

# Восстановление экспериментальной автокорреляционной функции и определение параметров статистической неровности поверхности по данным рассеяния лазерного излучения в интегрально-оптическом волноводе

А.А.Егоров

*Продемонстрирована возможность использования волноводного рассеяния лазерного излучения для получения информации о статистических свойствах нерегулярностей из зашумленных данных измерений в дальней зоне. Описан комплексный алгоритм восстановления экспериментальной автокорреляционной функции шероховатости поверхности подложки интегрально-оптического волновода, основанный на комбинации классической регуляризации и квазиоптимальной фильтрации.*

**Ключевые слова:** интегрально-оптический волновод, статистические шероховатости, автокорреляционная функция, обратная задача рассеяния, экспериментальный шум.

## 1. Введение

В работе [1] описан комплексный метод нахождения приближенного корректного решения обратной задачи волноводного рассеяния, позволяющий восстановить автокорреляционную функцию (АКФ) статистической стационарной нерегулярности по данным рассеяния лазерного излучения в интегрально-оптическом волноводе, полученным в дальней зоне при достаточно низком отношении сигнал-шум (не менее единицы). Метод решения этой обратной задачи основан на использовании квазиоптимальной фильтрации (сглаживании) [1–3] и классической регуляризации [4]. В настоящей работе показано, что такой метод применим для восстановления экспериментальной АКФ и определения геометрических параметров статистической шероховатости подложки оптического планарного волновода (ПВ) в присутствии экспериментального шума, аппроксимируемого для простоты анализа некоторым аддитивным эффективным белым шумом. Установлено, что для исследуемых образцов кварцевых пластинок данный подход позволил получить хорошее соответствие найденных параметров шероховатости результатам независимых измерений.

## 2. Постановка задачи и алгоритм решения

Для восстановления АКФ шероховатости поверхности кварцевой пластинки из экспериментальных двумерных диаграмм рассеяния (ДР) использовался метод нахождения приближенного корректного решения обратной задачи волноводного рассеяния, описанный в нашей работе [1]. Рассматривалось рассеяние в интегрально-оптическом волноводе, образованном кварцевыми пластинками и тонким жидким слоем с показателями прелом-

ления  $n_c$ ,  $n_s$  и  $n_w$  соответственно. Применимость двумерного анализа задачи рассеяния обеспечивалась установкой в дальней зоне (или в эквивалентной ей плоскости Фурье) щелевой диафрагмы, параллельной плоскости падения, и поляризатора. Полученные таким образом экспериментальные двумерные ДР использовались для нахождения приближенного корректного решения обратной задачи рассеяния на трехмерных шероховатостях подложки оптического ПВ (см. ниже рис.1). Диаграмма рассеяния лазерного излучения записывалась непрерывно, а затем представлялась в виде дискретного набора значений интенсивности отклика в  $\sim 500 - 3000$  точках отсчета для последующей обработки на компьютере.

### 2.1. Алгоритм восстановления АКФ шероховатости подложки в присутствии шума

Решение обратной задачи волноводного рассеяния лазерного излучения на статистических шероховатостях заключается в восстановлении АКФ и определении соответствующих геометрических параметров по данным рассеяния волноводной моды, полученным в дальней зоне (или в эквивалентной ей плоскости Фурье) [1–3].

При регистрации интенсивности рассеянного лазерного излучения в дальней зоне точечным фотодетектором восстановление сглаженной АКФ  $R_{sm}(u, \gamma)$  проводится из экспериментальной ДР

$$\langle P(\beta, \gamma) \rangle = C_0 \langle \Phi(\beta, \gamma) F(\beta, \gamma) \rangle + \langle W(\beta, \gamma) \rangle \quad (1)$$

в результате преобразования Фурье найденной ФСП [1, 2]:

$$R_{sm}(u, \gamma) = C_0^{-1} \int \frac{\langle P(\beta, \gamma) \rangle \Phi^*(\beta, \gamma) E(u, \beta)}{|\Phi(\beta, \gamma)|^2 + \mu M} \times \exp[i(\beta_f - \beta)u] d\beta, \quad (2)$$

где используются процедуры классической регуляриза-

ции и сглаживания (квазиоптимальной фильтрации). В формулах (1), (2) введены следующие обозначения:  $u$  – пространственная координата;  $\beta$  – продольная составляющая постоянной распространения мод рассеяния, формирующих ДР (оптический образ объекта);  $\gamma$  – эффективный показатель преломления (коэффициент фазового замедления);  $C_0$  – нормировочный множитель;  $\Phi(\beta, \gamma)$  – оптическая передаточная функция волновода [1];  $F(\beta, \gamma)$  – ФСП статистических шероховатостей;  $W(\beta, \gamma)$  – функция, характеризующая аддитивный (и/или мультипликативный) действительный шум (для мультипликативного шума в (1) знак «+» следует заменить на знак умножения); угловые скобки означают усреднение по эргодическому ансамблю статистически идентичных систем;  $\mu$  – параметр регуляризации;  $M = \beta^{2p}$  или  $M = (\beta_f - \beta)^{2p}$  – простейшие стабилизаторы  $p$ -го порядка;  $p \geq 0$  – порядок регуляризации;  $\beta_f = k\gamma$  – постоянная распространения волноводной моды;  $k = 2\pi/\lambda$ ;  $\lambda$  – длина волны лазерного излучения в вакууме;  $E(u, \beta)$  – фильтрующая (сглаживающая) функция, которая подбирается из условия минимума среднеквадратичной ошибки решения обратной задачи. Основными источниками шума в измерениях (см. ниже разд.3) являются лазер, модулятор, фотоприемник, усилитель и источники внешней засветки. Известно, что шумы этих источников описываются в основном гауссовыми функциями [5]. Предположения о представлении этих шумов в виде некоторого эффективного суммарного белого шума будут обсуждены в разд.3.

## 2.2. Алгоритм восстановления ФСП шероховатости подложки в присутствии шума

Восстановление ФСП из измеренной ДР (1) проводится по формуле

$$\langle \tilde{F}(\beta, \gamma) \rangle = C_0^{-1} \langle P(\beta, \gamma) \Phi^{-1}(\beta, \gamma) \rangle. \quad (3)$$

Затем разлагаем восстановленную в ограниченном диапазоне ФСП (3) в усеченный ряд Тейлора [3]:

$$\langle \tilde{F}(\beta, \gamma) \rangle = C_0^{-1} \sum_{n=0}^{N_{\max}} F_n \frac{(\beta - \beta_n)^n}{n!}, \quad (4)$$

где  $\beta_n = n\Delta\beta$ ; при равномерных отсчетах  $\Delta\beta = 2\beta_s/N_{\max}$ , т. е. определяется максимальным числом членов разложения  $N_{\max}$  (в диапазоне волновых чисел наблюдаемых подложко-покровных мод рассеяния достаточно ограничиться  $N_{\max} \approx 30$  [3], тогда  $\Delta\beta \approx 1$  мкм<sup>-1</sup>);  $\beta_s = kn_s$ ;  $F_n = F(\beta_p) = \langle P(\beta_p, \gamma) \Phi^{-1}(\beta_p, \gamma) \rangle^{(n)}$  – коэффициенты разложения, вычисляемые в точке  $\beta_p$  внутри диапазона  $(-\beta_s, +\beta_s)$  постоянных распространения мод рассеяния (верхний индекс  $(n)$  означает  $n$ -ю производную). Ряд (4) позволяет аналитически продолжить действительную ФСП выше зависящей от структуры волновода граничной пространственной частоты  $\beta_{\max} \leq \beta_s$  (выше которой оптическая передаточная функция обращается в нуль). Может быть также использовано аналитическое продолжение ФСП на комплексную плоскость до целой функции экспоненциального типа в соответствии с теоремой Винера–Пэли. В настоящей работе применялся только первый тип повышения точности восстановления ФСП, т. е. аналитическая экстраполяция ряда Тейлора за пределы области подложко-покровных мод рассеяния. В модельных расчетах установлено, что при экстраполяции спек-

тра в соответствии с выражением (4) за пределы области измерения на интервал волновых чисел наблюдаемых подложко-покровных мод рассеяния (т. е. расширение области задания ФСП практически вдвое) при отношении сигнал-шум  $\sim 10$  и  $N_{\max} = 5$  ошибка восстановления заданных ФСП не превышает 100 %. Заданные АКФ – гауссова, экспоненциальная или типа  $(\sin x)/x$  – восстанавливаются в этом случае с ошибкой менее 60 %, а субволновые интервалы корреляции до  $\sim \lambda/35$  могут быть определены с относительной ошибкой около 5 % – 15 %, которая почти совпадает с ошибкой их определения при отношении сигнал-шум более 100 (без использования экстраполяции ФСП [2]).

## 2.3. Комплексный алгоритм восстановления АКФ шероховатости подложки

По теореме Винера–Хинчина любая одномерная АКФ  $B(u)$  является фурье-преобразованием от соответствующей ФСП:

$$B(u) = L \int_{-\infty}^{+\infty} F(\beta, \gamma) \exp[i(\beta_f - \beta)u] d\beta, \quad (5)$$

где  $L$  – длина нерегулярного участка ПВ (области, содержащей статистический ансамбль неровностей поверхности), а также интервал сглаживания в операторе квазиоптимальной фильтрации (2). Выполнив интегрирование, можно получить аналитическое выражение для АКФ. Эта функция восстанавливается в виде дискретного цифрового набора данных из экспериментальной ФСП и затем используется для определения геометрических параметров шероховатости.

Восстановление АКФ шероховатости  $R(u, \gamma)$  проводится из экспериментальной ФСП  $\tilde{F}(\beta, \gamma)$  по формуле (5):

$$R(u, \gamma) = \int \langle \tilde{F}(\beta, \gamma) \rangle \exp[i(\beta_f - \beta)u] d\beta. \quad (6)$$

Аппроксимируя АКФ рядом Фурье, получаем

$$R(u, \gamma) \approx \sum_{n=-N_{\max}}^{N_{\max}} \langle \tilde{F}(\beta_n, \gamma) \rangle \exp[i(\beta_f - \beta_n)u]. \quad (7)$$

Использование разложения ФСП в ряд Тейлора (4) может позволить снизить ошибку восстановления АКФ. Комбинируя формулы (2), (4) и (6), получаем следующее выражение для восстановления сглаженной экспериментальной АКФ со сверхразрешением:

$$R_{sm}(u, \gamma) = C_0^{-1} \int \sum_{n=0}^{N_{\max}} F_n^{sm} \frac{(\beta - \beta_n)^n}{n!} \exp[i(\beta_f - \beta)u] d\beta, \quad (8)$$

где  $F_n^{sm} = [(P) \Phi^* E(|\Phi|^2 + \mu M)^{-1}]^{(n)}$  – сглаженные регуляризованные коэффициенты разложения. При обработке экспериментальных данных необходимо ограничиться конечным числом слагаемых в (8) из-за влияния ошибок вычислений и экспериментального шума.

В тех случаях, когда не требуется существенного повышения точности решения обратной задачи за счет аналитической экстраполяции ФСП, можно использовать следующее дискретное представление для восстанавливаемой АКФ:

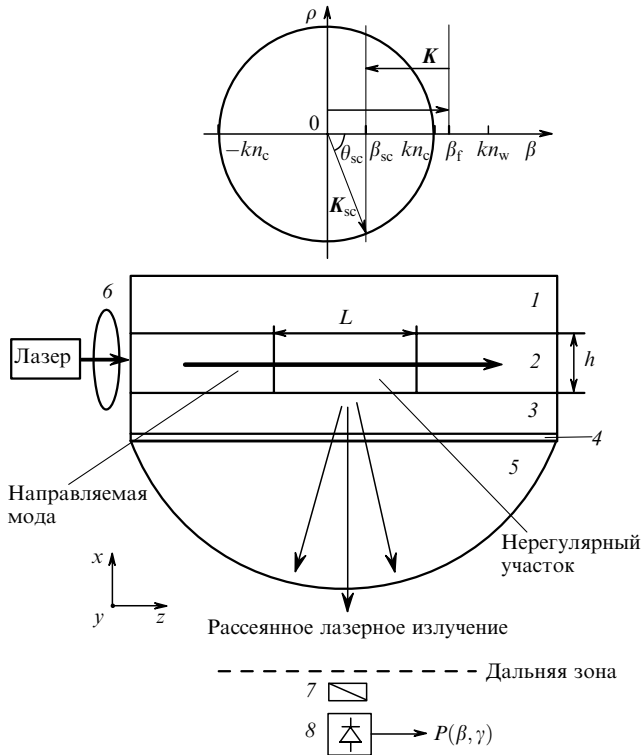


Рис.1. Схема регистрации рассеянного лазерного излучения в нерегулярном интегрально-оптическом волноводе и диаграмма продольной ( $\beta$ ) и поперечной ( $\rho$ ) составляющих постоянной распространения мод рассеяния для симметричного волновода: 1, 3 – кварцевые пластинки; 2 – волноводный жидкостный слой; 4 – тонкий слой иммерсии; 5 – кварцевый полукруг (или полусфера); 6 – линза; 7 – поляризатор; 8 – фотодетектор;  $L$  – длина нерегулярной области;  $h$  – толщина волновода;  $K$  – некоторый вектор решетки в непрерывном спектре шероховатостей;  $K_{sc}$  – вектор постоянной распространения мод рассеяния;  $\theta_{sc}$  – угол рассеяния в плоскости падения  $xz$ ;  $\beta_{sc} = kn_c \cos \theta_{sc}$  – соответствующая углу  $\theta_{sc}$  продольная составляющая постоянной распространения мод рассеяния.

$$R_{sm}(u_m, \gamma) \approx C_0^{-1} \sum_{n=-B_{max}}^{B_{max}} \frac{\langle P(n\Delta\beta, \gamma) \rangle \Phi^* E(u_m, n\Delta\beta)}{|\Phi|^2 + \mu M} \times \exp[i(\beta_f - n/N)m], \quad (9)$$

где дискретные значения чисел  $n$  и  $m$  ограничены сверху влиянием ошибок вычислений и экспериментального шума;  $u_m = m\Delta u$ ;  $\Delta u = u_{max}/B_{max}$  – шаг дискретизации;  $u_{max} \approx (5 - 10)r$ ;  $B_{max} = L/r$  может изменяться для практически важного интервала корреляции  $r = 0.05 - 5$  мкм от 100 мкм/5 мкм = 20 до 100 мкм/0.05 мкм = 2000, при этом  $\Delta u$  изменяется от  $2.5 \times 10^{-4}$  до 1.25 мкм. Эти оценки хорошо согласуются с оценкой шага дискретизации из неравенства  $\Delta u \ll r/2$  [3, 6]; в любом случае на практике шаг дискретизации выбирается с учетом требуемой точности восстановления искомой функции. Разложения (7)–(9) могут быть также применены для решения поставленной обратной задачи на основании известной теоремы отсчетов (теорема Котельникова–Шеннона [6]). Действительно, определяемый в соответствии с формулой (3) спектр нерегулярностей естественным образом ограничен по протяженности, поэтому АКФ может быть найдена по ее значениям в последовательности равноотстоящих (в общем случае это не обязательно) точек или

отсчетов  $u_m$  (здесь шаг дискретизации  $\Delta u$  определяется строго в соответствии с теоремой:  $\Delta u \leq 1/(2\beta_s) \approx 1/30$  мкм $^{-1} \approx 0.03$  мкм). Этот подход позволяет реализовать дополнительные возможности по сверхразрешающей обработке зашумленных данных измерений ДР в дальней зоне. Существуют и другие подходы к решению этой задачи [2, 3].

### 3. Эксперимент. Результаты измерений

Рассматриваемый нерегулярный интегрально-оптический волновод и схема регистрации рассеянного лазерного излучения показаны на рис.1. Симметричный ПВ образован двумя кварцевыми пластинками и расположенным между ними тонким волноводным слоем оптически прозрачной жидкости ( $n_c = n_s = 1.46$ ,  $n_w = 1.59$  для длины волны излучения гелий-неонового лазера  $\lambda = 0.63$  мкм). Исследуется рассеяние на шероховатостях однотипно обработанных (т.е. из одного эргодического ансамбля) кварцевых пластинок. В связи с этим предполагается, что поверхности пластинок, имеющие шероховатости, описываются одной и той же стационарной АКФ (и ФСП), и, следовательно, определяемые статистические параметры шероховатости поверхности – среднеквадратичная высота  $\sigma$  и интервал корреляции  $r$  – одинаковы для шероховатостей обеих границ волновода, т.е. ПВ является полностью симметричным [1]. Рассмотрение задачи сглаживания стационарных статистических нерегулярностей волновода показало, что условие эргодичности выполняется, если интервал сглаживания  $L$  удовлетворяет условию  $\lambda \ll L \ll \alpha^{-1}$ , где  $\alpha$  – экспериментальный коэффициент затухания.

Точечный фотодетектор сканирует ДР в дальней зоне в области существования наблюдаемых подложко-покрывных мод рассеяния. Благодаря использованию щелевой диафрагмы и поляризатора, ориентированных соответствующим образом, регистрируется лазерное излучение, рассеянное в плоскости падения. Для повышения отношения сигнал-шум применялся механический модулятор вводимого в волновод лазерного излучения. Сигнал с фотоприемника поступал на резонансный усилитель и регистрировался с помощью самописца для последующей обработки данных [7, 8]. Результаты измерений приведены на рис.2–4.

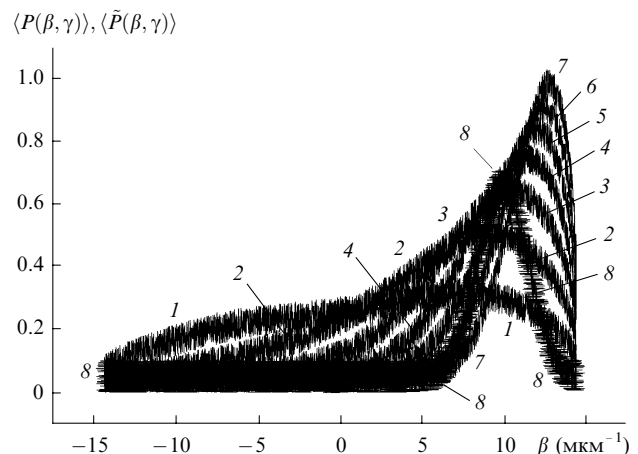


Рис.2. Теоретические ( $\langle \tilde{P}(\beta, \gamma) \rangle$ , кривые 1–7) и экспериментальная ( $\langle P(\beta, \gamma) \rangle$ , кривая 8) диаграммы рассеяния лазерного излучения в дальней зоне.



Рис.3. Фотография участка исследуемой поверхности кварцевой пластинки размером примерно  $5 \times 5$  мкм, полученная с помощью растрового электронного микроскопа.

### 3.1. Восстановление АКФ шероховатости из измеренной ДР (комплексный алгоритм)

На рис.2 приведены экспериментальная ДР в плоскости падения  $xz$  и теоретически рассчитанные двумерные ДР для экспериментальных значений коэффициента замедления  $\gamma = 1.48$  (ему соответствует толщина волновода  $h = \lambda/5$ ) и отношения сигнал-шум  $\sim 10$  (это значение отвечает той части ДР, где интенсивность рассеянного лазерного излучения максимальна). На экспериментальную кривую нанесена в виде горизонтальной штриховки полоса, соответствующая погрешности измерения примерно 10%. Теоретические диаграммы рассчитываются для канонического ансамбля наиболее вероятных гауссовых АКФ при отношении сигнал-шум, близком к экспериментальному (что позволяет проводить сравнение этих диаграмм по среднеквадратичной погрешности с экспериментальной диаграммой), для следующих параметров шероховатости:  $\sigma = 5$  нм, а  $r$  изменяется в диапазоне 0.05–0.35 мкм с шагом 0.05 мкм. Эти значения задавались с учетом их предварительной оценки по данным наблюдения поверхности исследуемых пластинок (для визуализации использовалось медное или золотое напыление) в электронном сканирующем микроскопе (рис.3):  $\sigma \leq 15$  нм,  $r \leq 1$  мкм. Геометрические параметры шероховатости той же поверхности, определенные по данным механического профилографа, таковы:  $R_a \approx 0.8\sigma \approx 4.5$  нм,  $r \approx 0.5 \pm 0.3$  мкм, где  $R_a$  – среднеарифметическое отклонение регистрируемого профиля [9].

Заметим, что наш алгоритм, как это видно из предыдущего раздела, позволяет восстановить АКФ и без предварительной оценки параметров нерегулярностей. Для верификации полученных нами данных проводились независимые измерения, на основании которых задавалось некоторое предварительное приближение для восстанавливаемой АКФ в теоретических расчетах. Этот подход может быть использован, например, при поиске решения в классе аналитических функций [3–5]. На рис.4 представлены восстановленные из ДР (см. рис.2) теоретические и экспериментальная АКФ при единственном параметре (когда  $\mu = 0$ ) задачи  $q = 0.9$  – параметре сглаживающей функции вида  $(\sin qx)/(qx)$ .

В качестве приближенного корректного решения обратной задачи, минимизирующего невязку

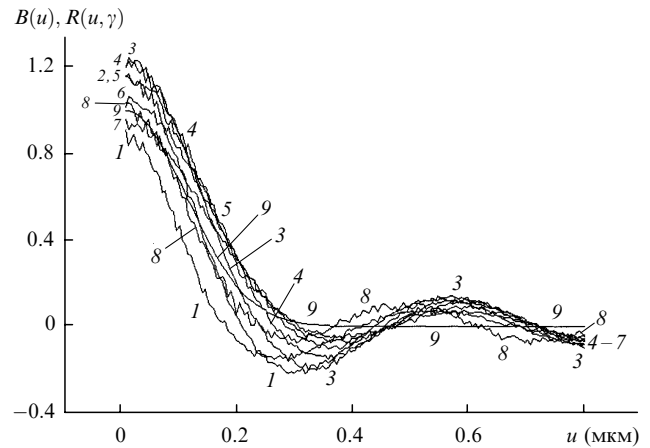


Рис.4. Теоретические ( $B(u)$ , кривые 1–7) и экспериментальная ( $R(u, \gamma)$ , кривая 8) АКФ, восстановленные из ДР на рис.2. Кривая 9 – теоретическая гауссова АКФ с параметрами  $\sigma = 5$  нм и  $r = 0.15$  мкм.

$$l = \left[ \int |\langle P(\beta, \gamma) \rangle - \langle \tilde{P}(\beta, \gamma) \rangle|^2 d\beta \right]^{1/2}, \quad (10)$$

принимается восстановленная экспериментальная АКФ (рис.4, кривая 8), которой соответствует расчетная ДР  $\langle \tilde{P}(\beta, \gamma) \rangle$ , максимально близкая к экспериментальной диаграмме  $\langle P(\beta, \gamma) \rangle$  (рис.2, кривая 8). Кривой 9 на рис.4 показана теоретическая гауссова АКФ с интервалом корреляции  $r = 0.15$  мкм, приведенная для сравнения с АКФ, восстановленными из ограниченных по протяженности ДР в области наблюдаемых мод рассеяния. Как известно, преобразование Фурье от функции ограниченной протяженности имеет вид зависимости типа  $(\sin x)/x$ , что следует учитывать при анализе и интерпретации восстановленных АКФ. В частности, наличие осциллирующего «хвоста» у АКФ может быть истолковано ошибочно и АКФ может быть определена как функция типа  $(\sin x)/x$  или типа затухающего косинуса. Для надежного определения вида АКФ оптическими или другими методами необходимо использовать доступную априорную информацию и восстанавливать АКФ в соответствии с формулой, подобной (8). Поскольку ряд Тейлора (4) плохо сходился при  $m \geq 2$  из-за больших погрешностей при вычислении производных и выполнении обратного к (5) преобразования Фурье, мы не смогли полностью применить комплексный алгоритм восстановления АКФ. Поэтому в качестве приближенного корректного решения обратной задачи, минимизирующего невязку (10), была выбрана теоретическая гауссова АКФ с  $r = 0.13$  мкм, дающая ДР, максимально близкую к экспериментальной.

Восстановление экспериментальной АКФ в соответствии с описанным в разд.2 алгоритмом (см. формулу (8)) не требует, в принципе, знания спектров сигнала и шума в отличие, например, от восстановления методом Винерской фильтрации [4, 10]. Действительно, алгоритм квазиоптимальной фильтрации [1, 2] сводится, по сути, только к подбору параметра  $q$  (если  $\mu = 0$ ) сглаживающей функции  $E(u, \beta)$ , например из условия минимума среднеквадратичной ошибки решения обратной задачи. Квазиоптимальный фильтр в отличие Винерского может менее эффективно подавлять шум, если спектры сигнала и шума не перекрываются [4]. Однако он более эффективно компенсирует влияние шума при перекрытии этих спектров. Понятно, что в общем случае, когда в

измерениях присутствуют различные шумы, в том числе и перекрывающиеся по спектру с сигналом, данный квазиоптимальный фильтр может лучше подавить влияние таких шумов. Применение классической регуляризации (когда  $\mu \neq 0$ ) улучшает сглаживающее действие фильтра и позволяет сильнее подавить шум.

### 3.2. Восстановление АКФ шероховатости с помощью канонического ансамбля гауссовых функций

В качестве канонического ансамбля наиболее вероятных АКФ исследуемой стационарной шероховатости кварцевой пластинки используются автокорреляционные гауссовы (нормальные) функции

$$B(u) = \sigma^2 \exp \left[ - \left( \frac{u}{r} \right)^2 \right], \quad (11)$$

для которых рассчитываются модельные ДР (при фиксированном  $\sigma$  и варьируемом в указанных выше пределах  $r$ ). Восстановленные из них гауссовы АКФ сравниваются с экспериментальной АКФ  $R(u, \gamma)$ . Применение нормального распределения (11) в нашем случае вполне закономерно, т.к. в силу центральной предельной теоремы большинство реальных случайных процессов в физике, оптике и технике являются гауссовыми [9, 10]. К таким процессам во многих случаях можно отнести и образование шероховатости поверхности при ее чистовой полировке [9]. Это позволяет нам использовать в качестве возможного искомого решения обратной задачи восстановленную каноническую гауссову АКФ, максимально близкую в среднеквадратичной метрике к экспериментальной. Для многих метрологических задач интегральной оптики и оптоэлектроники, лазерной оптики, биомедицины и др. такой подход может позволить получить вполне приемлемые в экспериментах оценки АКФ и соответствующих параметров нерегулярностей ПВ.

При решении обратной задачи путем аппроксимации экспериментальной АКФ гауссовой функцией из заданного канонического ансамбля использовалась модель аддитивного действительного эффективного белого шума, близкого по уровню к экспериментальному. Учитывая сложность достоверного определения спектра экспериментального шума в широком диапазоне [4], мы полагали на данном этапе исследований такой подход вполне удовлетворительным. Более того, как известно, белый шум является наиболее вредным в экспериментах [5]. Следовательно, решение задачи в предположении присутствия такого шума может дать несколько завышенные экспериментальные ошибки восстановления АКФ и определения соответствующих параметров нерегулярностей волноводной структуры.

С другой стороны, вполне допустимо считать, что эффективная сумма статистически независимых шумов, дающая вклад в измеряемую ДР, по центральной предельной теореме, как и большинство реальных случайных процессов в оптике, подчиняется гауссову распределению [9, 10]. В пределах ограниченного диапазона регистрируемых мод рассеяния спектральная функция (гауссова) этого суммарного шума вполне может быть заменена равномерным спектром. Основными источниками шума в измерениях являются лазер, модулятор, фотоприемник, усилитель и источники внешней засветки. Как известно [6], шумы, возникающие при работе этих устройств, описываются в основном гауссовыми функци-

ями. Поэтому сделанные выше предположения о представлении таких шумов в виде некоторого эффективного суммарного белого шума, дающего вклад в измеряемую ДР, являются вполне оправданными. Спектр вибрационных шумов (вызываемых, например, модулятором) обычно ограничен сверху частотой  $\sim 5-10$  кГц и эффективно компенсируется, например, синхронным детектированием. Шум, связанный с вычислениями на компьютере, во многом аналогичен шуму квантования в аналого-цифровых преобразователях, и его действие также подобно действию белого шума. Погрешность, вносимая им в расчеты, не превышает  $1-2\%$ , и в большинстве случаев этот шум можно не учитывать.

### 3.3. Определение геометрических параметров шероховатости кварцевой пластинки

Восстановленная из экспериментальной диаграммы рассеяния АКФ используется для нахождения геометрических параметров шероховатости. Интервал корреляции шероховатостей пластинки определяется по известным формулам [1, 2, 10]. Напомним, что в наших обозначениях [2] интервалы корреляции  $r_1, r_2, r_3$  представляются соответственно в виде интеграла, интеграла по модулю и интеграла по модулю в квадрате от восстановленной нормированной АКФ, а  $r_4$  – с помощью второй производной от той же функции. Среднеквадратичное отклонение шероховатостей поверхности от плоскости (среднеквадратичная высота) определяется из ненормированной восстановленной АКФ по следующей формуле:

$$\sigma^2 = R(u, \gamma)|_{u=0} - R(u, \gamma)|_{u \rightarrow \infty}. \quad (12)$$

Найденные из восстановленной экспериментальной АКФ в соответствии с описанным в п.3.1 алгоритмом геометрические параметры таковы:  $\bar{\sigma} = 5.5$  нм,  $\bar{r} = 0.12$  мкм, где  $\bar{r} = 4^{-1} \sum_{n=1}^4 r_n$ , а  $r_n$  определены выше. Видно, что полученное  $\bar{r}$  незначительно отличается от интервала корреляции гауссовой АКФ, принятой в качестве приближенного корректного решения обратной задачи. Применение сглаживания с регуляризацией (параметры задачи:  $q = 0.9, \mu = 2.0, p = 0.7$ ) дает  $\bar{\sigma} = 4.2$  нм,  $\bar{r} = 0.18$  мкм. Заметим, что при подобных параметрах шероховатости границ раздела сред исследуемого ПВ потери мощности направляемой моды из-за рассеяния могут достигать  $6-10$  дБ/см. Экспериментальный коэффициент затухания был в несколько раз меньше и, как показали исследования, определялся в основном шероховатостями поверхностей пластинок.

Использование канонического ансамбля гауссовых АКФ для аппроксимации экспериментальной АКФ шероховатости кварцевых пластинок, обработанных по высокому классу чистоты (см. п.3.2), позволяет представить ее как гауссову функцию с параметрами  $\sigma \approx 5$  нм и  $r \approx 0.17$  мкм. Полученные описанными методами геометрические параметры вполне соответствуют данным независимых измерений, приведенным выше. Мы не имели возможности сравнить восстановленную экспериментальную АКФ шероховатости кварцевых пластинок с результатами независимых измерений, поэтому использовали данные фотоснимков для ее оценки. Найденная таким образом оценка АКФ шероховатости имеет форму, подобную восстановленным АКФ (см. рис.4). Важно отметить, что в обоих случаях первый нуль функций рас-

положен вблизи 0.2–0.3 мкм, следовательно, интервал корреляции, определенный по уровню  $e^{-1} \approx 0.37$  из восстановленных нормированных АКФ, примерно равен 0.1–0.2 мкм, т. е. хорошо соответствует полученным данным. Аналогичная оценка была выполнена для участка профилограммы поверхности пластинки. Она тоже дает близкие значения  $\sigma$  и  $r$ . Заметим, что для экспресс-оценки этих величин может быть использовано решение обратной задачи методом подбора [4], когда для выбранной АКФ вариацией  $\sigma$  и  $r$  добиваются совпадения ДР, например среднеквадратичного.

#### 4. Обсуждение результатов

Ошибка определения геометрических параметров из восстановленной экспериментальной АКФ составляет около 10–20 %. С учетом возможного (пусть и небольшого) рассеяния направляемой моды на объемных неоднородностях показателя преломления волноводного слоя и на подповерхностных дефектах данная ошибка может несколько возрасти. Но даже при этом метод волноводного рассеяния обладает несомненными преимуществами: позволяет повысить чувствительность измерений в 100–1000 по сравнению с методами однократного рассеяния (благодаря многократному синфазному рассеянию лазерного излучения на исследуемых шероховатостях) и проводить исследование рассеяния в широком диапазоне изменения поперечных (латеральных) размеров нерегулярностей, включая размер порядка длины волны зондирующего излучения [1].

Для проверки алгоритма восстановления экспериментальной АКФ мы использовали полученные нами ранее ДР лазерного излучения в симметричных нерегулярных волноводах (см., напр., [7]), идентичных кварцевому интегрально-оптическому волноводу, рассматриваемому в настоящей работе. Это позволило нам сравнить точность восстановления экспериментальной АКФ шероховатости кварцевых пластинок (а также точность определения геометрических параметров шероховатости) данным методом и методом сравнения, использованным нами ранее (в конце 1980-х – начале 1990-х гг.) без особого математического обоснования.

Можно сделать следующий вывод. Метод сравнения позволял, по крайней мере, сделать оценку параметров нерегулярностей волновода для некоторой модельной АКФ (чаще всего гауссовой), аппроксимирующей экспериментальную. Полученное решение обратной задачи не являлось корректным, т. к. при таком подходе АКФ нерегулярностей не зависит непрерывным образом от измеренной ДР, если не наложены некоторые ограничения. Данная проблема раньше решалась сужением класса искомого функций (ФСФ или АКФ) некоторым компактным множеством. В частности, множество используемых для аппроксимации искомого решения ФСФ образует компакт в пространстве функций, интегрируемых по модулю в квадрате, если удовлетворяет теореме Монтели [3]. Как известно, на компактном множестве удается обеспечить корректность решения обратной задачи [4], т. е. его существование, единственность и устойчивость к малым изменениям входных данных. Сравнение полученных ранее и в настоящей работе параметров шероховатости показывает, что интервалы корреляции совпадают в пределах погрешности 15 %, а измеренная раньше среднеквадратичная высота занижена на 30–70 %. Такая

погрешность в определении  $\sigma$  обусловлена, в основном, неточностью определенного ранее вида аппроксимирующей функции для АКФ.

Представленный в данной работе алгоритм решения обратной задачи не связан с подобными ограничениями и применим к достаточно широкому классу исследуемых шероховатостей: от периодических структур (синусоидальных решеток и, например, решеток трапециевидного профиля) до чисто случайных изотропных распределений.

Еще одним важным преимуществом описанного метода является возможность использования волноводного рассеяния для исследования нерегулярностей интегрально-оптических волноводов и определения их статистических характеристик и параметров [1–3, 7, 8]. Здесь сама волноводная мода является тем «оптическим зондом», который «прописывает», например, профиль шероховатости поверхности подложки волновода. Очевидно, что после нанесения волноводного слоя на подложку в образовавшейся структуре происходят определенные изменения, которые могут быть выявлены с помощью механизма рассеяния направляемой моды. По этой причине предварительный контроль параметров нерегулярностей подложки и материала волноводного слоя является недостаточным.

Понятно, что такие методы исследования и контроля, как сканирующая туннельная микроскопия, конфокальная микроскопия и др., не позволяют полностью выявить особенности созданной интегрально-оптической структуры и найти, в частности, статистические параметры нерегулярностей. В связи с этим метод волноводного рассеяния является, на наш взгляд, наиболее подходящим инструментом для метрологического контроля в интегральной оптике и оптоэлектронике [1, 7, 8, 11], поскольку определяемые характеристики и параметры характеризуют волновод в целом как интегральную структуру, а не как отдельные среды, используемые для его создания. Именно такие параметры и требуется знать для метрологической аттестации интегральных волноводов.

Следует отметить также важность высокоточного контроля параметров нерегулярностей интегрально-оптических волноводов при создании на их основе высокодобротных лазеров [12–14]. Применение метода волноводного рассеяния, несомненно, позволит более точно учесть влияние статистических нерегулярностей (как неоднородностей показателя преломления, так и неровностей границ сред интегральной структуры) на предельные лазерные характеристики.

#### 5. Заключение

Разработанный метод решения обратной задачи использован для восстановления экспериментальной АКФ статистической шероховатости по данным рассеяния лазерного излучения в интегрально-оптическом волноводе. Полученные параметры шероховатости не противоречат результатам независимых измерений. Повышение точности определения статистики нерегулярностей интегрально-оптического волновода и соответствующих параметров нерегулярностей требует разработки более устойчивых к экспериментальному шуму алгоритмов аналитической экстраполяции спектров нерегулярностей и алгоритмов их устойчивого фурье-преобразования, в том числе на дискретном множестве. Кроме того, необ-

ходимо полнее учесть все возможные составляющие механизма рассеяния направляемой моды волновода, а также то обстоятельство, что не все поверхности (нерегулярности ПВ в общем случае) удовлетворяют условиям стационарности и эргодичности.

Очевидно, что развитие предложенного метода требует разработки способов определения оценки спектра экспериментального шума, по крайней мере, в диапазоне волновых чисел наблюдаемых мод рассеяния. Для теоретических и прикладных исследований в интегральной оптике и оптоэлектронике, несомненно, требуется распространить данный метод решения обратной задачи волноводного рассеяния на несимметричные волноводы различной конфигурации. В прикладных исследованиях более перспективным, на наш взгляд, является использование описанного в настоящей работе метода нахождения приближенного корректного решения обратной задачи волноводного рассеяния, использующего понятие канонического ансамбля.

Метод волноводного рассеяния, безусловно, перспективен для применения в биомедицинских и экологических исследованиях, т. к. в качестве оптического зонда объекта выступает направляемая мода, поддерживаемая структурой волновода. Изменяя свойства данного зонда, можно управлять контрастными и другими характеристиками рассеянного излучения, формирующего оптический образ объекта, что, конечно, важно при исследовании малоконтрастных биологических объектов. В этом случае можно получить статистическую информацию о структурных и функциональных изменениях в ансамбле

объектов за одно измерение на достаточно большой площади поверхности (или в достаточно большом объеме волноводного слоя). Таким образом, представленная в работе схема измерений может рассматриваться как когерентный интегрально-оптический фурье-процессор.

1. Егоров А.А. *Квантовая электроника*, **32**, 357 (2002).
2. Егоров А.А. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **43**, 1090 (2000).
3. Egorov A. A. *Laser Physics*, **8**, 536 (1998).
4. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. *Методы решения некорректных задач* (М.: Наука, 1981).
5. Васильев В., Гуров И. *Компьютерная обработка сигналов в приложении к интерферометрическим системам* (СПб.: БХВ–Санкт-Петербург, 1998).
6. Аблеков В.К., Колядин С.А., Фролов А.В. *Высокоразрешающие оптические системы* (М.: Машиностроение, 1985).
7. Егоров А.А., Черемискин И.В. *Тезисы докл. Всесоюз. конф. «Проектирование радиоэлектронных устройств на диэлектрических волноводах и резонаторах»* (Тбилиси, 1988, с. 382).
8. Егоров А.А. *Тезисы докл. 7-й Междунар. научно-техн. конф. «Лазеры в науке, технике, медицине»* (Сергиев Посад, 1996, с.94).
9. Топорев А.С. *Оптика шероховатой поверхности* (Л.: Машиностроение, 1988).
10. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. *Введение в статистическую радиофизику и оптику* (М.: Наука, 1981).
11. Егоров А.А. *Сб. научных трудов 3-й Научно-техн. конф. «Электроника, микро- и нанoeлектроника»* (Пушкинские Горы, 2001, с. 129).
12. Хансперджер Р. *Интегральная оптика: Теория и технология* (М.: Мир, 1985).
13. Гончаренко А.М., Редько В.П. *Введение в интегральную оптику* (Минск: Наука и техника, 1975).
14. Богатов А.П., Бурмистров И.С. *Квантовая электроника*, **27**, 223 (1999).