

# Корреляционно-временной анализ низкокогерентных интерференционных схем с произвольным числом дефектов анизотропии в оптическом тракте

Р.В.Куранов

*Разработана математическая модель для анализа влияния дефектов анизотропии оптического тракта на корреляционные характеристики низкокогерентного излучения, основанная на корреляционно-временном подходе. С использованием разработанного подхода проанализировано несколько интерференционных схем, имеющих практическое значение для оптической когерентной томографии (ОКТ). Приведены экспериментальные данные, демонстрирующие влияние дефектов анизотропии в тракте распространения излучения на выходной интерференционный сигнал и на качество двумерных изображений (томограмм) биообъектов, получаемых методом ОКТ.*

**Ключевые слова:** низкокогерентная интерферометрия, дефекты анизотропии, корреляционно-временной анализ, оптическая когерентная томография.

## 1. Введение

В последнее время в связи с появлением широкополосных источников, обладающих высокой спектральной яркостью и пространственной когерентностью, низкокогерентная интерферометрия начинает широко использоваться в технике, например в оптической когерентной томографии (ОКТ) [1] и в лазерной гироскопии [2, 3]. При разработке практических устройств возникает проблема расчета характеристик интерференционного сигнала после прохождения излучением оптического тракта. В работе [4] было показано, что для описания распространения низкокогерентного излучения в анизотропном оптическом тракте интерферометра с одним дефектом анизотропии корреляционно-временной подход удобен и эффективен. Такой подход остается удобным и в случае большого количества дефектов (неоднородностей) в оптическом тракте, для которых  $L_i \ll L_d$ , где  $L_i$  – длина неоднородности;  $L_d = c\Delta\tau_c/\Delta n_a$  – длина деполяризации;  $\Delta n_a$  – разность показателей преломления поляризационных осей анизотропного оптического тракта;  $\Delta\tau_c = \lambda_0^2/(c\Delta\lambda)$  – время когерентности источника;  $\lambda_0$  – центральная длина волны источника излучения в вакууме;  $\Delta\lambda$  – спектральная ширина полосы источника;  $c$  – скорость света. Дефекты в оптическом тракте могут возникать как при неидеальном совмещении анизотропных оптических элементов [5], так и вследствие внешнего воздействия (сдавливания), например при неоднородном воздействии клея на анизотропное волокно в модуляторе [6].

При расчетах интерференционного сигнала удобно оперировать как можно меньшим числом собственных мод. Так, в анизотропном стекловолокне собственными модами являются монохроматические волны с соответствующим поперечным пространственным распределе-

нием интенсивности и поляризации. При стандартном подходе, когда длина плеч интерферометра много больше длины когерентности, необходимо учитывать очень большое число монохроматических составляющих [7–10]. В то же время отдельные области интерференции (далее – интерференционные или корреляционные пики), связанные с дефектами анизотропии оптического тракта, мало изменяют свою форму внутри рабочей области разности хода интерферометра [4]. Кроме того, в большинстве задач число пиков, которые необходимо учитывать, не очень велико. Таким образом, при корреляционно-временном подходе данные пики можно рассматривать в качестве самостоятельных структур, и в том случае, когда их число ( $n_{cp}$ ) не превышает числа, необходимого для описания системы монохроматических составляющих ( $n_{mc} = l/L_d$  [4, 7, 8], где  $l$  – длина оптического тракта), предпочтительным для численного расчета является корреляционно-временной подход. Кроме того, данный подход более нагляден для низкокогерентных интерференционных схем, поскольку в нем фактически используется сигнал, получаемый непосредственно на выходе фотоприемника.

Целью настоящей работы является создание корреляционно-временной методики расчета распространения низкокогерентного излучения в интерференционных схемах с произвольным количеством дефектов анизотропии, а также экспериментальная и теоретическая иллюстрация возможностей данной методики на ряде практически важных примеров.

## 2. Вывод общей формулы

Пусть напряженность электрического поля на выходе источника 5 (рис.1) имеет заданное состояние поляризации и представляет собой случайный квазимонохроматический стационарный процесс во времени  $E_0(t)$  с нулевым средним значением, автокорреляционной функцией (АКФ)  $G_0(\tau)$  ( $\tau$  – время задержки) и временем корреляции  $\Delta\tau_c$ , определяемым по ширине АКФ на полувысоте. В

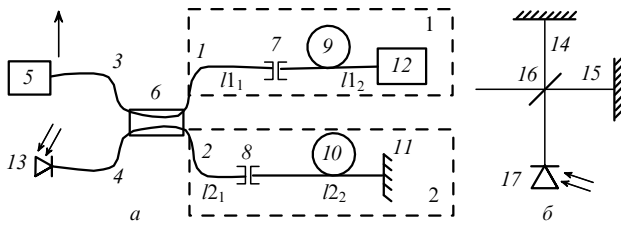


Рис. 1. Схема интерферометра с дефектами анизотропии в первом (1) и втором (2) плечах (a) и воздушный интерферометр с сосредоточенными оптическими элементами – коррелометр (б):

1–4 – порты анизотропного светоделителя 6; 5 – источник излучения; 7, 8 – дефекты анизотропии; 9, 10 – модуляторы; 11 – глухое зеркало; 12 – глухое зеркало, либо устройство поперечного сканирования луча, либо коррелометр; 13, 17 – фотоприемники; 14, 15 – плечи коррелометра; 16 – трехдецибельная светоделительная пластинка.

анизотропном оптическом тракте происходит трансформация данного излучения. Элементарный акт трансформации состоит в том, что поляризационные компоненты приобретают различные задержки, а на дефекте анизотропии часть мощности излучения из одной поляризации переходит в другую без дополнительной задержки, что справедливо при выполнении условия [4]

$$L_i \ll L_d. \quad (1)$$

В результате последовательности таких элементарных актов электрические поля вдоль каждой из поляризационных осей  $x$  или  $y$  в каждом плече интерферометра (рис. 1, a) характеризуются новыми случайными процессами, которые могут быть описаны в виде суммы вторичных процессов, различающихся своими задержками:

$$E1, 2_{x,y} = \sum_{j2=1}^{n1} E1, 2_{j2}^{x,y}(t + \tau1, 2_{j2}^{x,y}), \quad (2)$$

где

$$\tau1, 2_{j2}^{x,y} = \frac{1}{c} \sum_{j1=1}^{m1,2} \hat{O}r[\beta1, 2_{j1}^x(\omega_0), \beta1, 2_{j1}^y(\omega_0)]l1, 2_{j1} \quad (3)$$

– задержка излучения, распространяющегося вдоль поляризационной оси  $x$  или  $y$  в первом или втором плечах соответственно;  $l1, 2_{j1}$  – геометрическая длина между трансформациями состояния поляризации  $j1 - 1$  и  $j1$ ;  $\hat{O}r[\beta1, 2_{j1}^x(\omega_0), \beta1, 2_{j1}^y(\omega_0)]$  – оператор, принимающий значение  $\beta1, 2_{j1}^x(\omega_0)$  либо  $\beta1, 2_{j1}^y(\omega_0)$  в зависимости от того, вдоль какой из поляризационных осей распространяется излучение на данном участке  $l1, 2_{j1}$ ;  $\beta1, 2_{j1}^{x,y}(\omega_0)$  – продольное волновое число (константа распространения для волокна) на центральной частоте  $\omega_0$  для оси  $x$  или  $y$  на участке  $l1, 2_{j1}$ ;  $n1, 2$  – число задержек случайных процессов на выходе интерферометра. Следует отметить, что  $n1 = 2^{m1}, n2 = 2^{m2}$  где  $m1, 2$  – число перекачек в первом и втором плечах соответственно. Кроме приобретения задержки на центральной частоте, каждый из случайных вторичных процессов видоизменяет форму вследствие зависимости групповой скорости от частоты.

Найдем вид интерференционного сигнала на выходе низкокогерентного интерферометра с произвольным количеством неоднородностей в анизотропном тракте; сигнал представляет собой кросскорреляционную функцию полей  $E1$  и  $E2$ :

$$G(\tau) = G_x(\tau) + G_y(\tau),$$

где

$$G_{x,y}(\tau) = \left\langle \sum_{j1=1}^{n1} E_{j1}^{x,y}(t + \tau1_{j1}^{x,y}) \sum_{j2=1}^{n2} E_{j2}^{x,y}(t + \tau2_{j1}^{x,y} + \tau) \right\rangle. \quad (4)$$

Используя стационарность исходного процесса, получаем

$$G_{x,y}(\tau) = \sum_{j1=1}^{n1} \sum_{j2=1}^{n2} A1_{j1}^{x,y} A2_{j2}^{x,y} G1_{j1j2}^{x,y}(\tau - \Delta\tau_{j1j2}^{x,y}), \quad (5)$$

где

$$G1_{j1j2}^{x,y}(\tau - \Delta\tau_{j1j2}^{x,y}) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \exp[i\Delta\varphi_{j1j2}^{x,y}(\omega)] \exp(i\omega\tau) d\omega; \quad (6)$$

$$\Delta\tau_{j1j2}^{x,y} = \tau1_{j1}^{x,y} - \tau2_{j2}^{x,y}; \quad \Delta\varphi_{j1j2}^{x,y}(\omega) = \varphi1_{j1}^{x,y}(\omega) - \varphi2_{j2}^{x,y}(\omega); \quad (7)$$

$$\varphi1, 2_{j1}^{x,y}(\omega) = \sum_{j=1}^{m1} \hat{O}r[\beta1, 2_j^x(\omega), \beta1, 2_j^y(\omega)]l1, 2_j; \quad (8)$$

$\varphi1, 2_{j1}^{x,y}(\omega)$  – набег фазы для процессов  $j1$  и  $j2$  в первом и втором плечах соответственно;  $\omega$  – круговая частота;  $A1_{j1}^{x,y}, A2_{j2}^{x,y}$  – амплитуды, приобретенные данным (с номером  $j1$  или  $j2$ ) случайным процессом, распространяющимся вдоль оси  $x$  или  $y$ ;  $S(\omega)$  – спектр мощности источника. В этом случае предполагалось, что  $A1_i^{x,y} \neq A1_i^{x,y}(\omega)$  и  $A2_j^{x,y} \neq A2_j^{x,y}(\omega)$ , что справедливо при выполнении (1) из работы [4]. Если для анализа дефектов анизотропии отрезка волокна используется воздушный интерферометр с сосредоточенными оптическими элементами (далее – коррелометр, см. рис. 1, б), то интерференционный сигнал описывается АКФ.

Коррелометр в оптической когерентной томографии используется для оценки качества волоконных элементов и их сопряжения друг с другом. Использование волоконного интерферометра для данных целей чрезвычайно затруднено, поскольку длина плеч достигает 30 м. В этом случае при анализе свойств первого плеча с помощью коррелометра вместо формулы (5) получаем

$$G_{x,y}(\tau) = \sum_{j=1}^{n1} (A1_j^{x,y})^2 G_0^{x,y}(\tau) + \sum_{j1=1}^{n1} \sum_{j2=1}^{n1} A1_{j1}^{x,y} A1_{j2}^{x,y} G2_{j1j2}^{x,y}(\tau \Delta\chi_{j1j2}^{x,y}) \quad (i \neq j), \quad (9)$$

где

$$G2_{j1j2}^{x,y}(\tau - \Delta\chi_{j1j2}^{x,y}) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \exp[i\Delta\vartheta_{j1j2}^{x,y}(\omega)] \exp(i\omega\tau) d\omega; \quad (10)$$

$$\Delta\chi_{j1j2}^{x,y} = \tau1_{j1}^{x,y} - \tau1_{j2}^{x,y}, \quad j1 \neq j2; \quad (11)$$

$$\Delta\vartheta_{j1j2}^{x,y}(\omega) = \varphi1_{j1}^{x,y}(\omega) - \varphi1_{j2}^{x,y}(\omega), \quad j1 \neq j2.$$

Как следует из вышесказанного, для конечного расчета  $G(\tau)$  необходимо и достаточно уметь определять амплитуды  $A1_{j1}^{x,y}, A2_{j2}^{x,y}$  и разность фаз  $\Delta\varphi_{j1j2}^{x,y}(\omega)$  или  $\Delta\vartheta_{j1j2}^{x,y}(\omega)$ , после чего нужно воспользоваться полученными формулами (5)–(9), предполагая  $S(\omega)$  заданным.

### 3. Определение амплитуд и задержек

Как видно из (3), для определения всех задержек достаточно знать все длины отрезков, между которыми происходят перекачки мощности из одной поляризации в другую. При этом предполагается, что нам известно, как зависит продольное волновое число от частоты излучения и расстояния, на которое распространяется излучение.

Пусть после прохождения  $m$  дефектов анизотропии на участке оптического тракта в каждой из поляризационных осей есть  $n$  случайных процессов, различающихся задержками и амплитудами. Это означает, что данные процессы коррелированы между собой со сдвигом, равным разности задержек между процессами. Поставим им в соответствие пару комплексных векторов с размерностью  $2n$ :

$$\mathbf{V}_{2n} = \begin{pmatrix} \mathbf{a}^{nx} \\ \mathbf{a}^{ny} \end{pmatrix}, \quad (12)$$

где

$$\mathbf{a}^{nx} = (a_1^{nx}, a_2^{nx}, \dots, a_n^{nx});$$

$$\mathbf{a}^{ny} = (a_1^{ny}, a_2^{ny}, \dots, a_n^{ny}).$$

Каждый из  $n$  элементов вектора  $\mathbf{a}^{nx}$  ( $a_j^{nx} = A_j^{nx} e^{i\phi_j^{nx}}$ ) описывает один процесс вдоль оси  $x$  со своей задержкой  $\Delta\tau_j^{nx} = \phi_j^{nx}(\omega_0)/\omega_0$  и амплитудой  $A_j^{nx}$ , а каждый элемент вектора  $\mathbf{a}^{ny}$  – аналогичный процесс вдоль оси  $y$ . Пусть линейное пространство  $R_{2n}$  с размерностью  $2n$ , соответствующее совокупности всех таких пар векторов, является подпространством бесконечномерного линейного пространства  $R_\infty$ .

Трансформация  $x$ -составляющей излучения на неоднородности  $m+1$  при отсутствии дихроизма в оптическом тракте соответствует произведению унитарной матрицы  $\hat{U}_{m+1}$  на пару векторов  $\mathbf{V}_{2nx}$ , а  $y$ -составляющей – произведению  $\hat{U}_{m+1}$  на  $\mathbf{V}_{2ny}$ :

$$\mathbf{V}_{2nx}^u = \hat{U}_{m+1} \mathbf{V}_{2nx} = \hat{U}_{m+1} \begin{pmatrix} \mathbf{a}^{nx} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}^{m+1} \mathbf{a}^{nx} \\ u_{21}^{m+1} \mathbf{a}^{nx} \end{pmatrix}, \quad (13)$$

$$\mathbf{V}_{2ny}^u = \hat{U}_{m+1} \mathbf{V}_{2ny} = \hat{U}_{m+1} \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{a}^{ny} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{12}^{m+1} \mathbf{a}^{ny} \\ u_{22}^{m+1} \mathbf{a}^{ny} \end{pmatrix},$$

где

$$\hat{U}_{m+1} = \begin{pmatrix} u_{11}^{m+1} & u_{12}^{m+1} \\ u_{21}^{m+1} & u_{22}^{m+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{i\phi_{m+1}} \cos \theta_{m+1} & -e^{-i\psi_{m+1}} \sin \theta_{m+1} \\ e^{i\psi_{m+1}} \sin \theta_{m+1} & e^{-i\phi_{m+1}} \cos \theta_{m+1} \end{pmatrix}, \quad (14)$$

$n = 2^m$ ,  $\theta_{m+1}$ ,  $\phi_{m+1}$ ,  $\psi_{m+1}$  – действительные параметры, необходимые для описания общего вида унитарной матрицы [4, 11, 12]. Пары векторов  $\mathbf{V}_{2nx}$  и  $\mathbf{V}_{2ny}^u$  принадлежат пространству  $R_{2n}^x$ , а пары векторов  $\mathbf{V}_{2ny}$  и  $\mathbf{V}_{2nx}^u$  – пространству  $R_{2n}^y$  с размерностью  $2n$ ;  $R_{2n}^x$  и  $R_{2n}^y$  являются непересекающимися подпространствами линейного пространства  $R_{4n}$  с размерностью  $4n$ . Определим правило представления элемента  $\mathbf{V}_{4n}$  пространства  $R_{4n}$  в виде суммы элементов  $\mathbf{V}_{2nx}^u$  и  $\mathbf{V}_{2ny}^u$  подпространств  $R_{2n}^x$  и  $R_{2n}^y$  соответственно:

$$\mathbf{V}_{4n} = \mathbf{V}_{2nx}^u + \mathbf{V}_{2ny}^u = \begin{pmatrix} u_{11}^{m+1} \mathbf{a}^{nx} & u_{12}^{m+1} \mathbf{a}^{ny} \\ u_{21}^{m+1} \mathbf{a}^{nx} & u_{22}^{m+1} \mathbf{a}^{ny} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{a}^{2nx} \\ \mathbf{a}^{2ny} \end{pmatrix}, \quad (15)$$

что эквивалентно разложению пространства  $R_{4n}$  в прямую сумму непересекающихся подпространств  $R_{2n}^x$  и  $R_{2n}^y$  [13]:

$$R_{4n} = R_{2n}^x \oplus R_{2n}^y. \quad (16)$$

Таким образом, результатом процесса трансформации как  $x$ -, так и  $y$ -составляющих вектора напряженности электрического поля на  $n$ -й неоднородности является пара векторов  $\mathbf{V}_{4n}$  с размерностью  $4n$ , что в два раза больше размерности исходной пары векторов  $\mathbf{V}_{2n}$ . Следовательно, каждая неоднородность удваивает число случайных процессов в соответствии с (15). Нахождение полного набора амплитуд и задержек результирующего процесса математически сводится к последовательному применению операции разложения (16) с учетом (15) на каждой неоднородности.

Для полного описания процессов, происходящих в низкокогерентном интерферометре, необходимо также ввести операцию разделения в светоделительном элементе оптического пути на два. В этом случае вместо одной пары векторов во входном порту 3 светоделителя 6 (см. рис.1,а) в первом и втором плечах интерферометра появляются две независимые пары векторов  $\mathbf{V}_{14n}$  и  $\mathbf{V}_{24n}$  соответственно:

$$\mathbf{V}_{14n} = \mathbf{V}_{12nx} + \mathbf{V}_{12ny}, \quad (17)$$

$$\mathbf{V}_{24n} = \mathbf{V}_{22nx} + \mathbf{V}_{22ny} \quad (18)$$

где  $\mathbf{V}_{12nx} = \hat{D}1 \kappa_x^{1/2} \mathbf{V}_{2nx}$ ;  $\mathbf{V}_{12ny} = \hat{D}1 \kappa_y^{1/2} \mathbf{V}_{2ny}$ ;  $\mathbf{V}_{22nx} = \hat{D}2 \times (1 - \kappa_x)^{1/2} \mathbf{V}_{2nx}$ ;  $\mathbf{V}_{22ny} = \hat{D}2 \kappa_y^{1/2} \mathbf{V}_{2ny}$ ;  $\hat{D}1$  и  $\hat{D}2$  – матрицы, описывающие перекачку на дефектах анизотропии в светоделителе;  $\kappa_{x,y}$  – коэффициент деления по мощности для  $x$ - и  $y$ -поляризаций. В данном случае предполагалось, что потери в светоделителе отсутствуют и это скажется на его фазовых характеристиках. После светоделителя пары векторов, описывающие распространение излучения в каждом из плеч, преобразуются вышеописанным способом независимо друг от друга.

С помощью формул (5) и (9) получаем полную корреляционную функцию системы. В качестве амплитуд  $A_{j1}^{x,y}$  и  $A_{j2}^{x,y}$  используются амплитуды элементов пар векторов на входе фотоприемника (см. рис.1)  $\mathbf{V}_{14n1}$  и  $\mathbf{V}_{24n}$  соответственно, а в качестве  $\Delta\tau_{j1}^{x,y}$  – все возможные разности фаз между  $a_{j1}^{2n1x,y}$  и  $a_{j2}^{2n2x,y}$ , нормированные на  $\omega_0$ .

Число элементов пары векторов  $\mathbf{V}_{2n}$  с увеличением количества дефектов анизотропии в оптическом тракте  $m$  растет как  $n = 2^m$ , т. е. очень быстро. Однако в случае малых перекачек, когда недиагональные элементы матрицы  $\hat{U}_{m+1}$  малы ( $|u_{12}^{m+1}| \ll 1$ ,  $|u_{21}^{m+1}| \ll 1$ ), работает теория возмущений. Теория возмущений  $s$ -го порядка состоит в учете перекачек только данного порядка, т. е. если исходный процесс считать процессом нулевого порядка, то при каждой перекачке он порождает процесс первого порядка в ортогональной поляризации, каждый процесс первого порядка порождает процесс второго порядка и т. д. Например, пусть  $n = 1$ , и мы будем считать, что пара векторов  $\mathbf{V}_2$  содержит элементы только нулевого порядка  $a_{11}^{1x}$  и  $a_{11}^{1y}$ . Тогда элементы пар векторов  $\mathbf{V}_{2x}^u - u_{21}^u a_{11}^{1x}$  и  $\mathbf{V}_{2y}^u - u_{12}^u a_{11}^{1y}$  станут элементами первого порядка, а элементы тех же пар векторов  $u_{11}^u a_{11}^{1x}$  и  $u_{22}^u a_{11}^{1y}$  останутся элементами нулевого порядка. В общем случае линейное

пространство пар векторов  $R_{2n} = \{V_{2n}\}$  с размерностью  $2n$  можно разложить в прямую сумму линейных пространств, каждое из которых содержит элементы только данного порядка малости:

$$R_{2n} = R_{2n}^0 \oplus R_{2n}^1 \oplus R_{2n}^2 \oplus \dots \oplus R_{2n}^s. \quad (19)$$

Матрицу  $\hat{U}_{m+1}$ , описывающую возникновение новых компонент на следующем дефекте анизотропии, удобно представить в виде суммы двух матриц:

$$\hat{U}_{m+1} = \hat{U}_{1m+1} + \hat{U}_{2m+1} \\ = \begin{pmatrix} u_{11}^{m+1} & 0 \\ 0 & u_{22}^{m+1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & u_{12}^{m+1} \\ u_{21}^{m+1} & 0 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Тогда линейное пространство с размерностью  $4n$ , описывающее результирующие амплитуды и задержки после перекачки, раскладывается в прямую сумму:

$$R_{4n} = R_{4n}^0 \oplus R_{4n}^1 \oplus R_{4n}^2 \oplus \dots \oplus R_{4n}^{s+1}, \quad (21)$$

$$R_{4n}^0 = \{\hat{U}_{1m+1} V_{2n}^0\}, \quad R_{4n}^1 = \{\hat{U}_{2m+1} V_{2n}^0\} \oplus \{\hat{U}_{1m+1} V_{2n}^1\}, \quad (22)$$

$$R_{4n}^2 = \{\hat{U}_{2m+1} V_{2n}^1\} \oplus \{\hat{U}_{1m+1} V_{2n}^2\}, \quad R_{4n}^{s+1} = \{\hat{U}_{2m+1} V_{2n}^s\}. \quad (23)$$

Для теории возмущений  $s$ -го порядка последний член (23) в (21) отбрасывается:

$$R_{4n-s} = R_{4n-s}^0 \oplus R_{4n-s}^1 \oplus R_{4n-s}^2 \oplus \dots \oplus R_{4n-s}^s. \quad (24)$$

В этом случае число элементов растет лишь как  $m^s$ . Обычно достаточно ограничиться первым или вторым порядком теории возмущений. Так, например, в интерференционном сигнале реальной схемы томографа, представленной на рис.1,а, максимальная амплитуда наведенных корреляционных пиков, соответствующих первому порядку малости, не превышает  $-15$  дБ по отношению к исходному (нулевому порядку на рис.2,а).

Форма каждого из корреляционных пиков может отличаться от формы исходной АКФ источника вследствие разности дисперсий в плечах интерферометра. Для расчета низкокогерентного интерференционного сигнала с учетом дисперсии удобно представить около  $\omega_0$  зависимость набега фазы от частоты в виде ряда Тейлора:

$$\varphi_k^{x,y}(\omega) = \sum_{j=1}^{\infty} \varphi_{kj}^{x,y}(\omega - \omega_0)^j, \quad (25)$$

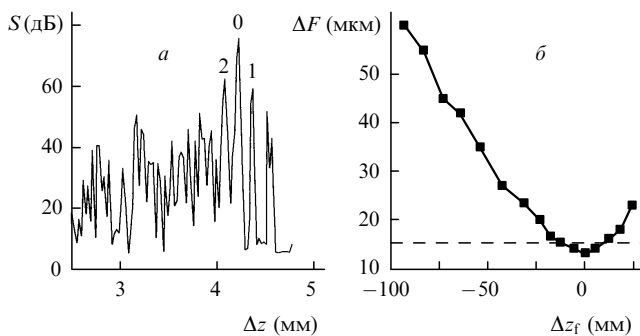


Рис.2. Зависимость огибающей интерференционного сигнала  $S$  (12 в схеме на рис.1,а – глухое зеркало) от разности плеч интерферометра  $\Delta z$  по воздуху при возбуждении поляризационных мод третьего порта светоделителя с одинаковым весом (а) и экспериментальная зависимость полной ширины  $\Delta F$  на полувысоте основного (нулевого) интерференционного пика от разности длин одномодовых анизотропных волокон  $\Delta z_f$ , используемых в плечах интерферометра (б).

где

$$\varphi_{kj}^{x,y} = \sum_{j_1=1}^m \hat{O}r(d^j \beta_{j_1}^x / d\omega|_{\omega_0} / j!, d^j \beta_{j_1}^y / d\omega|_{\omega_0} j!) I_{j_1}.$$

Следует ограничиться только теми первыми  $p$  членами разложения (25), для которых в рабочей области разности длин плеч  $\Delta L$  интерферометра выполняется неравенство

$$\max_{j_1, j_2} (d^j \Delta \varphi_{j_1 j_2}^{x,y} / d\omega^{j_1} |_{\omega_0} \Delta \omega^{j_1} / j!) \geq 1, \quad (26)$$

где  $\Delta \omega = \pi / \Delta \tau_c$  – характерная ширина спектра мощности источника.

Таким образом, для описания зависимости набега фазы от частоты с необходимой точностью следует задать  $p$  чисел:

$$\varphi_k^{x,y} = \{\varphi_{k,1}^{x,y}, \varphi_{k,2}^{x,y}, \dots, \varphi_{k,p}^{x,y}\}. \quad (27)$$

В этом случае в (19) и (21) вместо одного линейного пространства  $R_{2n}$  необходимо рассмотреть  $p$  аналогичных линейных пространств  $R_{2n,1}, R_{2n,2}, \dots, R_{2n,p}$ , каждое из которых соответствует данному члену разложения в (25) или одному элементу вектора в (27).

В оптическом томографе форма корреляционных пиков в рабочей области разности хода (3–4 мм) вследствие различия дисперсионных свойств плеч интерферометра изменяется незначительно (рис.2,а). Так, кросс-корреляционная функция от минимального значения 13 мкм (рис.2,б) при  $\Delta z = \pm 15$  мм (где  $\Delta z = \Delta z_f n_{ax}$ ;  $n_{ax} = \beta^x / k_0$  – эффективный показатель преломления анизотропного волокна вдоль оси  $x$ ;  $k_0 = 2\pi / \lambda_0$ ;  $\lambda_0 = 0.83$  мкм) увеличивается до 15 мкм. В эксперименте  $n_{ax}$  составляло 1.456. Дисперсионные свойства оптического волновода, используемого в качестве оптического тракта в плечах интерферометра, можно описать суммой материальной дисперсии оптического кварца и волноводной дисперсии [14]. При использовании источника с  $\lambda_0 = 1.3$  мкм уширение будет происходить гораздо медленнее вследствие эффективной компенсации материальной и волноводной дисперсий для кварцевых оптических волноводов [14, 15].

#### 4. Примеры применения корреляционно-временного анализа

Покажем, что вычитание интерференционных пиков, описанное в [4] на примере одного дефекта анизотропии, справедливо для произвольного числа дефектов при их анализе с помощью коррелометра. Используя общее выражение для унитарной матрицы  $\hat{U}_{m+1}$  (14), запишем выражение для пары векторов  $V_{4n}$  (15) через элементы  $V_{2n}$  (12). После этого подставим в формулу (9) амплитуды и фазы элементов пары векторов  $V_{4n}$  для нахождения АКФ всего процесса в осях  $x$  и  $y$  после  $m+1$ -дефекта анизотропии в отсутствие дихроизма и анизотропии коэффициента деления пластинки 16 (см. рис.1,б):

$$G_{m+1}^x(\tau) = 2[\kappa(1-\kappa)]^{1/2} \left\{ -\cos \theta_{m+1} \sin \theta_{m+1} \sum_{j_1} \sum_{j_2} |a_{n,j_1}^x| |a_{n,j_2}^y| \right. \\ \times G_{2j_1 j_2}[\tau - [\phi_{m+1}(\omega_0) + \psi_{m+1}(\omega_0)] / \omega_0 \\ \left. - [\varphi_{n,j_1}^x(\omega_0) - \varphi_{n,j_2}^y(\omega_0)] / \omega_0 \right\}$$

$$\begin{aligned}
 & + \left\{ \cos^2 \theta_{m+1} G_0(\tau) \sum_{j1} |a_{n,j1}^x|^2 + \sin^2 \theta_{m+1} G_0(\tau) \sum_{j1} |a_{n,j1}^y|^2 \right\} (28) \\
 & + \left\{ \cos^2 \theta_{m+1} \sum_{j1} \sum_{j2} |a_{n,j1}^x| |a_{n,j2}^x| G_{2j1j2} [\tau - [\varphi_{n,j1}^x(\omega_0) - \varphi_{n,j2}^x(\omega_0)]/\omega_0] \right. \\
 & \times \sin^2 \theta_{m+1} \sum_{j1} \sum_{j2} |a_{n,j1}^y| |a_{n,j2}^y| G_{2j1j2} [\tau - [\varphi_{n,j1}^y(\omega_0) - \varphi_{n,j2}^y(\omega_0)]/\omega_0] \left. \right\}, \\
 G_{m+1}^y(\tau) = & 2[\kappa(1 - \kappa)]^{1/2} \left\{ -\cos \theta_{m+1} \sin \theta_{m+1} \sum_{j1} \sum_{j2} |a_{n,j1}^x| |a_{n,j2}^y| \right. \\
 & \times G_{2j1j2} [\tau - [\phi_{m+1}(\omega_0) + \psi_{m+1}(\omega_0)]/\omega_0 \\
 & \left. - [\varphi_{n,j1}^x(\omega_0) - \varphi_{n,j2}^y(\omega_0)]/\omega_0 \right\} \\
 & + \left\{ \cos^2 \theta_{m+1} G_0(\tau) \sum_{j1} |a_{n,j1}^y|^2 + \sin^2 \theta_{m+1} G_0(\tau) \sum_{j1} |a_{n,j1}^x|^2 \right\} (29) \\
 & + \left\{ \cos^2 \theta_{m+1} \sum_{j1} \sum_{j2} |a_{n,j1}^y| |a_{n,j2}^y| G_{2j1j2} [\tau - [\varphi_{n,j1}^y(\omega_0) - \varphi_{n,j2}^y(\omega_0)]/\omega_0] \right. \\
 & \times \sin^2 \theta_{m+1} \sum_{j1} \sum_{j2} |a_{n,j1}^x| |a_{n,j2}^x| G_{2j1j2} [\tau - [\varphi_{n,j1}^x(\omega_0) - \varphi_{n,j2}^x(\omega_0)]/\omega_0] \left. \right\}.
 \end{aligned}$$

Для дальнейшего анализа удобно каждое из выражений (28) и (29) разделить на три слагаемых, отделенных друг от друга фигурными скобками; в последних слагаемых этих формул  $j1 \neq j2$ . При сложении  $G_{m+1}^x(\tau)$  и  $G_{m+1}^y(\tau)$  на фотоприемнике первые слагаемые в (28) и (29) вычитаются полностью; третьи слагаемые также вычитаются полностью, т. к. они являются первыми слагаемыми для  $G_m^x(\tau)$  и  $G_m^y(\tau)$ . Таким образом, выражение для суммарной АКФ принимает вид

$$\begin{aligned}
 G_{m+1}(\tau) = & 2[\kappa(1 - \kappa)]^{1/2} G_0(\tau) \left( \sum_{j1} |a_{m,j1}^x|^2 + \sum_{j1} |a_{m,j1}^y|^2 \right) \\
 = & 2[\kappa(1 - \kappa)]^{1/2} I_0 G_0(\tau),
 \end{aligned} \quad (30)$$

где  $I_0$  – интенсивность излучения на входе коррелометра.

Данный эффект для случая кросскорреляционной функции (т. е. когда перекачки происходят в плечах интерферометра) отсутствует. Так, интерференционный пик 1 на рис.2,*a* соответствует дефекту анизотропии в первом, а пик 2 – во втором порту светоделителя *b* (см. рис.1,*a*). Отношения данных пиков к нулевому при оптимальных условиях их наблюдений [4] составляют –19 дБ и –15 дБ соответственно, что в 5.8 раз меньше отношений, измеренных с помощью коррелометра (см. рис.1,*b*). То, что корреляционные пики при их исследовании с помощью коррелометра вычитаются не до нуля, связано с анизотропией коэффициента деления светоделительной пластинки *Ib* (см. рис.1,*b*) [4].

С помощью метода корреляционно-временного анализа рассмотрим случай двух неоднородностей 7 и 8 в плечах интерферометра (рис.1,*a*), когда исходное излучение поляризовано вдоль оси *x*. Покажем, что при этом эффективное вычитание корреляционных пиков маловероятно. Для *x*-, *y*-компонент кросскорреляционной функции на фотоприемнике *I3* получаем

$$G_x(\tau) = [\kappa(1 - \kappa)]^{1/2} \left\{ \cos^2 \theta_1 \cos^2 \theta_2 \exp[2i(\phi_1 - \phi_2)] \right.$$

$$\begin{aligned}
 & \times \exp[i\Delta\beta(\omega)(l_1 - l_2 + l_2 l_2)] \\
 & + \cos^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 \exp[2i(\phi_1 - \psi_2)] \\
 & \times \exp[i\Delta\beta(\omega)(l_1 - l_2 + l_2 + l_2)] \\
 & + \cos^2 \theta_2 \sin^2 \theta_1 \exp[-2i(\psi_1 - \phi_2)] \\
 & \times \exp[i\Delta\beta(\omega)(l_1 - l_2 - l_2 - l_2)] \\
 & + \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 \exp[2i(\psi_1 - \psi_2)] \\
 & \times \exp[i\Delta\beta(\omega)(l_1 - l_2 - (l_2 - l_2))] \left. \right\} S(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega, \\
 G_y(\tau) = & [\kappa(1 - \kappa)]^{1/2} \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \\
 & \times \left\{ \exp[2i(\phi_1 - \phi_2 + \psi_2 - \psi_1)] \exp[i\Delta\beta(\omega)(l_2 - l_2)] \right. \\
 & - \exp[2i(\phi_1 - \phi_2 - \psi_1 - \psi_2)] \exp[i\Delta\beta(\omega)(l_2 + l_2)] \\
 & - \exp[2i(\phi_1 - \phi_2 + \psi_1 + \psi_2)] \exp[-i\Delta\beta(\omega)(l_2 + l_2)] \\
 & \left. + \exp[2i(\phi_1 - \phi_2 + \psi_1 - \psi_2)] \exp[-i\Delta\beta(\omega)(l_2 - l_2)] \right\} \\
 & \times S(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega,
 \end{aligned} \quad (31)$$

где  $\Delta\beta(\omega) = \beta^x(\omega) - \beta^y(\omega)$  (предполагается идентичность оптических волокон в плечах интерферометра);  $l_1, l_2$  – расстояние от светоделителя до неоднородности,  $l_2, l_2$  – расстояние от неоднородности до зеркал;  $\phi_{1,2}, \psi_{1,2}, \theta_{1,2}$  – параметры унитарной матрицы (14), описывающей неоднородности в первом или втором плече; интерферометра соответственно. При выводе выражения (32) предполагалось отсутствие невязимых эффектов в интерферометре. В этом случае матрицы Джонса элемента оптической системы для встречных направлений связаны соотношением [16]

$$U_{1,2}^+ = U_{1,2}^{-T}, \quad (33)$$

где  $T$  – операция транспонирования, а знаки + и – относятся к прямому и обратному направлениям распространения света через анизотропный волоконный тракт.

При обсуждении полученных выражений (31) и (32) удобно воспользоваться диаграммой, представленной на рис.3. В некоторых случаях подобные диаграммы позволяют качественно рассмотреть достаточно сложные процессы, распространяющемуся по оси *x*, ортогональная стрелка – по оси *y*. Порядок процесса указан цифрой. Верхняя часть диаграммы соответствует перво-

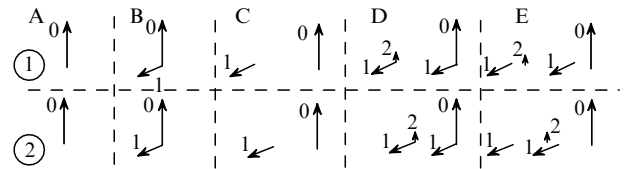


Рис.3. Диаграмма, иллюстрирующая распространение низкокогерентного излучения в интерференционной схеме (рис.1,*a*) при наличии в плечах интерферометра 1, 2 только двух дефектов анизотропии (7 и 8): распространение излучения на участках  $l_1, l_2$  в прямом направлении (A), появление вторичного случайного процесса по оси *y* на дефектах анизотропии (B), распространение излучения на участках  $l_2, l_2$  в прямом и обратном направлениях (до отражающих элементов и обратно) (C), появление вторичных процессов на дефектах анизотропии при распространении излучения в обратном направлении (D) и распространение излучения на участках  $l_1, l_2$  в обратном направлении (E).

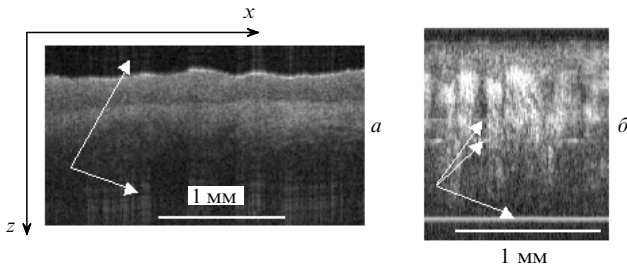


Рис.4. Двумерные томограммы твердого неба (а) и большого пальца (б) с артефактами (указаны стрелками). Ось  $x$  направлена вдоль поверхности, ось  $z$  – в глубину изучаемого объекта.

му плечу интерферометра, нижняя – второму (см. рис.1). Для определения местоположения интерференционных пиков относительно выбранного надо мысленно двигать верхнюю половину диаграммы конечной секции (в данном случае Е) относительно нижней в горизонтальном направлении, что соответствует изменению разности оптических длин плеч интерферометра. Интерференционный пик соответствует совмещению стрелок, описывающих данное состояние поляризации. Порядок малости пика есть сумма порядков совмещенных стрелок (рис.3). Как видно из приведенной диаграммы, полного эффекта вычитания в данном случае не будет, т.к. на оси  $y$  все интерференционные пики имеют второй порядок малости  $(1+1)$ , а на оси  $x$  есть два пика второго порядка малости, один нулевого и один четвертого. Оба пика второго порядка малости на оси  $x$  (31) полностью вычитаются из соответствующих пиков на оси  $y$  (второе и третье слагаемые в (32)) при соблюдении условий  $\theta_1 = \theta_2$ ,  $I_1 = I_2$ ,  $\phi_1 = -\psi_2$ ,  $\phi_2 = -\psi_1$ , что маловероятно вследствие независимости дефектов анизотропии 7 и 8 (рис.1,а).

Вышеприведенный анализ важен для оценки уровня паразитного замешивания поляризационных мод при разработке низкокогерентных интерференционных схем с дефектами анизотропии в оптическом тракте. Так, при оценке уровня паразитного замешивания при стыковке анизотропных волоконных элементов в оптическом томографе с помощью коррелометра (см. рис.1) без учета вычитания, вклад места стыка и всех других неоднородностей будет занижен в соответствующее число раз [4]. Паразитные (вторичные) корреляционные пики могут существенно ограничивать динамический диапазон прибора и качество получаемых двумерных изображений (томограмм) исследуемого объекта, поскольку наряду с отражением от лоцируемой структуры в этом объекте будет возникать с некоторой задержкой дополнительный паразитный сигнал (артефакт), который может накладываться на сигнал от другой лоцируемой структуры. На рис.4 данные артефакты проявляются в виде полос, параллельных поверхности изучаемого объекта (артефакты на томограммах впервые были обнаружены и правильно интерпретированы в 1994 г. В.М.Геликоновым совместно с Г.В.Геликоновым).

Томограммы исследуемых объектов получены с помощью экспериментальной установки, изображенной на рис.1,а при использовании механооптической системы, перемещающей сфокусированное пятно зондирующего излучения вдоль поверхности образца [1]. Визуализация величины сигнала в томограмме осуществляется с помощью градаций оттенков серого цвета – более светлые оттенки соответствуют более сильному сигналу. Для

минимизации артефактов на томограммах на входе третьего порта светоделителя возбуждалась только одна поляризационная мода. В этом случае в результирующем интерференционном сигнале нет вторичных корреляционных пиков первого порядка малости и артефакты соответствуют корреляционным пикам второго порядка малости и выше.

## 5. Выводы

Таким образом, нами разработан алгоритм расчета низкокогерентного интерференционного сигнала в схемах с дефектами анизотропии методом корреляционно-временного анализа с учетом дисперсионных свойств оптического тракта. Для случая малых перекачек создана теория возмущений, позволяющая существенно уменьшить число корреляционных пиков, которые необходимо учитывать при расчетах. Показана возможность вычитания корреляционных пиков при произвольном количестве дефектов анизотропии в отрезке волокна, когда интерференционный сигнал анализируется с помощью коррелометра. Данный эффект отсутствует, если дефекты анизотропии расположены в плечах низкокогерентного интерферометра. Разработан метод качественного анализа низкокогерентных интерференционных схем с дефектами анизотропии. Приведены экспериментальные данные, демонстрирующие влияние дефектов анизотропии в оптическом тракте на выходной интерференционный сигнал, а также примеры их влияния на качество двумерных изображений (томограмм) биообъектов, полученных методом ОКТ.

Автор благодарен В.Р.Когану за помощь в создании математической модели, а также И.А.Андроновой за полезные критические замечания. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 02-02-17469) и CRDF (№ RB2-542).

1. Fujimoto G.F., Hee M.R., Feldchtein F.I., Gelikonov V.M., Gelikonov G.V. In: *Handbook of Optical Coherence Tomography* (New York – Basel: Marcel Dekker Inc., 2002, ch. 1 – 5).
2. Burns W.K., Moeller R.P., Villarruel C.A., Abebe M. *Opt. Lett.*, **9**, 540 (1984).
3. Lefevre H. *The Fiber-Optic Gyroscope* (Boston–London: Artech House, 1993).
4. Геликонов В.М., Куранов Р.В., Морозов А.Н. *Квантовая электроника*, **32**, 59 (2002).
5. Takada K., Chida K., Noda J. *5. Appl. Opt.*, **26**, 2979 (1987)
6. Feldchtein F.I., Gelikonov V.M., Gelikonov G.V., Gladkova N.D., Leonov V.I., Sergeev A.M., Khanin Y.I. US Patent No. 5867268 (1999).
7. Малыкин Г.Б., Позднякова В.И., Шерешевский И.А. *Оптика и спектроскопия*, **83**, 843 (1997).
8. Малыкин Г.Б., Позднякова В.И. *Оптика и спектроскопия*, **84**, 145 (1998).
9. Poole C.D. *Opt. Lett.*, **13**, 687 (1988).
10. Залогин А.Н., Козел С.М., Листвин В.Н. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **29**, 243 (1986).
11. Jones R.C. *J. Opt. Soc. Am.*, **31**, 488 (1941).
12. Hurwitz H., Jones R.C. *J. Opt. Soc. Am.*, **31**, 493 (1941).
13. Ильин В.А., Позняк Э.Г. *Линейная алгебра* (М.: Наука 1978, с.58).
14. Унгер Х.-Г. *Планирные и волоконные оптические волноводы* (М.: Мир, 1980, с.367, 376).
15. Семенов А.Б. *Волоконная оптика в локальных и корпоративных сетях связи* (М.: КомпьютерПресс, 1998, с.25).
16. Геликонов В.М., Леонов В.И., Новиков М.А. *Квантовая электроника*, **16**, 1905 (1989).