

Вращение произвольных лазерных пучков с использованием $\pi/2$ -конвертеров мод

А.А.Малютин

Описаны два типа вращателей пучков произвольного вида, использующие астигматические $\pi/2$ - и π -конвертеры лазерных мод. В отличие от традиционных вращателей типа призмы Дове в предлагаемых схемах вращателей применяются исключительно рефрагирующие оптические элементы. Представлены результаты численного моделирования вращателей пучков, выполненные как на основе теории Френеля, так и методом трассировки.

Ключевые слова: вращение изображений, $\pi/2$ -конвертер мод, фурье-преобразование, численное моделирование распространения излучения.

1. Введение

Вращение изображений или световых пучков, их формирующих (ниже – просто вращение), традиционно относятся к задачам прикладной оптики, поскольку подобная необходимость обычно возникает в приборах, предназначенных для вспомогательных целей (биноклях, перископах и т. п.). Действие применяемых в этих устройствах зеркал или призм может быть легко проанализировано на языке лучей с применением элементарных законов геометрической оптики. Целый ряд таких устройств и их сравнительные характеристики описаны в [1]. Лишь относительно недавно к анализу вращения изображений с помощью зеркально-призменных систем стали привлекать более сложные понятия, что позволило выявить некоторые новые закономерности [2, 3]. Геометрические трансформации когерентных пучков могут быть осуществлены также с применением методов дифракционной оптики. При этом соответствующие голографические элементы получают с помощью компьютерного синтеза [4–7].

Несколько в стороне, во всяком случае на первый взгляд, находится способ вращения, описанный в [8]. Он состоит из трех операций сдвига относительно одной неподвижной (закрепленной) точки по двум взаимно ортогональным направлениям в плоскости изображения объекта. Оптически операция такого сдвига, как показано в [9], может быть проведена для когерентных и некогерентных пучков системой, включающей в себя анамофотные линзы (совмещенные в одной плоскости цилиндрическая и обычная линзы) и фазовые фильтры (дисперсионные призмы).

Как будет продемонстрировано в настоящей работе, вращение произвольного лазерного пучка может быть осуществлено с использованием $\pi/2$ -конвертеров мод. В основе действия астигматической оптики $\pi/2$ -конвертера

лежит различие в изменении фазы Гуи для мод, ориентированных параллельно и перпендикулярно осям астигматизма [10]. Фаза Гуи, обнаруженная еще в 1890 г. [11], несмотря на разнообразие ее интерпретаций (и различие в написании самой фамилии Гуи [12]), рассматривается как частный случай фазы Берри [13].

2. Вращение изображений

Вращение изображения $u(x, y)$ (распределения поля, интенсивности, энергии и т. п.) на угол 2φ вокруг точки $O(0, y_0)$ является операцией преобразования координат $u(x, y) \xrightarrow{\text{Rot}} u(x', y')$, которую в матричном виде можно записать как

$$\begin{aligned} \text{Rot}(y_0, \varphi) \times \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos 2\varphi & -\sin 2\varphi \\ \sin 2\varphi & \cos 2\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \\ &+ y_0 \begin{pmatrix} \sin 2\varphi \\ 2 \sin^2 \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (1)$$

В оптике вращение (1) осуществляется, как правило, непосредственно, а с помощью двух зеркальных отражений (операций инверсии). Операция инверсии относительно некоторой прямой в плоскости xz , заданной точкой пересечения $O(0, y_0)$ с осью ординат и углом к этой оси φ , может быть представлена в виде

$$\text{Inv}(y_0, \varphi) = \begin{pmatrix} -\cos 2\varphi & -\sin 2\varphi \\ -\sin 2\varphi & \cos 2\varphi \end{pmatrix} + y_0 \begin{pmatrix} \sin 2\varphi \\ 2 \sin^2 \varphi \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Для поворота симметричных объектов (рис.1,а) вполне достаточно только одного отражения (наиболее известное из применяющихся для этой цели устройств – призма Дове, которая для получения изображения должна быть дополнена соответствующей линзовой оптикой). В случае несимметричных объектов выполнение (2) дает инверсию изображения (рис.1,б). Для получения прямого повернутого изображения необходимо дополнительное отражение, при котором совершается еще одна операция инверсии относительно собственной «оси» объекта. Эта операция может быть проведена первой, тогда ее матричное представление имеет простой вид:

Институт общей физики им. А.М.Прохорова РАН, 119991 Москва, ул. Вавилова, 38; тел.: (095)135-03-27, факс: (095)135-20-55, e-mail: amal@kapella.gpi.ru

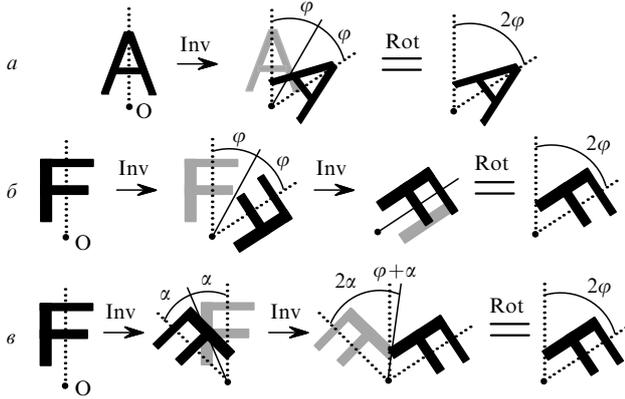


Рис.1. Последовательные операции вращения объекта (крайняя левая колонка) на угол 2φ (крайняя правая колонка): симметричный объект, поворот которого осуществляется одной операцией симметрии относительно оси (сплошная линия) (а), асимметричный объект, требующий двух операций симметрии, причем вторая – относительно «оси» объекта (пунктир) (б) или первая – относительно произвольной оси (сплошная линия) (в).

$$\text{Inv}(y_0, \varphi = 0) = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Только после этого совершается операция (2). Можно выполнить первой операцией (2), тогда для второго отражения имеем (рис.1,б)

$$\text{Inv}(y_0, 2\varphi) = \begin{pmatrix} -\cos 4\varphi & -\sin 4\varphi \\ -\sin 4\varphi & \cos 4\varphi \end{pmatrix} + y_0 \begin{pmatrix} \sin 4\varphi \\ 2 \sin^2 2\varphi \end{pmatrix}. \quad (4)$$

В случае двух отражений вторую операцию инверсии совсем не обязательно осуществлять относительно собственной «оси» объекта, т. е. для первого отражения нет необходимости выбирать «зеркальную» плоскость точно под углом φ , а можно, как показано на рис.1,в, сначала совершить отражение с осью симметрии под углом α , а затем под углом $\varphi + \alpha$ к первоначальному положению собственной «оси». Ясно, что требуемый поворот на угол 2φ может быть получен бесчисленным числом способов. Легко проверить, что

$$\text{Inv}(y_0, \alpha) \times \text{Inv}(y_0, \varphi + \alpha) = \text{Rot}(y_0, \varphi). \quad (5)$$

Собственно, это и есть математическое отражение многообразия зеркально-призмных устройств [1], использующих принцип отражения.

Отметим, что для лазерных пучков слова «симметричный объект» означают, что и амплитуда, и фаза поля являются четными функциями. Поле, задаваемое смесью четных и нечетных функций – для амплитуды или фазы, либо для того и другого, – есть аналог «несимметричного объекта». В общем случае произвольный пучок, заданный функцией $u(x, y, z)$, может быть представлен его разложением по модам Эрмита – Гаусса (ЭГ) $u_{nm}^{\text{HG}}(x, y, z)$:

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= \sum_{n,m} a_{nm} u_{nm}^{\text{HG}}(x, y, z) \\ &= \sum_{n,m} a_{nm} u_n^{\text{HG}}\left(\frac{x\sqrt{2}}{w(z)}\right) u_m^{\text{HG}}\left(\frac{y\sqrt{2}}{w(z)}\right), \end{aligned} \quad (6)$$

где $u_{\xi}^{\text{HG}}(v\sqrt{2}/w(z))$ – функция ЭГ порядка ξ по координате v с масштабом $w(z)$; a_{nm} – некоторые постоянные коэффициенты. Заметим, что каждый член суммы (6) является произведением функций по разделяемым координатам x и y , так что все трансформации произвольного поля $u(x, y, z)$ в плоскостях xz и yz могут рассматриваться независимо друг от друга.

Как известно, с использованием обычных линз легко получить вращение на 180° . Такой поворот осуществляет, например, оптический ретранслятор на основе телескопа Кеплера (имеется в виду система с увеличением $M = -1$), действие которого можно отождествить с парой зеркальных отражений, ориентированных под углом 90° друг к другу: $u(x, y) \rightarrow u(-x, -y)$. Ретранслятор, в отличие от зеркальных систем, осуществляет не только поворот, но и построение действительного изображения объекта. Поле произвольного лазерного пучка на выходе ретранслятора при $M = -1$ полностью совпадает с полем на входе (с учетом поворота на 180°). В других терминах оптический ретранслятор осуществляет два последовательных двумерных фурье-преобразования (ФП), которые эквивалентны накоплению фазы Гуи, равной π для обеих координат (x и y). (Точнее было бы говорить о «накоплении изменений фазы Гуи», но для краткости мы будем использовать терминологию, принятую в [14].) Действительно, согласно [14], если пучок прошел оптическую систему, заданную матрицей $ABCD$, то накопленная фаза Гуи θ может быть вычислена из соотношения

$$\theta = \arctan \left[\frac{\pi w_{\text{in}}^2}{\lambda B} \left(A + \frac{B}{R_{\text{in}}} \right) \right]^{-1}, \quad (7)$$

где w_{in} и R_{in} – характерный размер и радиус кривизны волнового фронта пучка на входе. Для обычного ретранслятора с $M = -1$ имеем $A = -1$, $B = 0$, поэтому $\theta = \pi$ и разность накопленных в плоскостях xz и yz фаз Гуи $\Delta\theta = 0$.

Легко представить себе аналог телескопа Кеплера, составленный из двух цилиндрических линз. Если отвлечься от координаты вдоль оси, параллельной образующей этих линз (пусть это будет ось y), то при распространении двумерного пучка для x -координаты имеем два одномерных ФП, т. е. изображение инвертировано относительно плоскости телескопа (проходящей через оптическую ось) с нулевой оптической силой. Полное изображение было бы неискаженным и инвертированным, если бы для y -координаты изменение параметров пучка при его распространении отсутствовало, т. е. разность накопленных фаз Гуи по обеим осям $\Delta\theta = \pi$. Это возможно только для плоских бесконечных волн, при распространении которых накопления фазы Гуи не происходит. В принципе, когда отклонением пучков от плоских волн можно пренебречь, установка друг за другом двух таких цилиндрических телескопов со взаимной ориентацией осей астигматизма под углом φ полностью решает задачу поворота изображений объекта линзовой системой без зеркал. Для реальных пучков, как бы близки к идеальным плоским волнам они не были, разность накопленных фаз Гуи во взаимно ортогональных плоскостях xz и yz всегда меньше π . Это ограничение, однако, может быть преодолено использованием двух последовательно установленных $\pi/2$ -конвертеров мод.

3. $\pi/2$ - и π -конвертеры мод

Действие астигматического $\pi/2$ -конвертера мод может быть сведено к выполнению в двух взаимно ортогональных плоскостях yz и xz , проходящих через оптическую ось системы, четного и нечетного числа ФП поля излучения [15]. В оптической схеме $\pi/2$ -конвертера работы [10] число ФП равно двум и трем, но могут быть построены $\pi/2$ -конвертеры мод с двумя и одним ФП [16] соответственно. Одна из таких схем приведена на рис.2. В результате в плоскости yz для любого исходного распределения поля имеем инверсию

$$u(x, y) \rightarrow F_y[u(x, y)] \rightarrow F_y[F_y[u(x, y)]] = u(x, -y), \quad (8)$$

а в плоскости xz при одном ФП получаем

$$u(x, y) \rightarrow F_x[u(x, y)]. \quad (9)$$

Равенство

$$F_x[u(x, y)] = u(x, y) \quad (10)$$

выполняется только при вполне определенных распределениях поля, в частности задаваемых функциями ЭГ или Лагерра – Гаусса (ЛГ). Если параметры ЭГ- и ЛГ-мод согласованы с оптическими параметрами $\pi/2$ -конвертера (для схемы на рис.2 перетяжка входного пучка располагается в плоскости P_1 и рэлеевская длина удовлетворяет условию $Z_R = \pi\omega^2/\lambda = f_1$), их принято рассматривать в качестве собственных мод устройства [17]. Различие в одно ФП для плоскостей yz и xz дает для собственных мод u_{nm}^{HG} и u_{nm}^{HG} на выходе $\pi/2$ -конвертера разность накопленных фаз Гуи $\Delta\theta = \pi(n - m)/2$ [10]. Как следствие, мода u_{nm}^{HG} , повернутая относительно осей x, y на 45° («диагональная» ЭГ-мода), после прохождения по оптической схеме рис.2 превращается в моду u_{pl}^{LG} ($n + m = 2p + l$).

Для произвольного распределения поля равенство (10) не выполняется, т. к. по одной координате имеется инверсия (8), а по другой – ФП (9).

Как отмечено в разд.2, на основе только цилиндрического ретранслятора система с точным равенством $\Delta\theta = \pi$ построена быть не может, поскольку для этого нужны пучки, у которых на входе системы $Z_R = \infty$. Можно, однако, составить π -конвертер из двух (рис.3,а) последовательно установленных и одинаково ориентированных $\pi/2$ -конвертеров [15]. В таком случае разность $\Delta\theta = \pi$ накапливается, например для мод $u_{01}^{HG}(x, y)$ и $u_{10}^{HG}(x, y)$, в два последовательных шага. При этом, про-

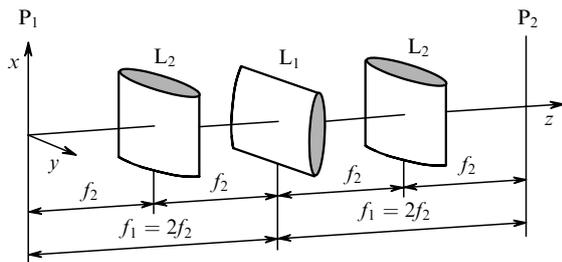


Рис.2. Оптическая схема $\pi/2$ -конвертера мод: $L_1 - L_3$ – цилиндрические линзы; P_1 и P_2 – входная и выходная плоскости; $f_{1,2}$ – фокусные расстояния линз.

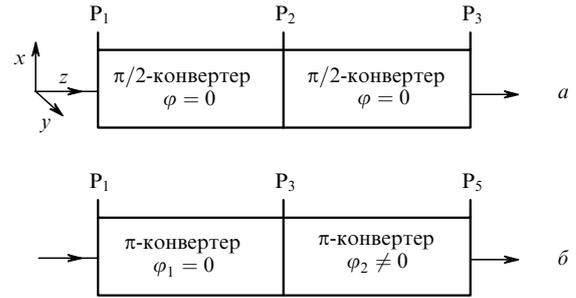


Рис.3. Астигматический π -конвертер, составленный из двух одинаковых $\pi/2$ -конвертеров (а), и вращатель произвольных распределений излучения типа I, состоящий из двух взаимно повернутых π -конвертеров (промежуточные опорные плоскости P_2 и P_4 не показаны) (б). Значения φ указывают, совпадают ($\varphi = 0$) или нет ($\varphi \neq 0$) оси астигматизма цилиндрических линз с осями координат (см. рис.2).

должая циклические преобразования (8) и (9), мы, очевидно, получим четыре и два ФП для плоскостей yz и xz соответственно, и распространение излучения от входа первого $\pi/2$ -конвертера к выходу второго дает инверсию

$$u(x, y) \rightarrow u(-x, y) \quad (11)$$

независимо от вида поля $u(x, y)$. Такая схема выполняет операцию инверсии по одной координате для пучков произвольного вида и может быть применена для построения вращателя пучков и изображений, не использующего зеркальных отражений. Действительно, если для $\pi/2$ -конвертера на рис.2 $ABCD$ -матрицами в плоскостях xz и yz являются матрицы

$$M_{xz}(\pi/2) = \begin{pmatrix} 0 & f_1 \\ -1/f_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

$$M_{yz}(\pi/2) = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

и накопление фазы Гуи (7) в плоскости xz зависит от f_1 (существует ограничение на собственные моды), то для π -конвертера с матрицами

$$M_{xz}(\pi) = M_{xz}^2(\pi/2) = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

$$M_{yz}(\pi) = M_{yz}^2(\pi/2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

зависимость от параметров линз отсутствует, что соответствует «идеальному» цилиндрическому ретранслятору.

4. Вращатель типа I

Вращатель на основе двух последовательно установленных π -конвертеров (рис.3,б), каждый из которых состоит из двух $\pi/2$ -конвертеров (промежуточные плоскости P_2 и P_4 не показаны), построен по тому же принципу, что и обычные зеркально-линзовые устройства. Назовем его вращателем типа I.

Если для π -конвертеров на рис.3,б принять для простоты, что $\varphi_1 = \varphi_2$, то вся система будет представлять

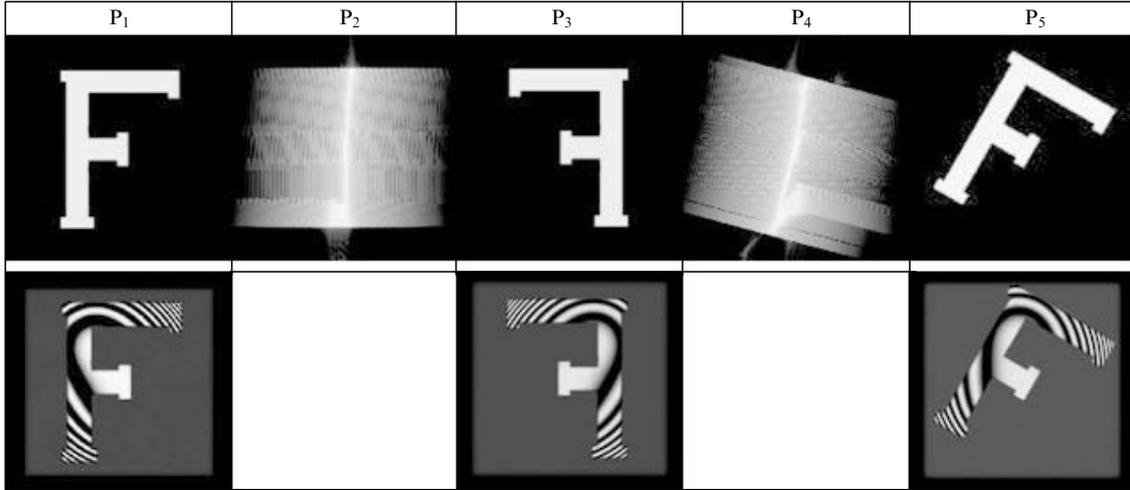


Рис.4. Результаты численного эксперимента с вращателем типа I: верхний ряд – изображения объекта на входе во вращатель и вид распределений в промежуточных и выходной опорных плоскостях (в плоскостях P_2 и P_4 интенсивности даны в логарифмическом масштабе); нижний ряд – соответствующие изображениям интерферограммы волнового фронта, искаженные в исходной плоскости P_1 комбинацией комы, астигматизма и сферической aberrации.

собой устройство, осуществляющее в общей сложности два полных цикла из четырех ФП в плоскости yz и один полный цикл – в плоскости xz . В промежуточной опорной плоскости P_3 число ФП равно 1 и 0.5 соответственно. Полные циклы, поскольку они переводят распределение поля само в себя, могут быть исключены, поэтому в плоскости P_3 имеем просто инвертированное по одной координате входное распределение поля. Легко видеть, что, если $\varphi_2 = \varphi_1$, второй π -конвертер на рис.3,б восстановит исходное поле без изменений. При $\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi$ второй π -конвертер (повернутый вокруг оси z цилиндрический ретранслятор) восстановит входное распределение поля, осуществив инверсию относительно собственной оси и вращение на угол $-2\Delta\varphi$. Напомним, что вращатель типа I, изображенный на рис.3,б, соответствует двум последовательным операциям инверсии из разд.1 при $\alpha \equiv 0$. Очевидно, что при любом $\alpha \neq 0$ ($\varphi_1 \rightarrow \varphi_1 + \alpha$ и $\varphi_2 \rightarrow \varphi_2 + \alpha$) вращение будет осуществлено на один и тот же угол $2(\varphi_2 - \varphi_1)$.

Результаты численного эксперимента по распространению пучков в схеме рис.3,б показаны на рис.4. Расчеты проведены с помощью программы ФРЕНЕЛЬ, предназначенной для моделирования распространения лазерного излучения по оптическим системам и использующей специальную процедуру автоматического выбора шкалы для минимизации счетной ошибки, возникающей при использовании алгоритма быстрого ФП [18].

Моделировалось распространение излучения по цепочке из четырех соответствующим образом ориентированных $\pi/2$ -конвертеров ($\Delta\varphi = -15^\circ$) от объекта, заданного в плоскости P_1 транспарантом, освещаемым когерентным излучением. Для иллюстрации отсутствия зависимости между параметрами оптической схемы на рис.3,б и объекта в освещающий пучок дополнительно введены произвольно ориентированные кома, астигматизм и сферическая aberrация, равные на краю поля изображения транспаранта соответственно 5λ , 5λ и 10λ .

Как видно из рис.4 (верхний ряд), транспаранту, заданному в плоскости P_1 , в плоскостях P_3 и P_5 отвечают инвертированное и прямое повернутое изображения, а в плоскостях P_2 и P_4 – их одномерные фурье-образы. При

этом в плоскости P_4 ось фурье-образа повернута на угол $\Delta\varphi = -15^\circ$. Интерферограммы в нижнем ряду показывают, что волновой фронт пучка, используемого для освещения, преобразуется так же, как и изображение.

5. Вращатель типа II

Рассмотрим ряд последовательно установленных π -конвертеров, которые, как показано на рис.5,а, образуют два стоящих друг за другом вращателя типа I. И пусть, как и ранее, в опорной плоскости P_1 мы имеем объект, изображение которого должно быть повернуто. Тогда во всех последующих опорных плоскостях с нечетными номерами, как это следует из описания вращателя типа I, будут присутствовать инвертированные или повернутые изображения объекта. Одномерные фурье-образы этих действительных изображений будут располагаться в четных опорных плоскостях. В силу взаимности ФП, очевидно, что изображения в нечетных плоскостях суть фурье-образы изображений в предыдущих четных плоскостях. Поэтому ничто не мешает поместить исходный объект, например, в плоскость P_2 . Тогда его повернутое

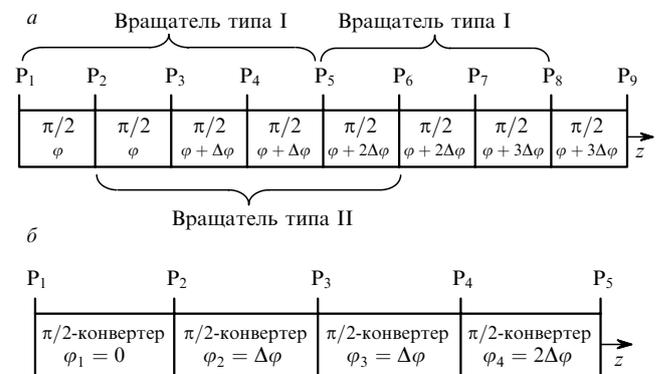


Рис.5. Положение вращателей типа I и II в последовательности $\pi/2$ -конвертеров, каждая пара из которых повернута относительно предыдущей на угол $\Delta\varphi$ (а) и схема вращателя произвольных распределений излучения типа II (б).

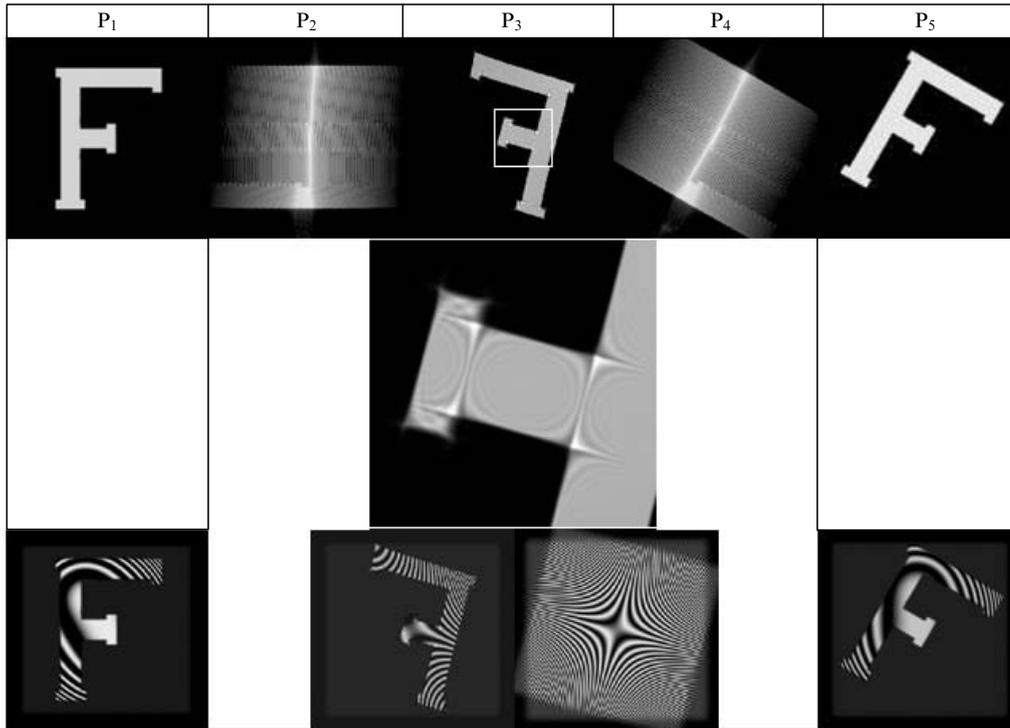


Рис.6. Результаты численного эксперимента с вращателем типа II (см. также подпись к рис.4). В центре среднего ряда дан увеличенный фрагмент распределения интенсивности в плоскости P_3 , выделенный в верхнем ряду. Вторая интерферограмма в центре нижнего ряда – пучок в плоскости P_3 без транспаранта на входе.

изображение должно быть получено в плоскости P_6 , т. е. через полный цикл из четырех ФП. Таким образом, мы приходим к схеме вращателя типа II, изображенной на рис.5,б. Можно рассматривать схему вращателя типа II как комбинацию π -конвертера с установленными перед ним и после него $\pi/2$ -конвертерами, повернутыми относительно π -конвертера на углы $\pm\Delta\varphi$. Мы, однако, используем другой подход.

Начнем с того, что опишем действие на собственную диагональную моду u_{01}^{HG} первых двух $\pi/2$ -конвертеров (рис.5,б). Как мы уже знаем (см. разд.3), в плоскости P_2 эта мода преобразуется в моду u_{01}^{LG} того же порядка. Если $\varphi_2 = 0$, то в плоскости P_3 ЛГ-мода превращается в инвертированное изображение моды u_{01}^{HG} , которое на самом деле есть мода u_{10}^{HG} . Если $\varphi_2 = \Delta\varphi$, то для второго $\pi/2$ -конвертера в плоскости P_2 входным является поле $u_{01}^{LG} \exp(i\Delta\varphi)$. (Произвольная мода u_{ml}^{HG} в плоскости P_1 преобразуется в плоскости P_2 в поле $u_{pl}^{LG} \exp(i\Delta\varphi)$.) Выполняя все преобразования, в плоскости P_3 получаем (в лабораторной системе координат) поле

$$\exp(i\Delta\varphi) \left[\frac{1}{\sqrt{2}} u_{01}^{HG} (\cos \Delta\varphi + \sin \Delta\varphi) + \frac{1}{\sqrt{2}} u_{10}^{HG} (\cos \Delta\varphi - \sin \Delta\varphi) \right], \quad (14)$$

где выражение в квадратных скобках – мода u_{10}^{HG} , повернутая на угол $\Delta\varphi$ с постоянным фазовым множителем, не зависящим от координат. Проведя все вычисления для второй пары $\pi/2$ -конвертеров (рис.5,б) и учтя, что в системе координат третьего $\pi/2$ -конвертера результатом вычислений является диагональная ЭГ-мода, в плоскости P_5 будем иметь поле

$$\frac{1}{\sqrt{2}} u_{10}^{HG} (\cos 2\Delta\varphi - \sin 2\Delta\varphi) + \frac{1}{\sqrt{2}} u_{10}^{HG} (\cos 2\Delta\varphi + \sin 2\Delta\varphi), \quad (15)$$

т. е. повернутую на угол $2\Delta\varphi$ диагональную моду u_{01}^{HG} без какого-либо фазового сдвига. То же самое произойдет и со всеми членами разложения поля излучения произвольного вида (6), если в качестве базиса использовать диагональные ЭГ-моды.

На рис.6 показаны результаты численного эксперимента для вращателя типа II. Очевидно, что, поскольку первые элементы вращателей типа I и II одинаковы, в опорных плоскостях P_1 и P_2 распределения интенсивности излучения на рис.4 и 6 совпадают, как совпадают и распределения в плоскости P_5 . В плоскости P_3 на рис.6 изображение исходного транспаранта искажено как по интенсивности, так и по фазе (см. ряд с интерферограммами пучков): здесь для каждой ЭГ-моды, участвующей в разложении исходного поля, имеется свой постоянный фазовый множитель. Фазовые искажения (центр третьего ряда), имеют седлообразный вид. Искажения интенсивности в плоскости P_3 для соответствующего фрагмента, выделенного в верхнем ряду, даны в центре второго ряда.

Интересно отметить, что для вращателя как типа I, так и типа II в главных плоскостях некоторых цилиндрических линз наблюдаются распределения интенсивности (рис.7), подобные изображениям исходного объекта, подвергнутым операции сдвига [9].

Составной частью описанных выше вращателей типа I и II служат различным образом ориентированные $\pi/2$ -конвертеры, разработанные для специфической цели – преобразования ЭГ-мод в ЛГ-моды (и обратно). Хотя в настоящем исследовании широко применялся форма-

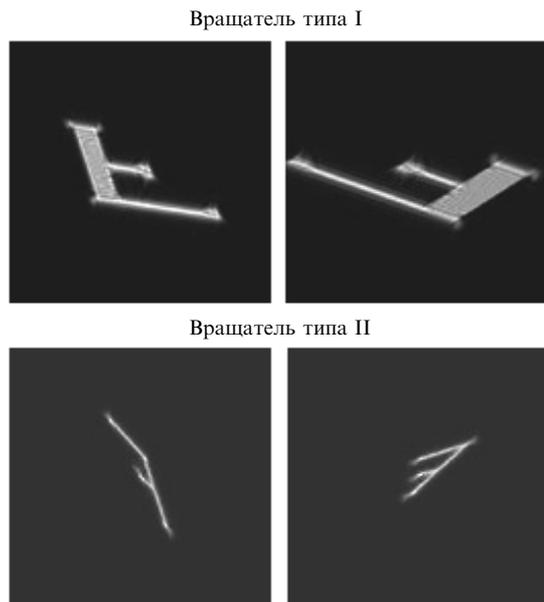


Рис.7. Некоторые из промежуточных изображений объекта для вращателей типа I и II, демонстрирующие операцию типа сдвига, описанную в [9].

лизм преобразования мод, а для иллюстрации работы вращателей использовалось численное моделирование распространения когерентного излучения, ни то, ни другое не является принципиальным. Действие вращателей может быть описано и на языке лучевой оптики, хотя, скорее всего, это будет непростой задачей. Как следует из сравнения изображений на рис.8 и верхних рядов изображений на рис.4 и 6, применение одних только законов преломления, которые главным образом и используются в методе трассировки лучей, дает в итоге (плоскость P_5) тот же результат, что и дифракционный расчет. При этом для опорных плоскостей, в которых интерференционные эффекты проявляются наиболее сильно, что естественно, соответствие изображений только качественное.

6. Заключение

Анализ принципа вращения изображений и переноса их пучков показал, что у традиционных вращателей, наиболее известным из которых является призма Дове, использующая отражение, имеется альтернатива – полностью линзовая схема с $\pi/2$ -конвертером мод в качестве

P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
Вращатель типа I				
Вращатель типа II				

Рис.8. Результаты моделирования работы вращателей типа I и II методом трассировки лучей.

основного элемента. Два одинаково ориентированных $\pi/2$ -конвертера образуют идеальный цилиндрический телескоп-ретранслятор Кеплера, изображение на выходе которого является инвертированным по одной из координат по отношению к объекту. При добавлении второго такого же цилиндрического ретранслятора, произвольно ориентированного относительно оптической оси, образуется вращатель типа I. Предложен также вращатель типа II, основанный на цикличности преобразований Фурье, у которого, в отличие от вращателя типа I, ни в одной из промежуточных плоскостей не содержится неискаженного изображения объекта. Подход, базирующийся на использовании в схеме вращателя двух π -конвертеров (идеальных цилиндрических ретрансляторов), представляется более прозрачным, чем формальный метод работы [19].

Следует отметить, что вращателям разным типов (на основе призм, зеркал, голографических элементов или астигматической оптики) присущи объединяющие их черты. Так, фазовые функции, описывающие голографические вращатели, обязательно содержат сингулярные точки разрыва [6, 7]. Подобным свойством обладают промежуточные состояния поля (ЛГ-моды) в астигматических вращателях, рассматриваемых в данной работе. Изображения, полученные методом поворота на основе операций сдвига [8], также согласуются с наблюдающимися в астигматических вращателях промежуточными изображениями объекта.

Наконец, применяемый в настоящей работе формализм с использованием накопленной фазы Гуи, есть частный случай формализма на языке фазы Бэрри [13], применяемого для анализа операции вращения, осуществляемой с помощью традиционных систем [3]. Таким образом, хотя, на первый взгляд, действие вращателей разных типов существенно различно, можно проследить одни и те же фундаментальные принципы, лежащие в их основе.

Автор выражает свою признательность Дж.Немешу за полезные комментарии и рекомендации.

Настоящая работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 02-02-17718).

- Swift D.W. *Opt. Laser Technol.*, № 8,175 (1972).
- Segev M., Solomon R., Yariv A. *Phys. Rev. Lett.*, **69**, 590 (1992).
- Galvez E.J., Holmes Ch.D. *J. Opt. Soc. Am. A*, **16**, 1981 (1999).
- Bryngdahl O. *J. Opt. Soc. Am.*, **64**, 1092 (1974).
- Cederquist J., Tai A.M. *Appl. Opt.*, **23**, 3099 (1984).
- Roux F.S. *Appl. Opt.*, **32**, 3715 (1993).
- Roux F.S. *J. Opt. Soc. Am. A*, **11**, 2236 (1994).
- Lohmann A.W. *J. Opt. Soc. Am. A*, **10**, 2181 (1993).
- Lohmann A.W., Streibl N. *Appl. Opt.*, **22**, 780 (1983).
- Beijersbergen M.W., Allen L., van der Veen H.E.L.O., Woerdman J.P. *Opt. Commun.*, **96**, 123 (1993).
- Gouy. *Comp. Rend. Acad. Sci. Paris*, **110**, 1251 (1890).
- Casperson L.W. *Opt. Photon. News*, **11**, 4 (2000).
- Simon R., Mukunda N. *Phys. Rev. Lett.*, **70**, 880 (1993).
- Erden M.F., Ozaktas H.M. *J. Opt. Soc. Am. A*, **14**, 2190 (1997).
- Малютин А.А. *Квантовая электроника*, **33**, 235 (2003).
- Малютин А.А. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **4900**, 908 (2002).
- Van Enk S.J., Nienhuis G. *Opt. Commun.*, **94**, 147 (1992).
- Епатко И.В., Малютин А.А., Серов Р.В., Соловьев Д.А., Чулкин А.Д. *Квантовая электроника*, **25**, 717 (1998).
- Nemes G., Kostenbauder A.G. In: *Laser beam characterization*. Ed. by P.M.Mejias, H.Weber, R.Martinez-Herero, A.Gonzales-Urena (Madrid: Sociedad Española de Optica, 1993, p. 99).