

Локализация частиц сферической формы под действием градиентной силы в интерференционном поле лазерного излучения

А.А.Афанасьев, А.Н.Рубинов, Ю.А.Курочкин, С.Ю.Михневич, И.Е.Ермолаев

Развита теория транспортировки и локализации диэлектрических частиц сферической формы в жидкости под действием градиентной силы в поле лазерного излучения с периодической модуляцией интенсивности. В приближении Рэлея–Ганса найдено выражение для градиентной силы, с использованием которого численно решено уравнение движения Ланжевена. Исследованы транспортировка и локализация частиц в зависимости от их свойств, коэффициента вязкости жидкости и параметров лазерного излучения.

Ключевые слова: градиентные силы, транспортировка и локализация частиц.

1. Введение

Известно [1, 2], что в пространственно-неоднородных полях лазерного излучения на поляризующиеся частицы действует градиентная сила F_{grad} , направленная вдоль градиента интенсивности. Под действием этой силы частицы в зависимости от знака поляризуемости α_0 могут либо втягиваться в область максимумов интенсивности лазерного поля (при $\alpha_0 > 0$), либо выталкиваться из них (при $\alpha_0 < 0$).

Градиентные силы широко используются в так называемых лазерных пинцетах [3, 4] для разного рода манипуляций микрообъектами. Особенно успешно лазерные пинцеты применяются в биологии. При воздействии таких сил реализованы захват вирусов и бактерий [5], индуцированный синтез клетки [6], микрооперации в иммунологии и молекулярной генетике [7], исследовано движение хромосом [8] и многое другое. Вместе с тем, как показано в [9], особый интерес для биологических и медицинских применений представляет не только взаимодействие сфокусированного пучка с одиночной частицей, но и воздействие излучения с периодической пространственной модуляцией интенсивности на ансамбль частиц. Согласно [9] в этом случае можно реализовать пространственную модуляцию концентрации частиц с разделением их по сортам. Интерференционный захват ансамбля микрочастиц различных типов в жидкости был продемонстрирован экспериментально в [10, 11].

Простейшим способом создания регулярных градиентных полей является интерференция двух световых пучков, приводящая к гармонической модуляции интенсивности излучения с периодом L , изменяемым в широком диапазоне $\lambda/2 \leq L \leq \infty$, где λ – длина волны лазерного излучения. Управление периодом модуляции интенсивности излучения (осуществляемое изменением угла схождения интерферирующих пучков) позволяет варьировать градиентную силу, действующую на микрочасти-

цы. Это открывает широкие возможности воздействия лазерного излучения на биологические процессы, которые в наибольшей степени связаны с селективной локализацией клеток и органелл, а также с их конформационными изменениями [9].

Для изучения физико-биологических закономерностей воздействия градиентных лазерных полей на биологические микрообъекты необходима адекватная оптическая модель рассматриваемых систем и соответствующее теоретическое описание процессов их пространственной локализации и конформационных изменений. Наиболее простыми оптическими моделями таких объектов могут быть поляризующиеся диэлектрические частицы соответствующей формы (например, шарики). С помощью этих моделей открывается возможность аналитического описания процессов пространственного разделения и селективной локализации частиц в жидкости. В частности, модель диэлектрических шариков широко применяется для теоретического рассмотрения захвата и удержания частиц в оптических ловушках [3, 12–14].

В настоящей работе развита теория транспортировки и локализации диэлектрических частиц сферической формы в жидкости под действием градиентной силы в поле лазерного излучения с периодической модуляцией интенсивности. В отличие от [9] в данной теории учитывается возможное изменение градиента поля в пределах размеров частицы, что позволяет использовать теорию для анализа ситуаций, в которых период модуляции поля сравним с диаметром частицы или даже меньше его. В приближении Рэлея–Ганса [15] найдено выражение для градиентной силы, с помощью которого численно решено уравнение движения Ланжевена. Исследованы транспортировка и локализация частиц в зависимости от их свойств, коэффициента вязкости жидкости и параметров лазерного излучения. Показано, что градиентная сила является знакопеременной осциллирующей функцией в зависимости от радиуса частицы a . Это позволяет проводить пространственное разделение частиц с различными размерами и оптическими свойствами. Приведены численные оценки интенсивности лазерного излучения, необходимой для селективного пространственного разделения частиц в зависимости от их размеров.

2. Вычисление градиентной силы в поле периодически модулированного излучения. Приближение Рэлея – Ганса

Электромагнитное поле, действующее на прозрачную частицу сферической формы в ячейке с жидкостью, представим в виде двух плоских когерентных волн, падающих симметрично по отношению к нормали (ось x) к границе ячейки (ось z), с углом между ними 2β :

$$E = \frac{E_0}{2} \left(e^{ik_z z} + e^{-ik_z z} \right) e^{-i(\omega t - k_x x)} + \text{компл. сопр.}, \quad (1)$$

где ω – частота излучения; $k_z = k \sin \beta$; $k_x = k \cos \beta$; $k = n_0 \omega / c$ – волновое число; n_0 – показатель преломления жидкости. В соответствии с (1) интенсивность излучения

$$|E(z)|^2 = 2|E_0|^2 \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{z}{\Lambda} \right) \right], \quad (2)$$

где $\Lambda = \pi / (k \sin \beta)$. Минимальный период модуляции излучения $\Lambda_{\min} = \lambda / 2$ (где $\lambda = 2\pi / k$ – длина волны в жидкости) достигается при встречном распространении волн вдоль оси z ($\beta = 90^\circ$). В общем случае выражение для градиентной силы можно записать в виде [16]

$$F_{\text{grad}} = \alpha_0 \int_V \nabla |E|^2 dV, \quad (3)$$

где

$$\alpha_0 = \frac{(m^2 - 1)}{(m^2 + 2)} \quad (4)$$

– удельная поляризуемость [15]; $m = n/n_0$ – относительный показатель преломления; n – показатель преломления материала частицы. Интегрирование в (3) ведется по объему $V = 4\pi a^3 / 3$ сферической частицы. Выражение для градиентной силы (3) справедливо в приближении Рэлея – Ганса, которое накладывает определенные ограничения на относительный показатель преломления m и радиус a частиц [15]:

$$|m - 1| \ll 1, \quad (5a)$$

$$a \ll \frac{\lambda}{|m - 1|}. \quad (5b)$$

При выполнении условий (5) изменением электрического поля (1) вследствие дифракции на частице можно пренебречь и соответственно считать интенсивность излучения неизменной (аналог приближения заданного поля). Неравенства (5) определяют область применимости выражения (3). Однако исследования рассеяния света на сферических частицах показывают, что эти неравенства не являются столь «жесткими», а результаты теории хорошо согласуются с экспериментальными данными и в тех случаях, когда выражения (5) представляют собой нестрогие неравенства [15]. При полном снятии ограничений (5) расчет градиентной силы должен проводиться на основе теории рассеяния Ми, учитывающей изменение действующего поля вследствие его дифракции на частице.

Для рассматриваемых прозрачных частиц сферической формы интегрирование в (3) в сферических координатах с учетом выражения (2) не представляет затруднений

и выполняется строго. В результате с использованием соотношения $j(r) = [\pi / (2r)]^{1/2} J_{3/2}(r)$ между сферической $j(r)$ и цилиндрической $J_{3/2}(r)$ функциями Бесселя [17] получаем

$$F_{\text{grad}} = - \frac{8 \times 10^7}{cn} \left(\frac{\pi}{2} \right)^{1/2} \Lambda^2 r^{3/2} \alpha_0 I_0 J_{3/2}(r) \sin \xi = -F_0 \sin \xi, \quad (6)$$

где $I_0 = (cn / 4\pi) |E_0|^2$ – интенсивность излучения одного из падающих пучков (в Вт/см²); $r = 2\pi a / \Lambda$; $\xi = 2\pi z / \Lambda$; сила F_{grad} взята в г·см·с⁻², скорость света c – в см/с. Множитель 10^7 в (6) возникает из-за использования разных систем единиц. При малом размере частицы ($a < \Lambda$), когда внутри нее зависимостью интенсивности от координаты z можно пренебречь, из (6) с помощью разложения [17]

$$J_{3/2}(r) \simeq \left(\frac{r}{2} \right)^{3/2} \frac{1}{\Gamma(1 + 3/2)}, \quad r < 1$$

(где Γ – гамма-функция) можно получить хорошо известное выражение [18]

$$F_{\text{grad}}^{(0)} = - \frac{8}{3} 10^7 r^3 \frac{\Lambda^2}{cn} \alpha_0 I_0 \sin \xi. \quad (7)$$

Из сравнения формул (6) и (7) следует, что учет неоднородности излучения в пределах объема частицы приводит к качественному изменению поведения градиентной силы. В частности, для достаточно больших отношений a/Λ (при $a/\Lambda > 0.7$) амплитуда градиентной силы является знакопеременной функцией параметра r . На рис.1 приведена зависимость отношения амплитуд градиентных сил

$$\varepsilon = \frac{F_{\text{grad}}}{F_{\text{grad}}^{(0)}} = 3 \left(\frac{\pi}{2} \right)^{1/2} \frac{J_{3/2}(r)}{r^{3/2}}$$

от величины d/Λ , где $d = 2a$ – диаметр частицы. Видно, что значения F_{grad} и $F_{\text{grad}}^{(0)}$ различаются незначительно только в области $d/\Lambda \ll 1$ (заштрихованная область на рис.1). В частности, для $d/\Lambda \leq 0.3$ относительная погрешность формулы (7) составляет не более 10%. Следовательно, в областях $d/\Lambda > 0.3$ для корректного вычисления градиентной силы необходимо пользоваться формулой (6), учитывающей неоднородность излучения в объеме частицы.

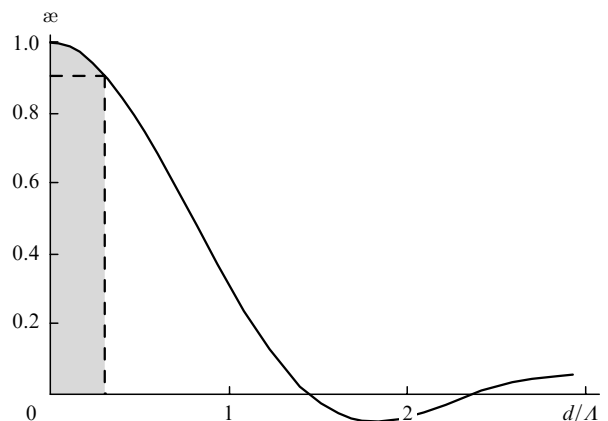


Рис.1. Зависимость отношения амплитуд градиентных сил $\varepsilon = F_{\text{grad}} / F_{\text{grad}}^{(0)}$ от параметра d/Λ .

Из (6) следует, что для определенных отношений диаметра сферической частицы к периоду модуляции, а именно при $\pi d/\Lambda = r = r_i$ (где r_i – корни цилиндрической функции Бесселя $J_{3/2}(r)$, $i = 1, 2, 3, \dots$), независимо от ее положения на интерференционной картине поля градиентная сила равна нулю ($r_1 \approx 4.5$, соответственно $d/\Lambda \approx 1.4$). Эффект «нулевой силы» обусловлен равновесием противоположно направленных составляющих градиентной силы, действующих на различные элементы сферической частицы. В области отрицательных значений функции $J_{3/2}(r)$ направление градиентной силы меняется на противоположное, вследствие чего сферические частицы с $m > 1$ будут локализоваться в минимумах интенсивности действующего излучения. Осциллирующий характер зависимости градиентной силы от отношения d/Λ позволяет проводить пространственное разделение частиц различных размеров.

Для анализа процесса локализации и транспортировки частиц под действием градиентной силы (6) будем использовать уравнение Ланжевена

$$m_0 \frac{d^2 z_c}{dt^2} = -F_0 \sin\left(2\pi \frac{z_c}{\Lambda}\right) - \gamma \frac{dz_c}{dt}, \quad (8)$$

где $z_c(t)$ – координата центра частицы; $m_0 = V\rho$ – масса частицы с плотностью ρ ; $\gamma = 6\pi a\eta$ – коэффициент трения; η – коэффициент динамической вязкости жидкости. Второе слагаемое в правой части (8) учитывает трение частицы при движении в жидкости. Уравнение (8) в случае $m > 1$ удобно представить в безразмерных переменных $\tau = \Omega_0 t$ и ξ :

$$\frac{d^2 \xi}{d\tau^2} = -\frac{J_{3/2}(r)}{r^{3/2}} \sin \xi - \frac{\gamma_0}{r^2} \frac{d\xi}{d\tau}, \quad (9)$$

где

$$\Omega_0^2 = 96 \times 10^7 \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2} \frac{\pi^3}{\Lambda^2 \rho c n} \alpha_0 I_0; \quad \gamma_0 = \frac{18\pi^2 \eta}{\Lambda^2 \rho \Omega_0}.$$

Уравнение (9) с начальными условиями $\xi(\tau = 0) = \xi_0$ и $(d\xi/d\tau)_{\tau=0} = 0$ при «мгновенном» включении поля ($I_0(\tau) = I_0$ при $\tau \geq 0$) решалось численными методами.

3. Обсуждение результатов

Численное решение уравнения движения (9) проводилось для параметров, соответствующих локализации частиц из плавленого кварца в воде под действием периодически модулированного излучения с длиной волны в вакууме $\lambda_0 = 1.064$ мкм: $n_0 = 1.33$, $n = 1.46$ (соответственно $\alpha_0 = 0.064$ и длина волны в воде $\lambda = 0.8$ мкм) [16], $\rho = 2.2$ г/см³ [19] и $\eta = 0.01$ г·см⁻¹·с⁻¹ [20]. При расчете контролировалось выполнение условий (5) применимости приближения Рэлея–Ганса. Для заданных показателей преломления n_0 и n условие (5а) выполняется автоматически: $|m - 1| = 0.098 \ll 1$. Выполнение условия (5б) обеспечивалось варьированием периода Λ интерференционной картины излучения в пределах $\lambda/2 \leq \Lambda \leq \infty$. В частности, в точке $d/\Lambda = 3$ на рис.1 условие (5б) для $\Lambda_{\min} = \lambda/2$ ($\beta \approx 90^\circ$) соответствует неравенству $1 \ll 13.6$.

На рис.2 приведены траектории движения $z_c(t)$ частиц для различных интенсивностей воздействующего излучения I_0 и размеров d (z_0 – координата начальной точки

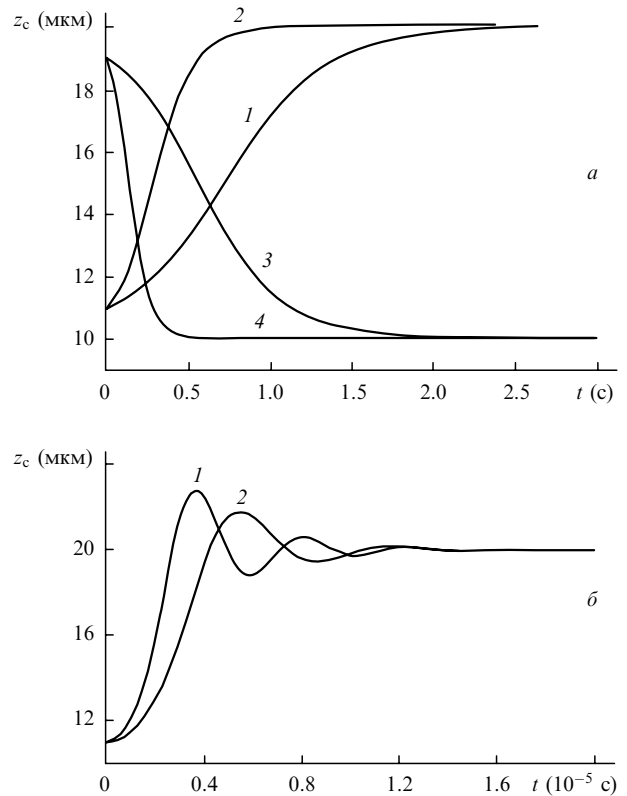


Рис.2. Траектории движения $z_c(t)$ частицы для различных интенсивностей I_0 , размеров частицы d и координат начальной точки ее локализации z_0 при $\Lambda = 1$ мкм: $z_0 = 0.55$ мкм (1, 2), $d = 1$ мкм (1, 2), $I_0 = 40$ (1) и 100 Вт/см² (2) и $z_0 = 0.95$ мкм (3, 4), $d = 1.6$ мкм (3, 4), $I_0 = 70$ (3) и 140 Вт/см² (4) (а); $z_0 = 0.55$ мкм (1, 2), $d = 1$ мкм (1, 2), $I_0 = I_{th}$ (1) и $0.2I_{th}$ (2) (б).

локализации частицы). Кривые 1 и 2 на рис.2,а соответствуют области параметров $r < r_1$, когда частицы локализуются в максимумах интенсивности, а кривые 3 и 4 – области параметров $r_2 > r > r_1$, когда направление градиентной силы изменяется на противоположное и частицы локализуются в минимумах интенсивности. При достаточно большой интенсивности движение частицы становится затухающе-осциллирующим (рис.2,б) в окрестности точки ее локализации. Колебательное движение частицы реализуется при превышении интенсивностью I_0 некоторого порогового значения I_{th} , которое можно оценить, используя приближение установившегося движения [9] в поле усредненной градиентной силы

$$\langle F_{\text{grad}}(z) \rangle = -\frac{F_0}{\pi} \int_0^\pi \sin \xi \, d\xi = -\frac{2F_0}{\pi}. \quad (10)$$

При этом из (8) для установившейся скорости v_0 частицы находим соотношение

$$v_0 = \frac{2F_0}{\pi\gamma}. \quad (11)$$

Из условия равенства кинетической энергии частицы $U = m_0 v_0^2 / 2$ потенциалу градиентной силы $U_0 = \int F_{\text{grad}}(z) dz$ в точке локализации частицы для оценки I_{th} получаем выражение

$$I_{th} \approx 4 \times 10^{-6} \frac{1}{\Lambda^2} \frac{cn}{r^{5/2} J_{3/2}(r)} \frac{\eta^2}{\rho \alpha_0}. \quad (12)$$

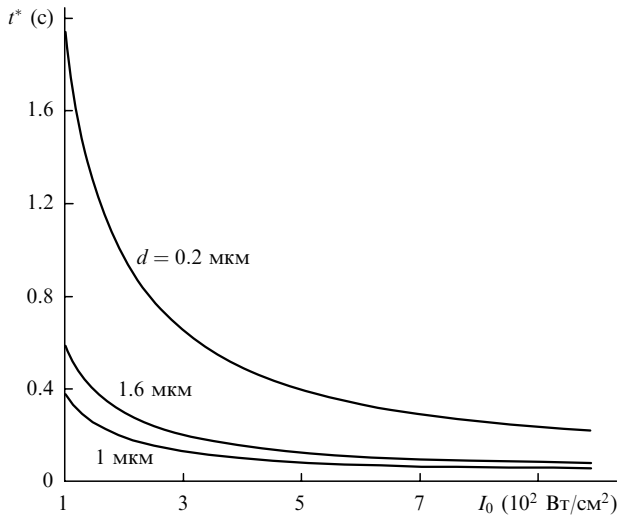


Рис.3. Зависимости времени локализации частицы t^* от интенсивности излучения I_0 для различных размеров частицы d при $\Lambda = 1$ мкм.

Из численного решения уравнения (9) следует, что затухающее осциллирующее движение частицы реализуется при $I_{th} > I_0 > 0.2I_{th}$. Оценки показывают, что в рассматриваемом случае движения частиц из плавленного кварца в воде типичные пороговые интенсивности $I_{th} \sim 10^{-2} - 10^2$ МВт/см². Очевидно, что такие интенсивности практически труднодостижимы. Однако в случае локализации частиц, находящихся в разреженной газообразной среде (при $\eta \ll 1$), осциллирующее движение можно получить для реально достижимых интенсивностей излучения ($I_{th} \sim \eta^2$). Особенности осциллирующего движения молекул разреженного газа под действием градиентной силы без учета трения рассматривались в [21].

Для интенсивностей $I_0 < 0.2I_{th}$, время локализации частицы t^* можно оценить из уравнения (8) с учетом соотношений (10) и (11). В результате t^* определяется из следующего трансцендентного уравнения:

$$\left(1 + \frac{\pi A \gamma^2}{4|F_0|m_0}\right) = \frac{\gamma}{m_0} t^* + \exp\left(-\frac{\gamma}{m_0} t^*\right). \quad (13)$$

Найденные из (13) значения t^* хорошо согласуются с результатами численного решения уравнения (8). Рассчитанная по формуле (13) зависимость времени локализации частицы t^* от интенсивности излучения I_0 приведена на рис.3. Видно, что t^* может изменяться в широких пределах. Вследствие осциллирующего характера зависимости амплитуды градиентной силы (6) от параметра r время локализации частицы t^* является немонотонной функцией их размера. В данном случае, как видно из сравнения кривых на рис.3, время локализации частиц с $d = 1$ мкм меньше, чем для частиц с $d = 1.6$ и 0.2 мкм. Заметим, что использование формулы (7), полученной в пренебрежении неоднородностью излучения в объеме частиц, дает монотонное уменьшение времени локализации частиц с ростом их размера. Как следует из уравнения (8), это обусловлено уменьшением влияния трения на параметры движения частиц (параметр $\gamma/m \sim a^{-2}$). Полученные значения t^* позволяют сделать оценку длительности импульса лазерного излучения, требуемой для реализации захвата и локализации частиц с различными оптическими свойствами и размерами.

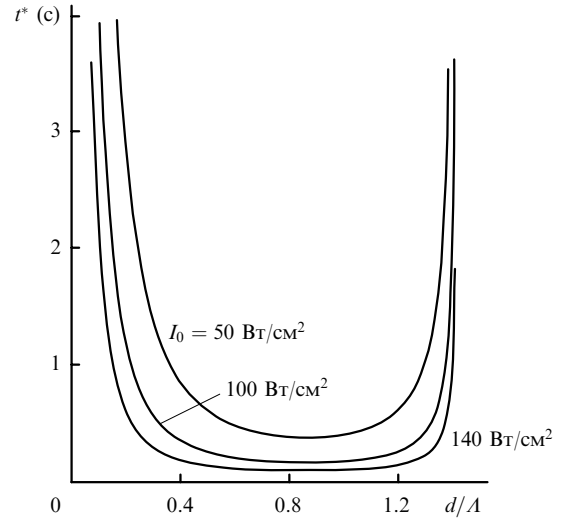


Рис.4. Зависимости времени локализации частицы t^* от отношения d/Λ для различных интенсивностей I_0 при $\Lambda = 1$ мкм.

На рис.4 показана зависимость времени t^* от отношения d/Λ . В окрестности точки $d/\Lambda \simeq 1.4$ время t^* неограниченно возрастает, что является проявлением эффекта «нулевой силы» (при $d/\Lambda \simeq 1.4$, $F_{grad} = 0$). Независимо от интенсивности излучения минимальное время локализации t^* достигается для оптимальных значений $d/\Lambda \sim 0.6 - 1.0$.

4. Заключение

Таким образом, в приближении Рэлея–Ганса вычислена градиентная сила, действующая на прозрачные частицы сферической формы в поле лазерного излучения с периодически модулированной интенсивностью, при учете неоднородности поля внутри частицы. Показано, что амплитуда градиентной силы $F_0(r) \sim J_{3/2}(r)$ является знакопеременной функцией параметра $r = \pi d/\Lambda$. Для r , равных корням r_i функции Бесселя $J_{3/2}(r)$, градиентная сила $F_0(r) = 0$. Эффект «нулевой силы» является следствием равенства противоположно направленных составляющих градиентной силы, действующих на разные элементы объема сферической частицы. В области отрицательных значений функции Бесселя $J_{3/2}(r)$ направление градиентной силы меняется на противоположное, вследствие чего частицы с $m > 1$ будут локализоваться в точках минимума интенсивности. Осциллирующий знакопеременный характер зависимости градиентной силы от параметра r в широком диапазоне изменения периода Λ модуляции интенсивности излучения обуславливает появление дополнительных возможностей пространственного разделения частиц разных размеров.

Проведено численное решение уравнения Ланжевена для параметров, соответствующих движению шарика из плавленного кварца в воде под действием периодически модулированного излучения с длиной волны $\lambda = 1.064$ мкм.

Отметим, что полученные результаты могут быть применимы для частиц относительно больших размеров ($a > \lambda$) с показателем преломления, близким к показателю преломления окружающей среды ($m - 1 \ll 1$). При воздействии нерезонансного лазерного излучения на биологические объекты эти условия практически всегда выполняются [8, 9].

Авторы благодарны ISTC за финансовую поддержку настоящей работы по проекту В-479.

1. Аскарьян Г.А. *ЖЭТФ*, **42**, 1567 (1962).
2. Ashkin A. *Phys. Rev. Lett.*, **25**, 1081 (1970).
3. Ashkin A., Dziedzic J.M., Bjorkholm J.E., Steven Chu. *Opt. Lett.*, **11**, 288 (1986).
4. Greulich K.O., Monajembashis S. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **2628**, 116 (1996).
5. Ashkin A., Dziedzic J.M. *Science*, **235**, 1517 (1987).
6. Steubing R.W., Cheng S., Wright W.H., Numajiri Y., Berns M.W. *Cytometry*, **12**, 505 (1991).
7. Seeger S., Monajembashi S., Hutter K.J., Futterman K.J., Wolfrum J., Greulich K.O. *Cytometry*, **12**, 497 (1991).
8. Berns M.V., Wright W.H., Tromberg B.J., Profeta G.A., Andrews J.J., Walter R.J. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, **86**, 7914 (1989).
9. Rubinov A.N., Afanas'ev A.A. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **4749**, 207 (2002).
10. Alrt J., Garces-Chavez V., Sibbett W., Dholakia K. *Opt. Commun.*, **197**, 239 (2001).
11. Афанасьев А.А., Катаркевич В.М., Рубинов А.Н., Эфендиев Т.Ш. *ЖПС*, **69**, 675 (2002).
12. Ashkin A. *Science*, **210**, 1081 (1980).
13. Letokhov V.S., Minogin V.G. *Phys. Rep.*, **73**, 1 (1981).
14. Ashkin A., Dziedzic J.M. *Phys. Rev. Lett.*, **54**, 1245 (1985).
15. Ван де Хюлст Г. *Рассеяние света малыми частицами* (М.: ИЛ, 1961, с. 536).
16. Rohrbach A., Sterzer E.H.K. *J. Opt. Soc. Am. A*, **18**, 839 (2001).
17. Градштейн И.С., Рыжик И.М. *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений* (М.: ГИФМЛ, 1963, с. 1100).
18. Rubinov A.N., Afanas'ev A.A., Kurochkin Yu.A., Mikhnevich S.Yu. *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*, **4**, 123 (2001).
19. Кикоин И.К. *Таблицы физических величин* (М.: Атомиздат, 1976, с.1008).
20. Ривкин С.Л., Александров А.А. *Термофизические свойства воды и водяного пара* (М.: Энергия, 1980, с. 423).
21. Павлик Б.Д. *Холодные и ультрахолодные атомы* (Киев: Наукова думка, 1993, с. 272).