).
28. Rohde R.S., Buser R.G. *Appl. Opt.*, **18** (5), 698 (1979).