PACS 42.81.Dp; 42.65.Sf

Модуляционная неустойчивость оптического излучения в одномодовых усиливающих световодах

И.О.Золотовский, Д.И.Семенцов

Исследованы условия возникновения модуляционной неустойчивости волнового пакета в среде с мнимыми составляющими константы распространения и дисперсионных параметров. Выявлены возможность существования модуляционной неустойчивости в области нормальной материальной дисперсии, бистабильный характер и зависимость динамики ее развития от отношения мнимых и действительных составляющих дисперсионных параметров.

***Ключевые слова**: модуляционная неустойчивость, усиливающая среда, керровская нелинейность.*

Неустойчивость квазинепрерывного излучения при его временной модуляции впервые рассмотрена в работе [1], где показано, что в одномодовом волоконном световоде модуляционная неустойчивость (МН) волны возникает за счет нелинейного эффекта самовоздействия только в области аномальной дисперсии. В [2] МН экспериментально наблюдалась в волокнах с нелинейностью керровского типа. В настоящее время к исследованию этого эффекта проявляется повышенный интерес [3–5], связанный с его фундаментальностью, а также с возможностью создания на его основе полностью оптических логических элементов [6].

Перспективным в этом плане представляется использование усиливающих световодов. Как правило, при рассмотрении динамики оптического излучения в таких световодах специфические особенности влияния усиления сводятся к введению экспоненциального роста амплитуды волнового пакета по мере его распространения по волокну. Однако в [7, 8] показано, что наличие мнимых составляющих дисперсионных параметров, обусловленных комплексностью константы распространения, качественно меняет картину эволюции волнового пакета. В настоящей работе исследуются особенности МН в усиливающем одномодовом волоконном световоде с нелинейностью керровского типа, связанные с учетом влияния действительных и мнимых составляющих дисперсионных параметров первого и второго порядков.

1. Рассмотрим одномодовый световод, диэлектрическая проницаемость которого является комплексной величиной: $\varepsilon = \varepsilon' + \mathrm{i}\varepsilon''$, причем для реальных волоконных световодов $|\varepsilon''| \ll |\varepsilon'|$. Комплексность ε приводит к комплексности константы распространения волноводной моды $\beta = \beta' - \mathrm{i}\beta''$, причем в соответствии с приведенным выше неравенством $|\beta''| \ll |\beta'|$. Поле распространяющегося в световоде волнового пакета может быть представлено в следующем виде:

$$\boldsymbol{E}(t,r,z) = \tfrac{1}{2}\{\boldsymbol{e}\mathscr{A}(t,z)U(r)\exp[\mathrm{i}(\omega_0 t - \beta' z)] + \text{компл. сопр.}\} \qquad (1)$$

где $\boldsymbol{e}$ – орт поляризации моды; $U(r)$ – профильная функция, описывающая распределение поля моды по сечению световода; ω_0 – несущая частота вводимого волнового пакета. Динамика временной огибающей волнового пакета с учетом комплексности константы распространения, дисперсионных эффектов первого и второго порядков, а также нелинейности среды керровского типа описывается следующим уравнением для амплитуды $\mathscr{A}$:

$$\frac{\partial\mathscr{A}}{\partial z} - \mathrm{i}k_1''\frac{\partial\mathscr{A}}{\partial\tau} - \mathrm{i}k_2\frac{\partial^2\mathscr{A}}{\partial\tau^2} + \mathrm{i}R|\mathscr{A}|^2\mathscr{A} = -\beta''\mathscr{A}, \qquad (2)$$

где $\tau = t - z/u_{\rm gr}$ – время в «бегущей» системе координат; $u_{\rm gr}^{-1} = (\partial\beta'/\partial\omega)|_{\omega_0}$ – обратная групповая скорость волнового пакета; R – параметр нелинейности; $k_1'' = (\partial\beta''/\partial\omega)|_{\omega_0}$ – комплексный параметр дисперсии групповых скоростей; $k_2 = k_2' - \mathrm{i}k_2''$; $k_2' = (\partial^2\beta'/\partial\omega^2)|_{\omega_0}$; $k_2'' = (\partial^2\beta''/\partial\omega^2)|_{\omega_0}$. Учтя зависимость временной огибающей от координаты z, связанную с наличием мнимой составляющей константы распространения, произведем в (2) стандартную подстановку:

$$\mathscr{A}(t,z) = A(t,z)\exp(-\beta'' z), \qquad (3)$$

в результате которой получим

$$\frac{\partial A}{\partial z} - \mathrm{i}k_1''\frac{\partial A}{\partial\tau} - \mathrm{i}k_2\frac{\partial^2 A}{\partial\tau^2} + \mathrm{i}R|A|^2 A\exp(-2\beta'' z) = 0. \qquad (4)$$

В приведенных соотношениях поглощению отвечает $\beta'' > 0$, усилению – $\beta'' < 0$. Для квазимонохроматической волны, т. е. для импульса, длительность которого $\tau_0 \geqslant 10^{-9}$ с, решение уравнения (4) имеет вид

$$A = A_0\exp\{-\mathrm{i}R|A_0|^2[1 - \exp(-2\beta'' z)]/2\beta''\}. \qquad (5)$$

Выясним вопрос об устойчивости приведенного стационарного решения. Для этого рассмотрим малое возмущение стационарного решения

Ульяновский государственный университет, Россия, 432970 Ульяновск, ул. Л.Толстого, 42; e-mail: sdi@sdi.ulsu.ru

Поступила в редакцию 20 июня 2002 г.

$$\tilde{A} = [A_0 + \delta(z,\tau)]\exp\{-\mathrm{i}R|A_0|^2[1-\exp(-2\beta''z)]/2\beta''\}, \quad (6)$$

где $\delta(z,\tau)$ – возмущение. В линейном приближении для $\delta(z,\tau)$ получаем

$$\frac{\partial\delta}{\partial z} - \mathrm{i}k_1''\frac{\partial\delta}{\partial\tau} - \mathrm{i}(k_2' - \mathrm{i}k_2'')\frac{\partial^2\delta}{\partial\tau^2} + \mathrm{i}\Gamma(\delta+\delta^*) = 0, \quad (7)$$

где $\Gamma = R|A_0|^2\exp(-2\beta''z)$. Отметим, что в общем случае параметр нелинейности является комплексным, т. к. $R \sim \varepsilon^{-1/2}$ [3]. Однако для используемых на практике нелинейных световодов $|R'| \gg |R''|$, и в дальнейшем, не нарушая общности рассматриваемой задачи, будем полагать $R'' \simeq 0$, а параметр Γ будем считать действительным.

2. Для гармонического возмущения решение уравнения (7) будем искать в стандартном виде:

$$\delta = a\exp[\mathrm{i}(\Omega\tau - hz)] + b\exp[-\mathrm{i}(\Omega\tau - hz)], \quad (8)$$

где $a = a' + \mathrm{i}a''$ и $b = b' + \mathrm{i}b''$ – комплексные амплитуды возмущения; h – волновое число; $\Omega = \omega_0 - \omega_{\mathrm{v}}$ – частота возмущения; ω_{v} – частота возмущающей волны или спонтанного «шумового» возмущения. Уравнение (7) трансформируется в систему четырех однородных уравнений для a', a'', b', b''. Эта система имеет нетривиальное решение только в случае равенства нулю следующего определителя:

$$\begin{vmatrix} F_- & -G_+ & -\Gamma & 0 \\ G_+ & F_- & 0 & \Gamma \\ \Gamma & 0 & F_+ & -G_- \\ 0 & -\Gamma & G_- & F_+ \end{vmatrix} = 0, \quad (9)$$

где $F_\pm = h \pm (\Gamma + k_2'\Omega^2/2)$; $G_\pm = \Omega(k_1'' \pm k_2''\Omega/2)$. Уравнение (9) является дисперсионным, связывающим параметры h и Ω. Если предположить, что несущая частота волнового пакета ω_0 совпадает с максимумом усиления активной среды (или с одним из экстремумов коэффициента поглощения диссипативной среды), то $(\partial\beta''/\partial\omega)|_{\omega_0} = 0$ и $k_1'' = 0$. При этом дисперсионное соотношение (9) существенно упрощается и константа распространения возмущения может быть представлена в следующем виде:

$$h = \frac{\mathrm{i}}{2}|k_2''|\Omega^2 \pm \frac{1}{2}|k_2'|\Omega^2\left(1 + \frac{4\Gamma}{k_2'\Omega^2}\right)^{1/2}. \quad (10)$$

В случае $\beta'' \to 0$ и $k_2'' \to 0$ имеет место стандартная ситуация, при которой h становится мнимым только в области аномальной дисперсии световода ($k_2' < 0$) и частот возмущений $|\Omega| \leqslant \Omega_{\mathrm{c}}$, где $\Omega_{\mathrm{c}} = 2(\Gamma/k_2')^{1/2}$. При этом инкремент усиления волнового возмущения $g(\Omega) = 2\mathrm{Im}(h)$ определяется выражением $g(\Omega) = 2|k_2'\Omega|(\Omega_{\mathrm{c}}^2 - \Omega^2)^{1/2}$, согласно которому $g(\Omega)$ становится максимальным при $\Omega_{\mathrm{m}} = \Omega_{\mathrm{c}}/\sqrt{2}$ и достигает величины $g(\Omega_{\mathrm{m}}) = 2\Gamma$.

В случае $\beta'' \neq 0$ и $k_2'' \neq 0$ константа распространения h имеет мнимую составляющую не только в области аномальной материальной дисперсии, но даже тогда, когда $k_2' > 0$. Более того, наличие мнимой составляющей у дисперсии групповых скоростей создает условия для формирования МН даже в отсутствие нелинейности, т. е. при $\Gamma \to 0$.

Объяснить возникновение МН в этом случае можно специфическим влиянием усиливающей среды, которое приводит к появлению фазовой самомодуляции (ФСМ) вводимого излучения, обусловленной существенной зависимостью мнимой составляющей волнового числа (инкремента усиления) от частоты. Влияние подобной ФСМ на динамику параметров вводимого в световод импульса (длительности, амплитуды, групповой скорости и т. д.) достаточно подробно исследовалось в работах [7, 8]. В частности была показана возможность самокомпрессии оптических импульсов сколь угодно малой мощности (т. е. без заметного влияния ФСМ, вызываемой нелинейностью керровского типа) и без начальной частотной модуляции. В рассматриваемом случае сильное влияние мнимых составляющих дисперсионных параметров проявляется при формировании режима МН – типично нелинейного процесса. Как следует из (10), при $\Gamma = 0$ инкремент усиления $g = |k_2''|\Omega^2$, и он не только отличен от нуля при любом $|\Omega|$, но с ростом $|\Omega|$ также увеличивается, что не соответствует реальному развитию МН. Обьяснение подобной ситуации заключается в том, что модуляционная неустойчивость является параметрическим процессом и может развиваться только на длинах $z < L_{\mathrm{coh}} = 2\pi/\Delta\varkappa$, где длина когерентности L_{coh} обратно пропорциональна расстройке действительных составляющих волновых векторов опорной волны и возмущения $\Delta\varkappa = k_2'\Omega^2 + 2\Gamma$ [3]. В этом случае зависимость инкремента усиления от проходимого возмущением расстояния может быть определена приближенным выражением $g(z) \simeq g_0\exp(-z/L_{\mathrm{coh}})$, а нарастание амплитуды возмущения

$$\delta(z) \simeq \delta_0\exp\{2\pi|k_2''|[1 - \exp(-|k_2'|\Omega^2 z/2\pi)]/|k_2'|\}. \quad (11)$$

При $|\Omega|^2 \gg 2\Gamma/|k_2'|$ длина когерентности $L_{\mathrm{coh}} \simeq 2\pi/|k_2'| \times \Omega^2$, а при $|\Omega| \to \infty$ расстояние, на котором может происходить перекачка энергии из опорной волны в волну возмущения, стремится к нулю. Кроме того, согласно (11), полное изменение амплитуды возмущения не может быть больше максимального значения $\delta_{\mathrm{m}} = \delta_0\exp|2\pi k_2''/k_2'|$.

Рассмотрим наиболее важный с практической точки зрения случай полного фазового синхронизма, когда $\Delta\varkappa = 0$ и $L_{\mathrm{coh}} \to \infty$. Подобная ситуация становится возможной при аномальной материальной дисперсии ($k_2' < 0$) и $|\Omega| = \Omega_{\mathrm{m}}$. В этом случае из соотношения (9) получим инкремент усиления

$$g(\Omega_{\mathrm{m}}) = 2\Gamma|(1 + k_1''^2/\Gamma|k_2'|)^{1/2} \pm k_2''/2k_2'|. \quad (12)$$

Из (12) при $\beta'' = 0$ и $k_1'' = 0$ следует $g(\Omega_{\mathrm{m}}) = 2\Gamma = 2R|A_0|^2$, т. е. имеет место уже полученный выше известный результат. В общем случае инкремент усиления существенным образом зависит от отношений мнимых и действительных компонент дисперсионных параметров k_1''/k_2'. Важным следствием (12) является также бистабильный характер зависимости g от k_2''/k_2'.

3. Для активных, т. е. усиливающих волокон величина $\beta''(\omega)$ может быть определена из соотношения [9]

$$2\beta'' = -\rho N\left[1 + \frac{I_0}{I_{\mathrm{s}}} + \left(\frac{\omega_0 - \omega_{\mathrm{r}}}{\Delta\omega_1}\right)^2\right], \quad (13)$$

где $I_0 = |A_0|^2$; ω_r и ρ – частота и сечение вынужденного перехода; N – концентрация активных частиц в отсутствие генерации; $\Delta\omega_1$ – ширина спектральной линии; I_s – интенсивность насыщения. С учетом (13) получаем для мнимых частей дисперсионных параметров 1-го и 2-го порядков в усиливающей среде

$$k_1'' = \frac{\rho N}{\Delta\omega_1^2}\frac{\Delta\omega}{\left[1 + I_0/I_s + (\Delta\omega/\Delta\omega_1)^2\right]^3}, \qquad (14)$$

$$k_2'' = \frac{\rho N}{2\Delta\omega_1^2}\frac{1 + I_0/I_s - 3(\Delta\omega/\Delta\omega_1)^2}{\left[1 + I_0/I_s + (\Delta\omega/\Delta\omega_1)^2\right]^3}, \qquad (15)$$

где $\Delta\omega = \omega_0 - \omega_r$ – отстройка от резонансной частоты. В дальнейшем будем полагать $I_s \gg I_0$. При этом в случае резонанса $k_1'' = 0$ и $k_2'' = \rho N/2\Delta\omega_1^2$.

Для разнообразных оптических систем возникновение МН имеет и отрицательные и положительные стороны. Так, МН может оказаться ограничивающим фактором для когерентных систем связи. В этом случае следует по возможности уменьшить значения мнимых составляющих дисперсионных параметров, чего можно добиться, выбрав усиливающие среды с максимально большой шириной линии. Именно такими свойствами обладают ВКР-усилители, используемые в настоящее время для дальней оптической связи [10]. Для них $\Delta\omega_1 \geqslant 10^{14}$ с$^{-1}$ и, следовательно, параметры типа $k_1''/k_2'' \ll 1$ не играют существенной роли. Как правило, в системах оптической связи в качестве передающей среды используются материалы с широкой полосой усиления ($\Delta\omega_1 \geqslant 5 \times 10^{13}$ с$^{-1}$), т. к. в этих системах необходимо добиться одинаково эффективного усиления нескольких рабочих каналов одновременно. Так, в кварцевых волоконных световодах ширина реализуемой ВКР линии усиления $\Delta\omega_1 \simeq 4\times 10^{14}$ с$^{-1}$, $|k_2'| \simeq 10^{-27}$ с^2/м и $|k_2''| \leqslant 10^{-29}$ с^2/м. Следовательно, сколько-нибудь существенной роли параметр k_2'' не играет. Именно этим обстоятельством можно объяснить тот факт, что ФСМ, вызываемая мнимыми составляющими дисперсионных параметров усиливающих и, тем более, слабопоглощающих световодов, не обсуждалась достаточно широко.

С другой стороны, МН можно использовать для генерации последовательности коротких импульсов с управляемой частотой повторения, что может оказаться полезным при конструировании полностью волоконных оптических переключателей. Для этих целей следует выбирать усилители с узкой линией усиления, для которых $\Delta\omega_1 < 10^{13}$ с$^{-1}$. В этом случае параметр k_2''/k_2' может быть не меньше 100, что позволит добиться резкого улучшения рабочих характеристик оптических переключателей. Так, на частоте генерации ($\omega_0 \simeq \omega_r$) для реальных параметров усиливающих световодов $\rho N \simeq 2$ м$^{-1}$, $\Delta\omega_1 \simeq 5 \times 10^{12}$ с$^{-1}$, $|k_2'| \simeq 10^{-28}$ с^2/м, $\Gamma = 0.5$ м$^{-1}$ и на частоте синхронизации $|\Omega| \simeq 10^{14}$ с$^{-1}$ инкремент усиления $g \simeq 2\Gamma|k_2''/k_2'| \simeq 100$ м$^{-1}$.

Таким образом, уже на сантиметровых и даже на миллиметровых длинах световода можно ожидать значительного усиления возмущений, что создает предпосылки для миниатюризации оптических переключателей на основе устройств, использующих вышеописанный эффект.

1. Hasegawa A. *Opt. Lett.,* **9**, 288 (1984).
2. Tai A., Hasegawa A., Tomita A. *Phys. Rev. Lett.,* **56**, 135 (1986).
3. Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов* (М.: Наука, 1988).
4. Hickmann J.M., Cavalcanti S.B., Borges N.M., Gouveia E.A., Gouveia-Neto A.S. *Opt. Lett.,* **18**, 182 (1993).
5. Lyra M.L., Gouveia-Neto A.S. *Opt. Commun.,* **108**, 117 (1994).
6. Фын Лу, Лю Сю-минь, Фын Ци-юань. *Квантовая электроника,* **27**, 269 (1999).
7. Золотовский И.О., Семенцов Д.И. *Квантовая электроника,* **30**, № 9, 794 (2000).
8. Золотовский И.О., Семенцов Д.И. *Оптика и спектроскопия,* **91**, № 1, 138 (2001).
9. *Справочник по лазерной технике*. Под. ред. А.П.Напартовича (М.: Энергоатомиздат, 1991).
10. Агравал Г. *Нелинейная волоконная оптика* (М.: Мир, 1996).

ПОПРАВКИ

М.Ю.Кириллин, А.В.Приезжев. Моделирование распространения лазерного пучка в плоском слое суспензии эритроцитов методом Монте-Карло: сравнение вкладов рассеяния с различными кратностями в угловое распределение света («Квантовая электроника», т.32, № 10, 2002, с. 883 – 887).

В статье допущены следующие опечатки:

1. На с. 883 следует заменить ссылки [3 – 5] на [3 – 6], [6] на [7], [7] на [8], [8] на [9], [9] на [10] и [10] на [6].
2. На с. 884 в правой колонке, 6-я строка сверху, вместо « $L = -\dfrac{\ln(1-\xi)}{\langle L\rangle}$ » следует читать « $L = -\ln(1-\xi)\langle L\rangle$».

А.Н.Ораевский. Когерентность и лазеры («Квантовая электроника», т.32, № 12, 2002, с. 1041 – 1047).

В статье следует поменять местами подписи к рис.1 и 2.